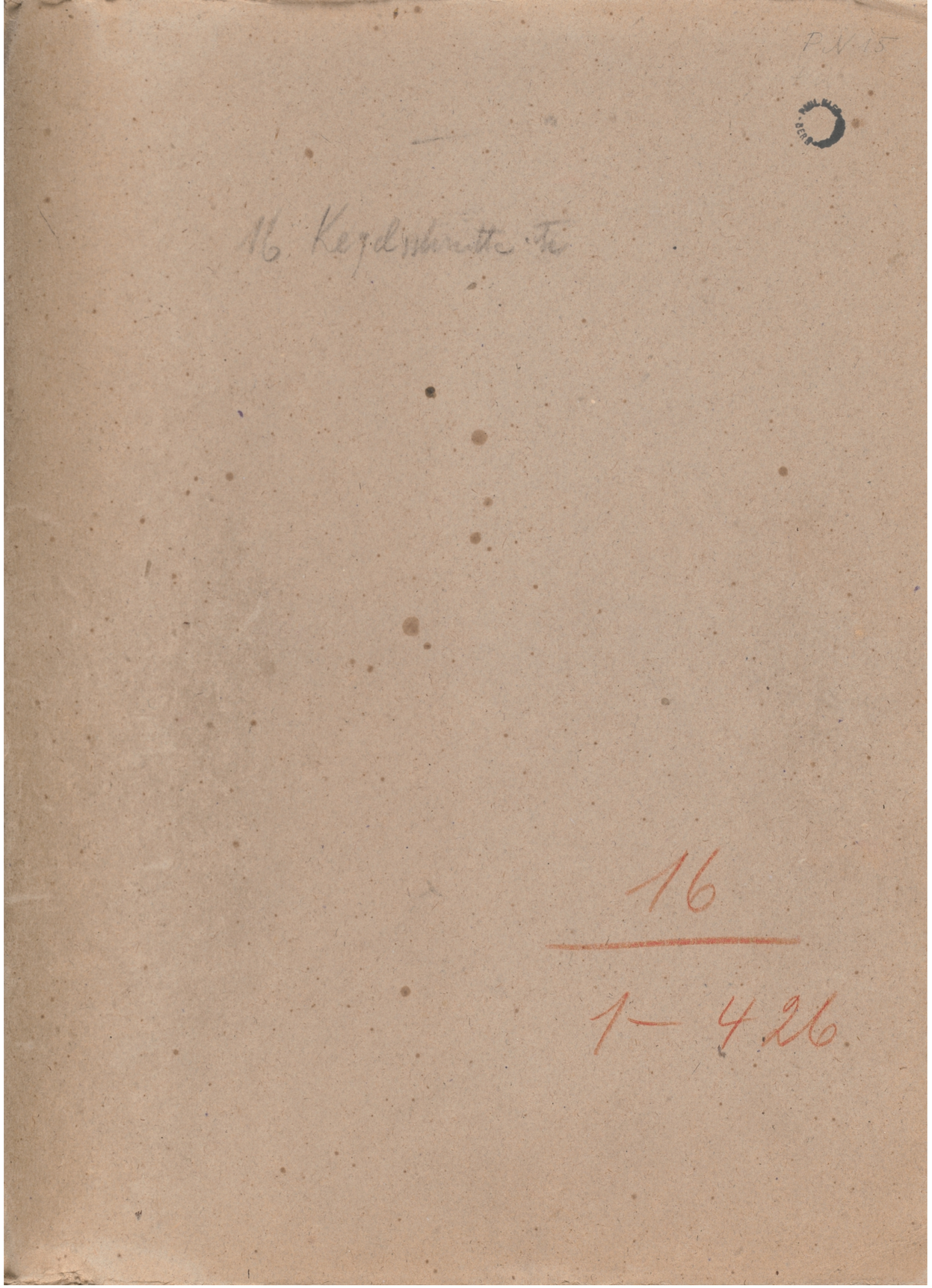
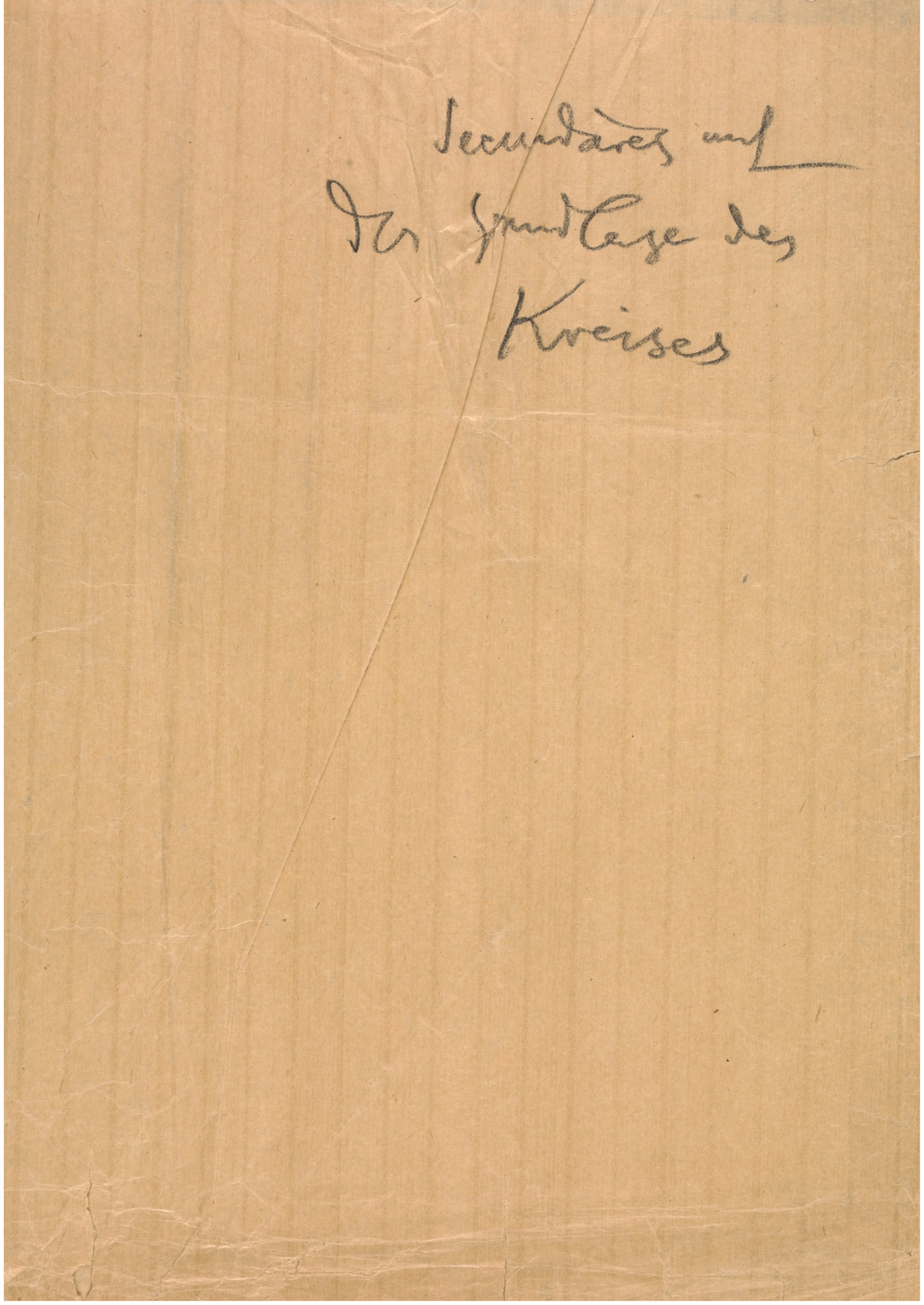


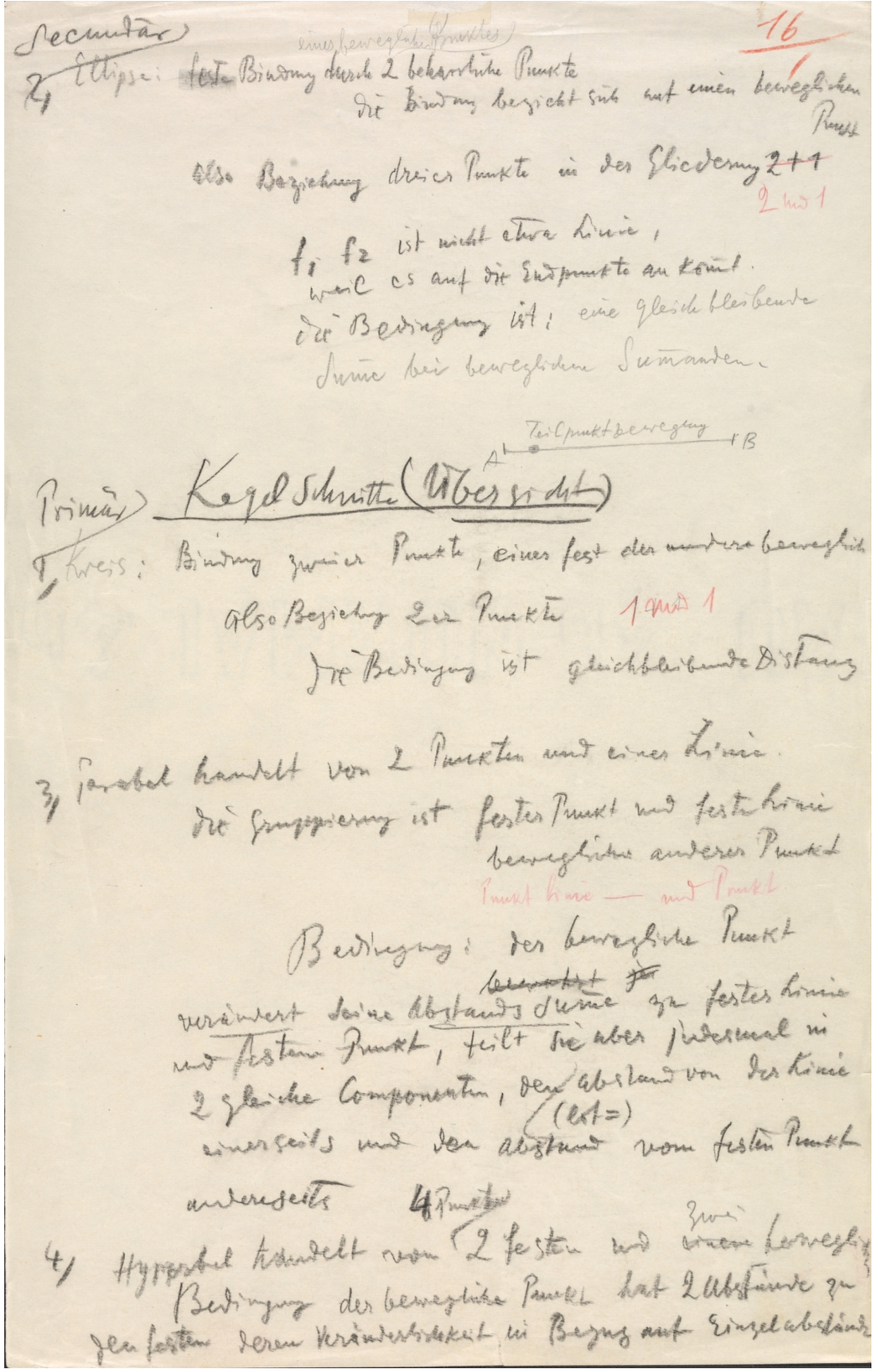
16 Kegelschnitte etc



Secundäres auf

der Grundlage des

Kreises



Secundär[1] 2, Ellipse: feste Beindung durch eines beweglichen Punktes[2] 2 beharrliche Punkte
die Bindung bezieht sich auf einen beweglichen
Punkt

Also Beziehung dreier Punkte in der Gliederung 2 und 1[3]

f_1 f_2 ist nicht etwa Linie,
weil es auf die Endpunkte ankommt.
die Bedingung ist: eine Gleichbleibende
Summe bei beweglichen Summanden.

Teilpunktbewegung
A B

Kegelschnitte (Übersicht)

Primär[4] 1, Kreis: Bindung zweier Punkte, einer fest der andere beweglich

also Beziehung 2er Punkte 1 und 1[5]

die Bedingung ist gleichbleibende Distanz

3, Parabel handelt von 2 Punkten und einer Linie.
die Gruppierung ist fester Punkt und feste Linie
beweglicher anderer Punkt
Punkt linie – und Punkt

Bedingung: der bewegliche Punkt

verändert Seine Abstandssumme zu fester Linie
und festem Punkt, teilt sie aber jedesmal in
2 gleiche Componenten, den (lot=)[6] Abstand von der Linie
einerseits und den Abstand vom festen Punkt

andererseits

4, Hyperbel handelt von 4 Punkten[7] 2 festen und Zwei[8] beweglichen
Bedingung der bewegliche Punkt hat 2 Abstände zu
den festen deren Veränderlichkeit in Bezug auf Einzelabstände

---

[1] \ Secundär /

[2] \ eines beweglichen Punktes /

[3] ~~2 + 1~~ / 2 und 1 \

[4] \ Primär /

[5] *darunter* 1 + 1

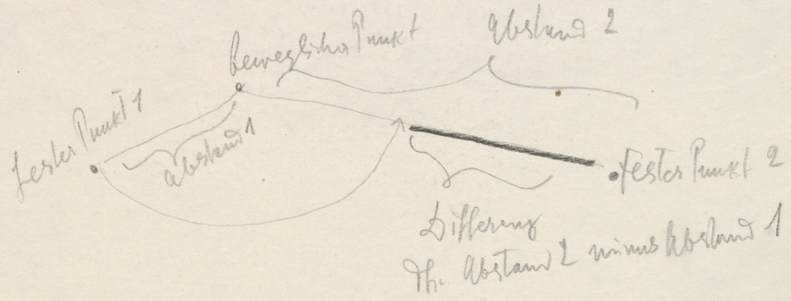
[6] / (lot=) \

[7] \ 4 Punkten /

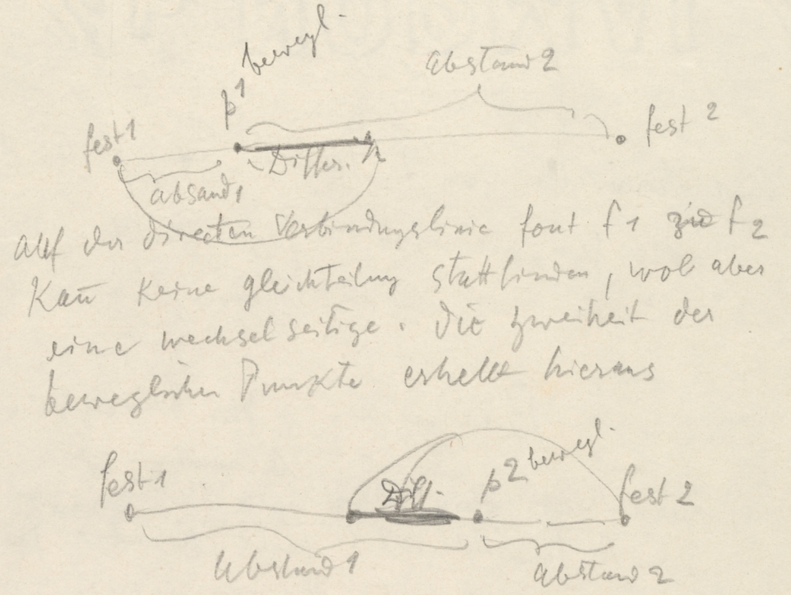
[8] ~~einem~~ \ Zwei /

12

und in bezug auf Abstandsumme veränderlich nicht frei
ist, sondern gebunden an die gleichbleibende Abstands-
differenz



eine Differenz muss also immer sein,
es kann also nicht der Fall gleicher
Abstände eintreten.

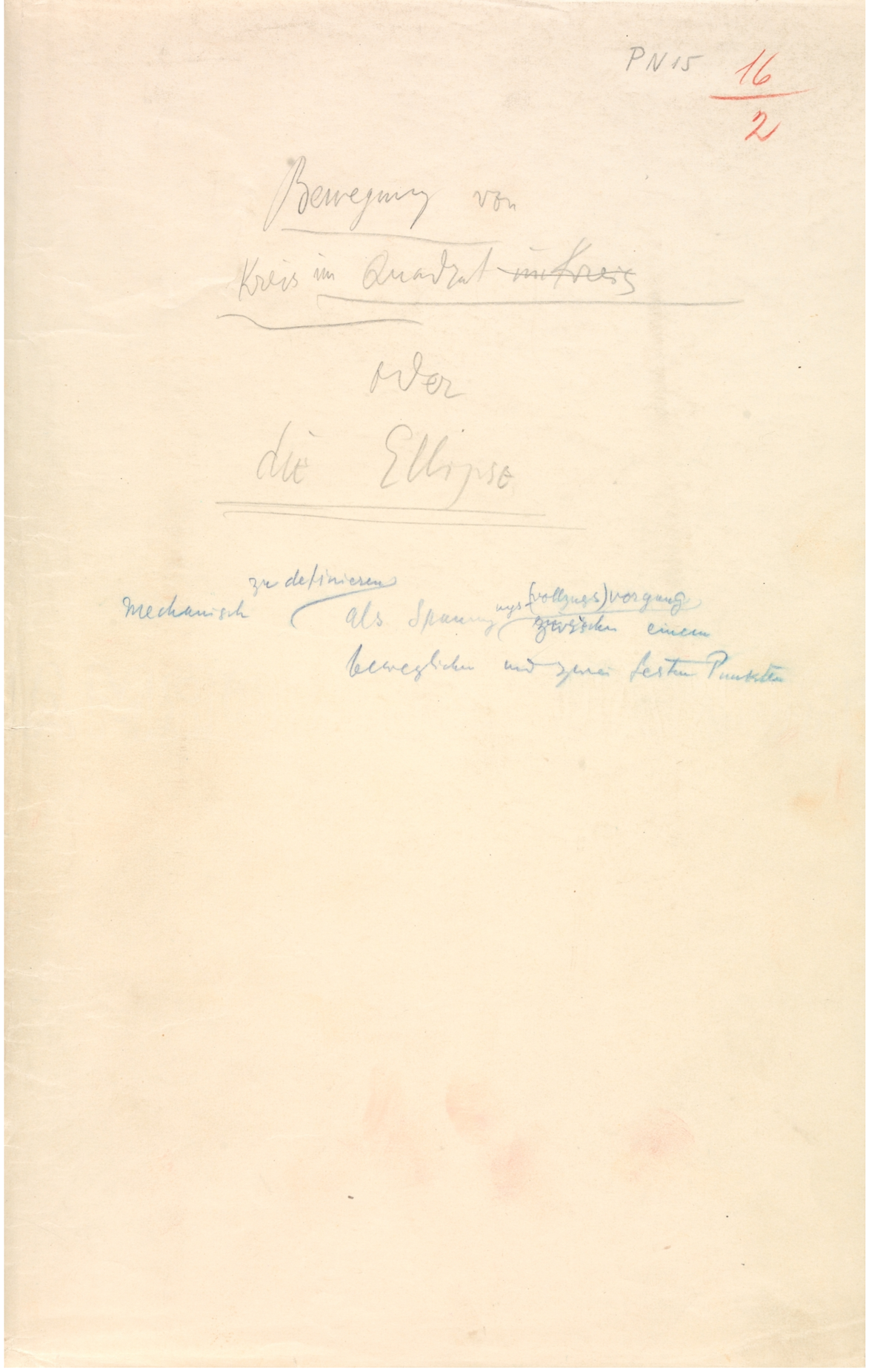


auf der directen Verbindungslinie font f_1 zu f_2
kann keine gleichteilung stattfinden, wohl aber
eine wechselseitige. die Zweiheit der
beweglichen Punkte erhellt hieraus

aus der Wechselseitigkeit erhellt die
Symmetrie

[1] Abstandsumme ~~veränderlich~~

[2] font


PN 15 16/2

Bewegung von

Kreis im Quadrat ~~mit Kreis~~

oder

die Ellipse

mechanisch zu definieren als Spannungs(vollzugs)vorgang zwischen einem beweglichen und zwei festen Punkten

Bewegung von

Kreis im Quadrat

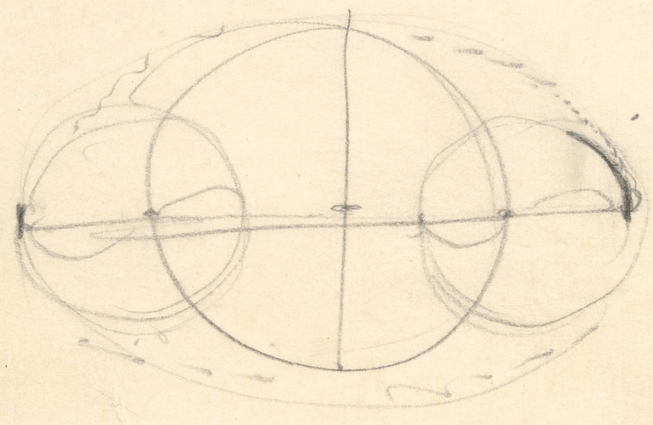
oder

die Ellipse

mechanisch zu definieren[1] als Spannungs-(vollzugs)vorgang[2] zwischen einem beweglichen und zwei festen Punkten

[1] \ zu definieren /

[2] Spannu\ngs-(vollzugs)vorgang/



16

Bewegungen des ~~Urbild~~ Grundbildes 3

„Kreis im Quadrat" als Weg zur

Ellipse -

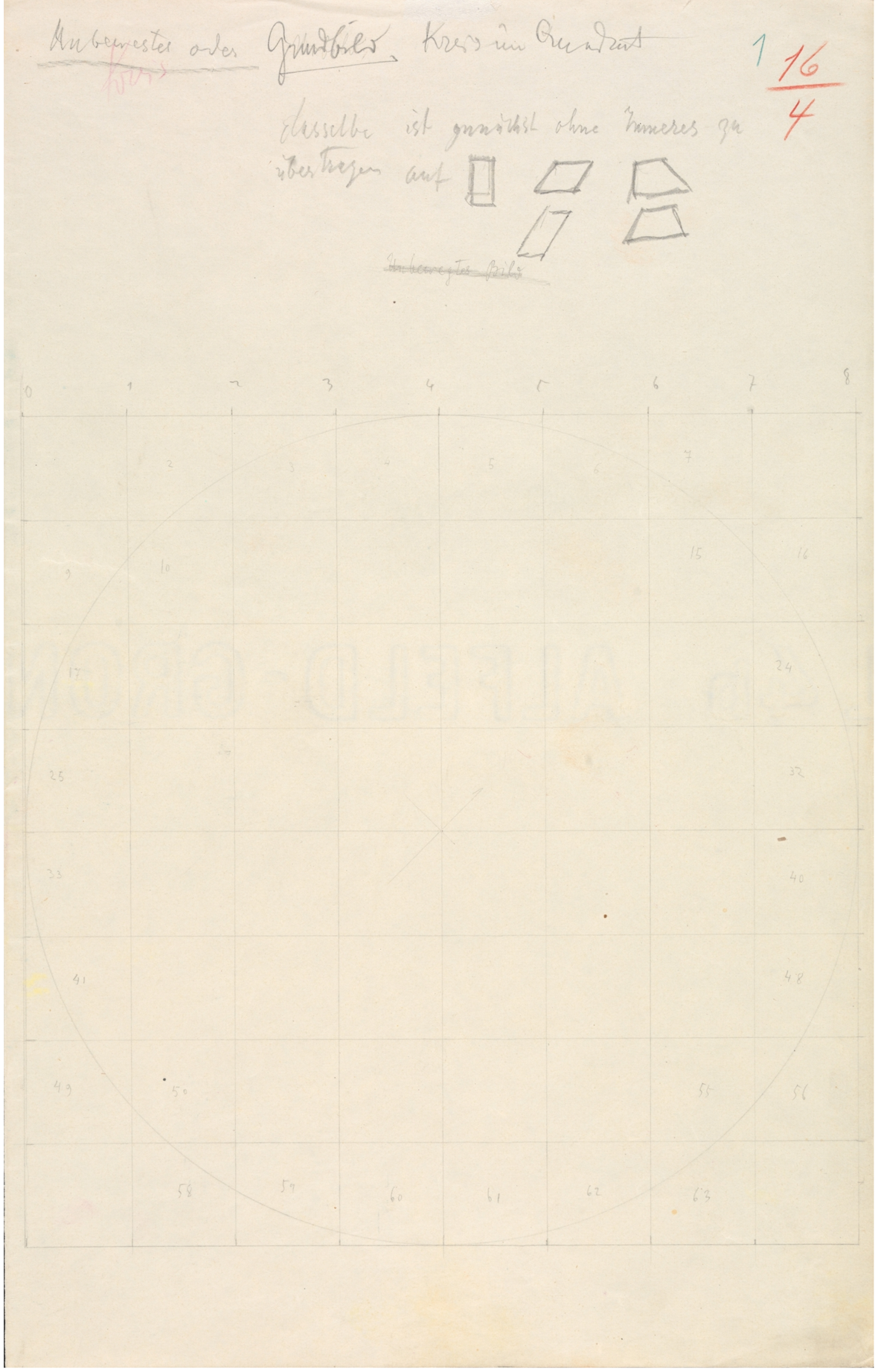
1 - 6

Bewegungen des[1] Grundbildes

„Kreis im Quadrat" als Weg zur

Ellipse.

[1] des ~~Urbild~~

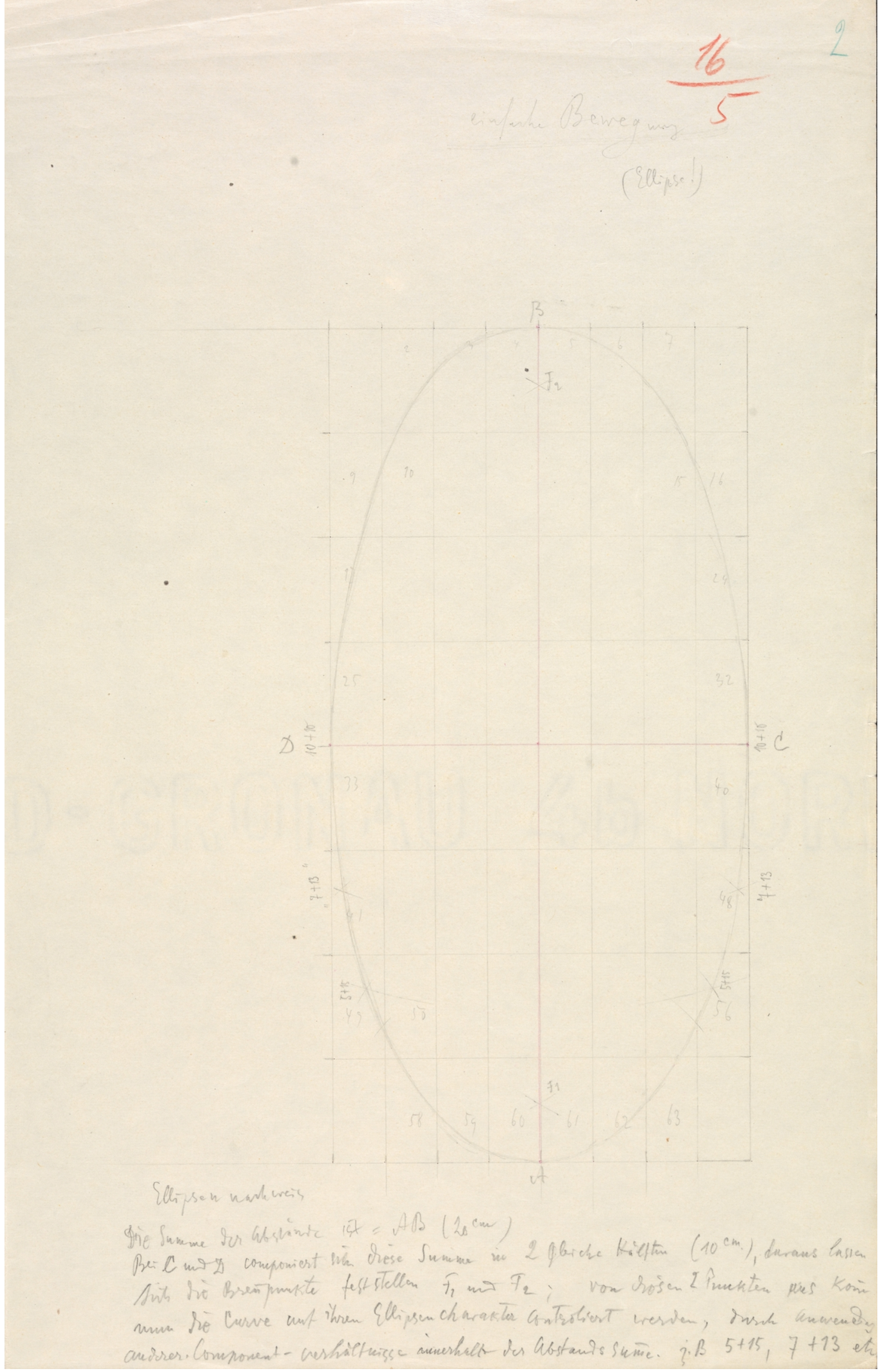


Kreis

dasselbe ist zunächst ohne Inneres zu

übertragen auf[1]

[1] auf // ~~Unbewegtes Bild~~



einfache Bewegung

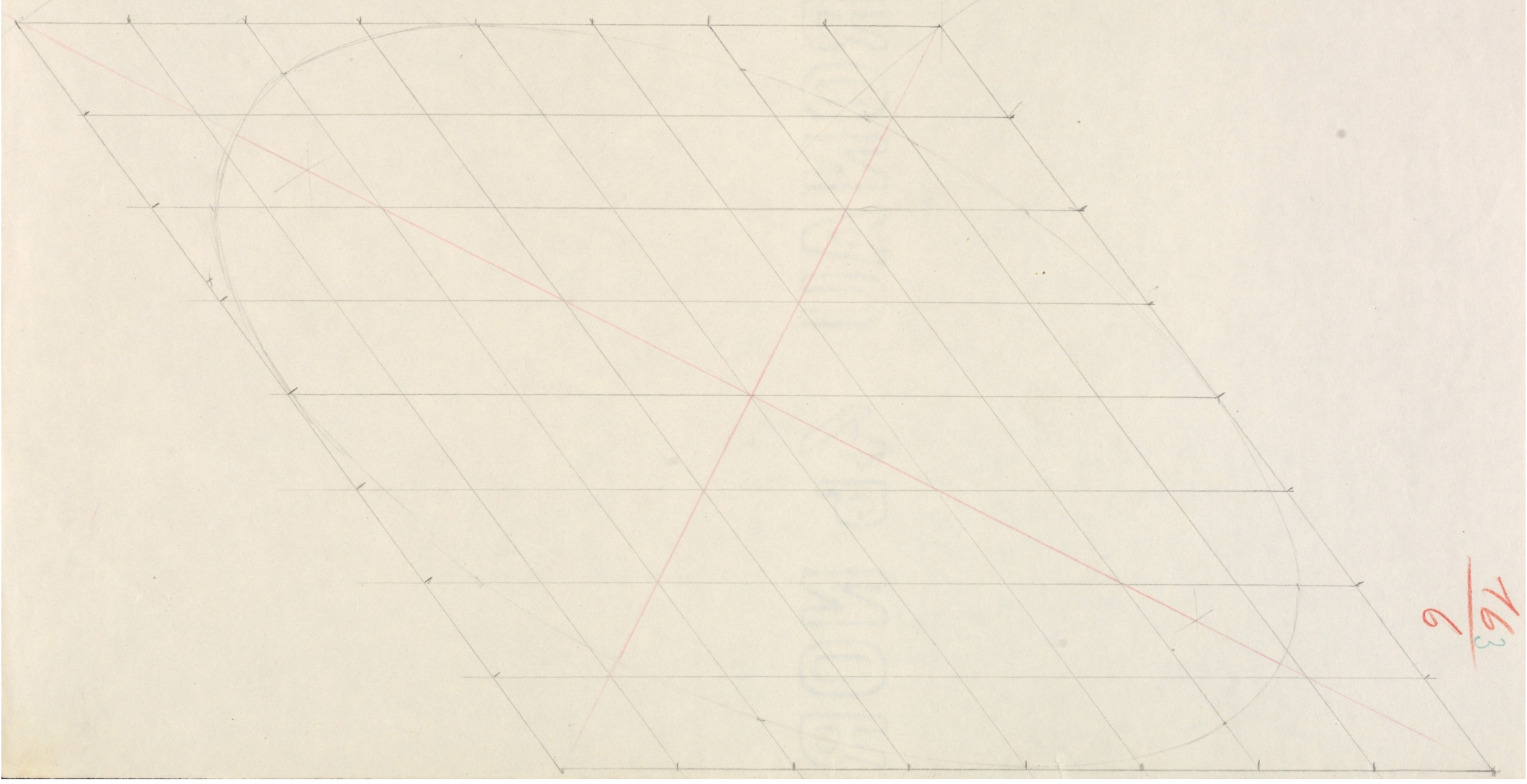
(Ellipse!)

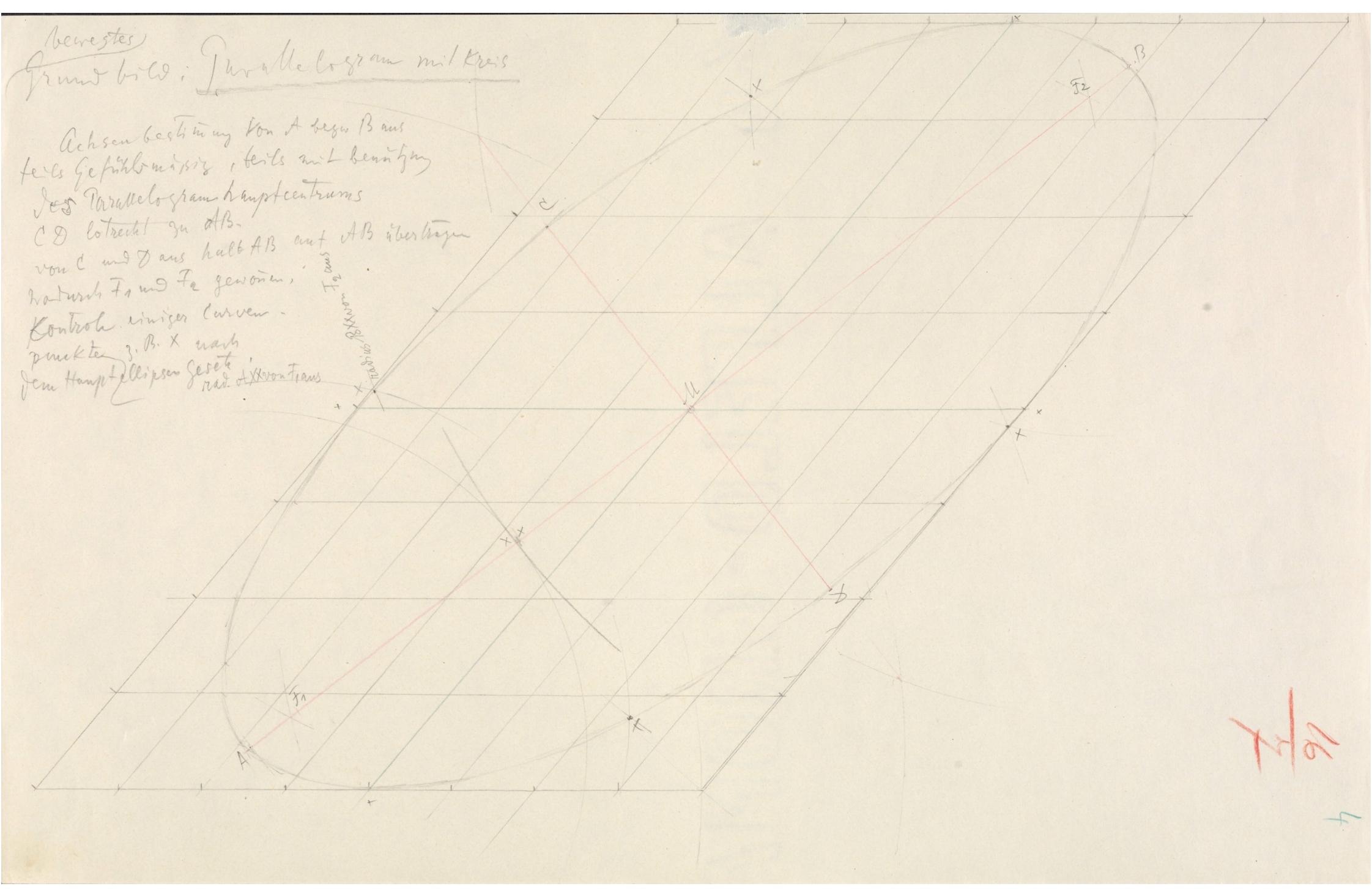
Ellipsen nachweis

Die Summe der Abstände ist = AB (20 cm)
Bei C und D componiert sich diese Summe in 2 Gleiche Hälften (10 cm), daraus lassen sich die Brennpunkte feststellen F_1 und F_2; von diesen 2 Punkten aus kann nun die Curve auf ihren Ellipsencharakter controliert werden, durch Anwendung anderer Component – verhältnisse innerhalb der Abstandssumme. z.B 5 1+15, 7 + 13 etc

(Rhombische Form)

ungleich Diagonalen
werden zu Ellipsen-
achsen

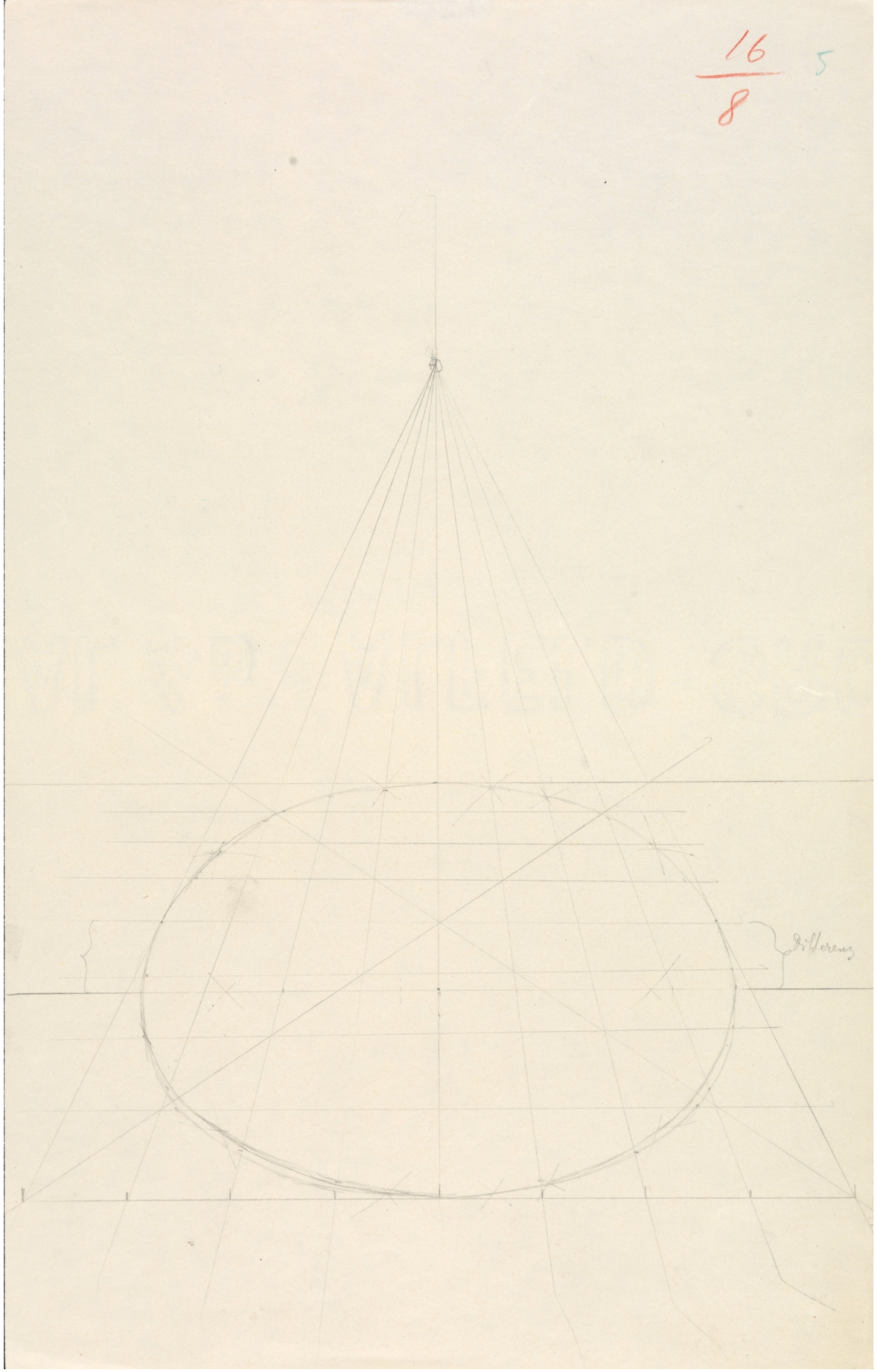




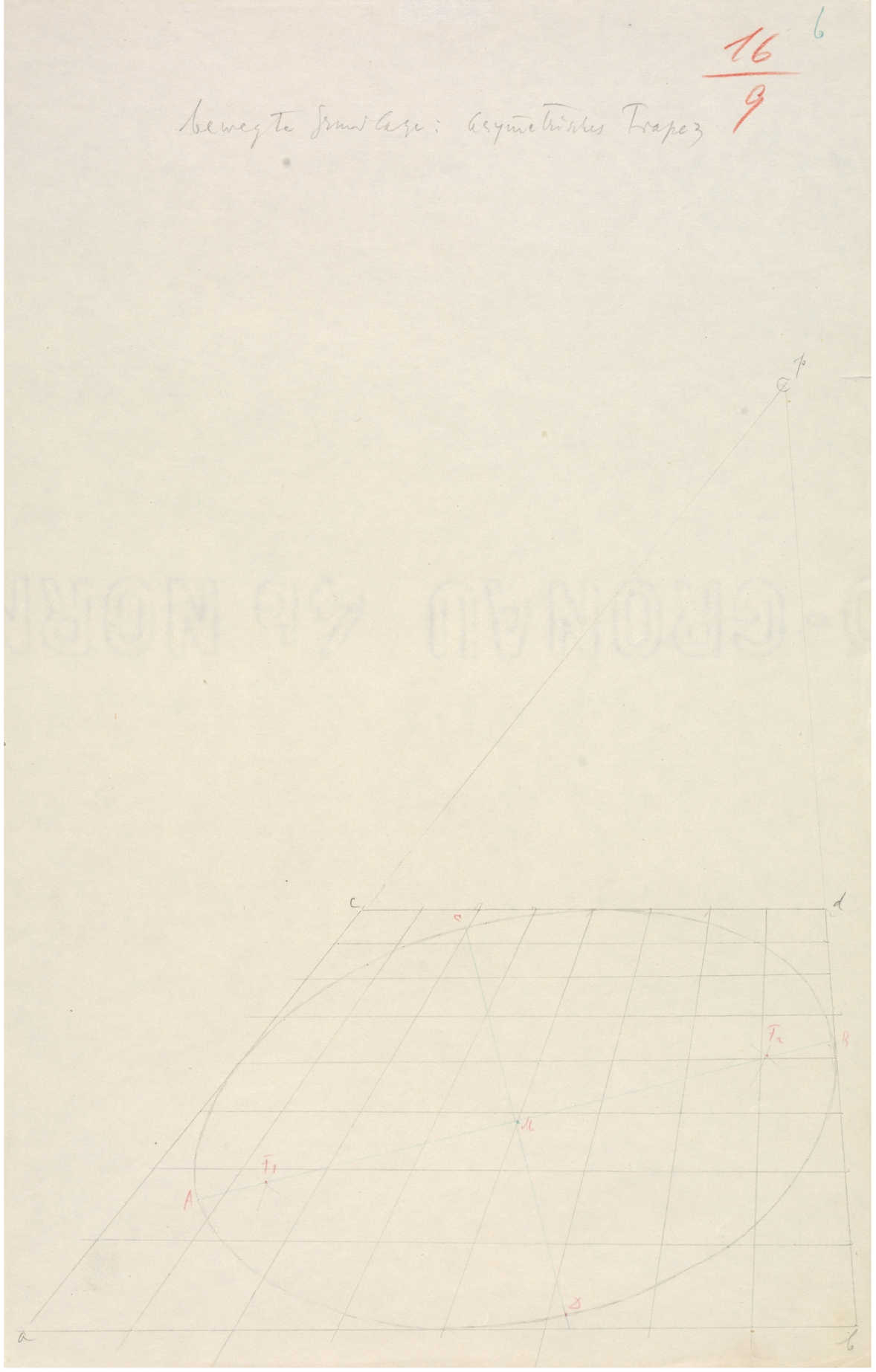
bewegtes[1] Grundbild: Parallelogram*m* mit Kreis

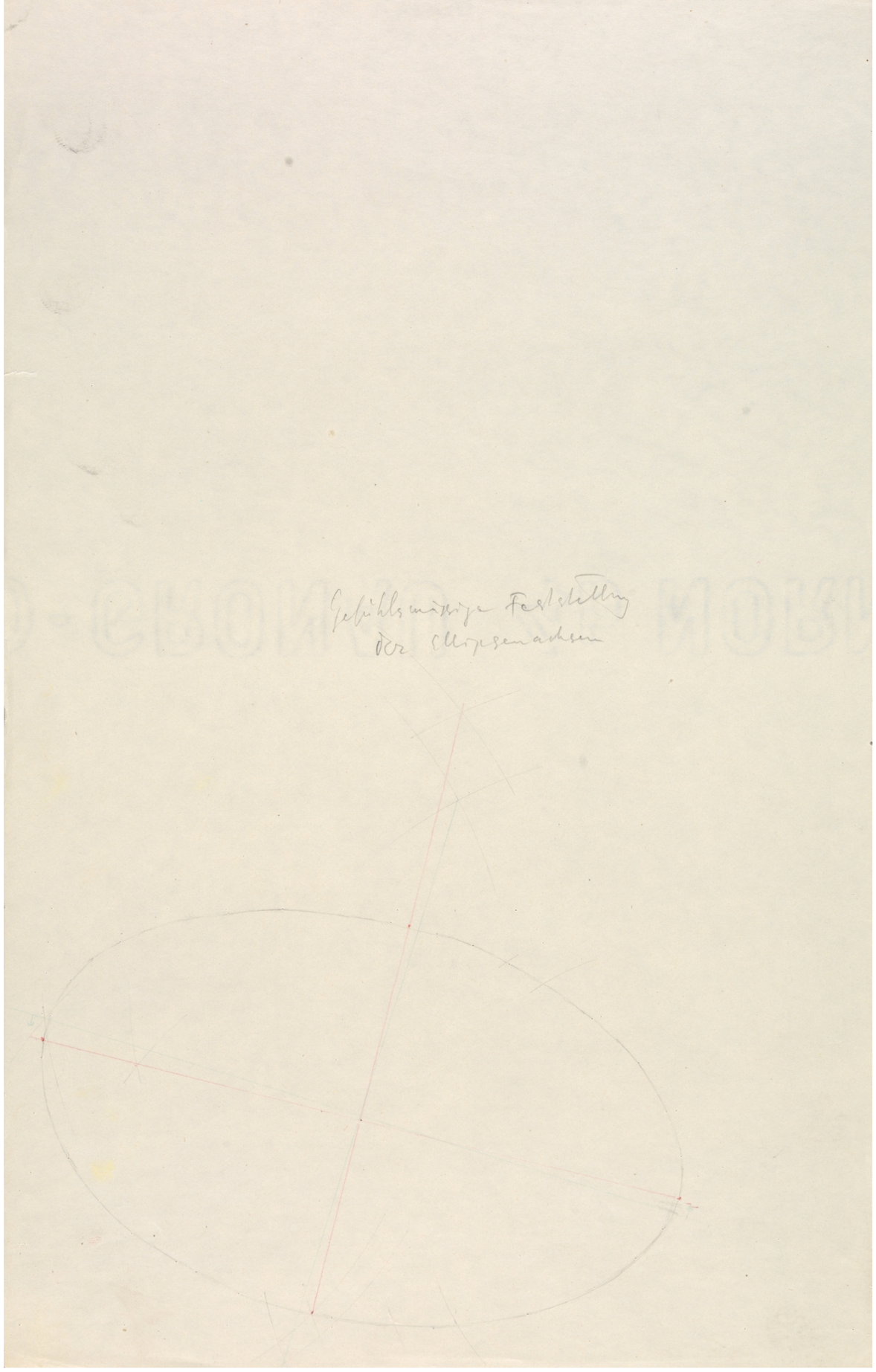
Achsenbestimjmung von A bezw B aus
teils Gefühlsmässig, teils mit benützung
des Parallelogram*m*hauptcentrums
CD lotrecht zu AB.
Von C und D aus halb AB auf AB übertragen
wodurch F_1 und F_2 gewonnen,
Control*l*e einiger Curven-
punkte z. B. x nach Radius BXX von F_2 aus
dem Hauptellipsen Gesetz.
rad. AXX von F_1 aus

[1] \ bewegtes /

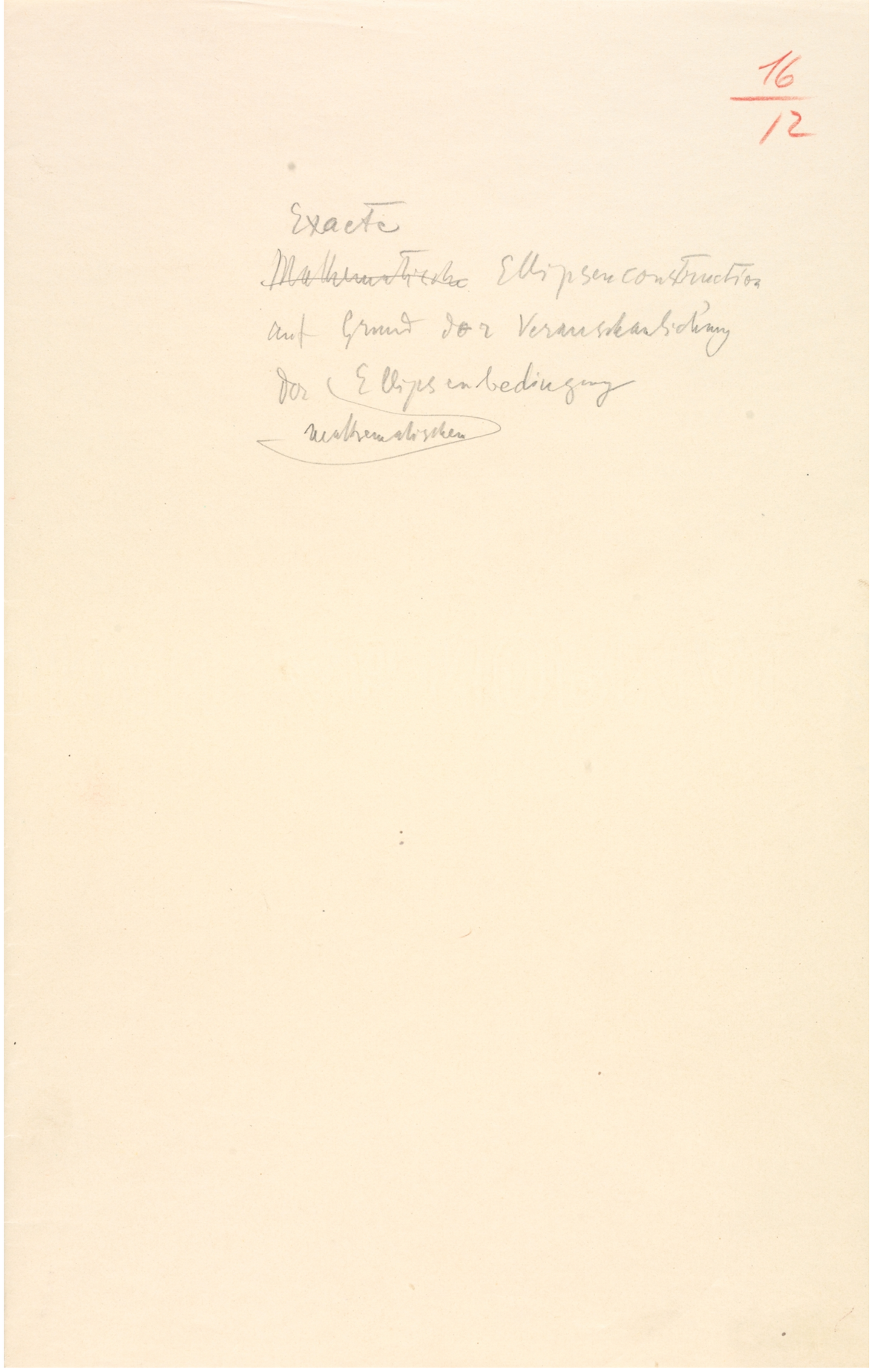

16/8
5
Differenz

bewegte Grundlage: asymmetrisches Trapez





Gefühlsmässige Feststellung
der Ellipsenachsen


16
12
Exacte
Mathematische Ellipsenconstruction
auf Grund der Veranschaulichung
der Ellipsenbedingung
mathematischen

Exacte[1] Ellipsenconstruction

auf Grund der Veranschaulichung

der mathematischen[2] Ellipsenbedingung

[1] ~~Mathematische~~ \ Exacte /

[2] / mathematischen \

16
10

Mathematische Construction
der Ellipse

(Blatt 7 – 29)

Mathematische Construction

der Ellipse

(Blatt 7 – 29)

16 Kegelschnitte

a Ellipsen

(Beispiel beziehen sich vorzugsweise

auf die statischen Regeln

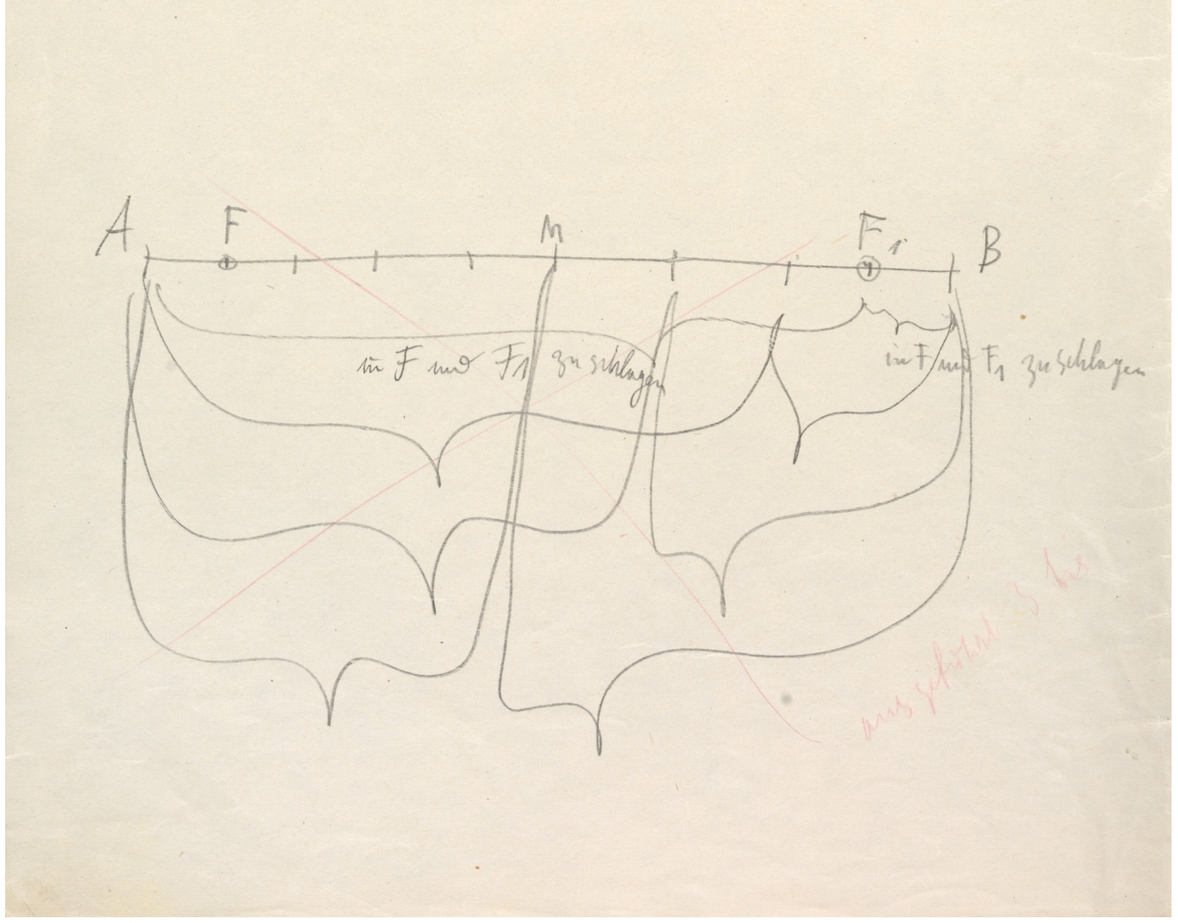
auf Grund der Ellipse)

a Ellipsen

(Beispiel beziehen sich vorzugsweise

auf die statischen Regeln

auf Grund der Ellipse)

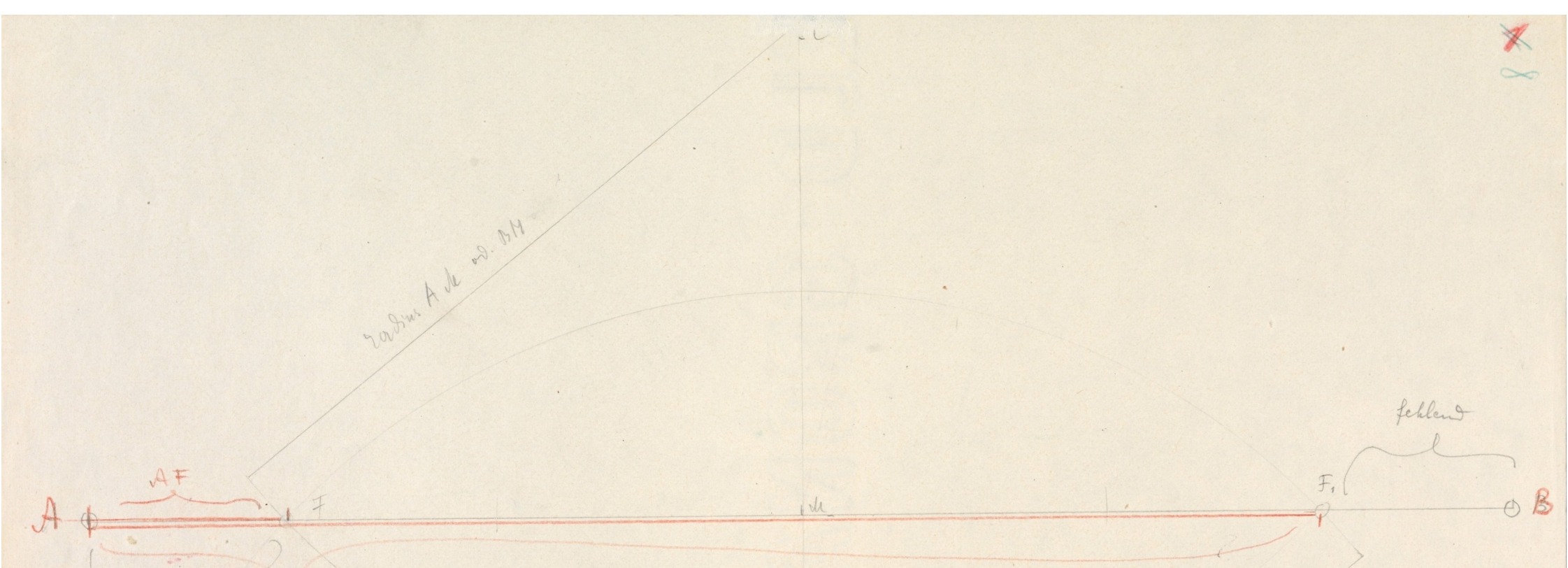


A F M F_1 B

in F und F_1 zu schlagen

in Fund F_1 zu schlagen

ausgeführt 3 bis



doppelt

radius AM od. BM

fehlend

* hierin liegt der Beweis, dass die Abstands summe gleich AB ist. Die Abstands hälfte ist also AM oder BM, deshalb muss zur Construction der Brennpunkte von C und von D aus (wo sich die Abstände halbieren) die Strecke AB od BM auf der Achse AB zum schneiden gebracht werden.

C und D stehn auf der Symmetrieachse, also[1] ist ihre Abstandsumme $CF - CF_1$ in Bezug auf CF (einzeln) und CF_1 (einzeln) genau halbiert von allen Ellipsenpunkten, also auch von A und von B aus, also auf AB[2] gibt dieselbe Abstandsumme, während die Abstände einzeln ungleich sind[3]. z.B von A aus heissen die Abstände einzeln AF und AF_1. die Anschauung zeigt dass dabei das Stück AF doppelt zählt und zwischen BF_1, in selber Länge fehlt.*

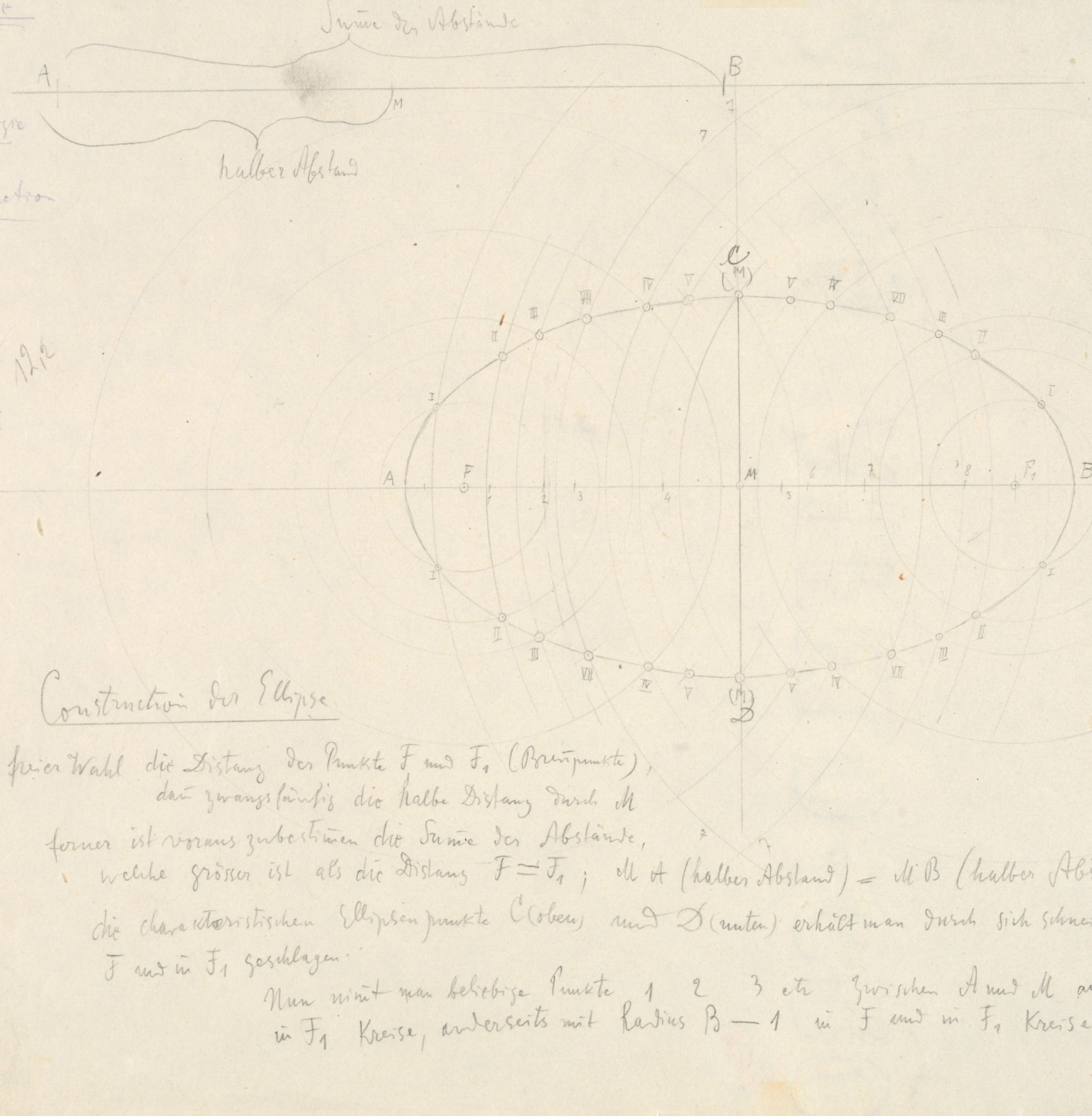
[1] also ~~sind~~

[2] \ also auf AB /

[3] / sind \

Ellipse
wesen
und
Terminologie

1. Construction



Ellipse
12,2
10,1

A B = 12,2 CD = 7
F – F1 = 10,1
AF + AF1 = 12,2

Terminologie
A B und C D Hauptachsen der Ellipse (Symetrieachsen zur Curve
A B grosse H. A. C D kleine H A
M ist Vermittlungscentrum
A, B, C, und D sind Ellipsenscheitel
jede Gerade durch M ist Durchmesser im Bereich der Curve
durch M halbiert. Ellipsen durchm. sind verschieden lang,
der längste A B, der kürzeste C D
A und B sind äusserste Ellipsenpunkte

Construction der Ellipse

voraus in freier Wahl die Distanz der Punkte F und F1 (Brennpunkte),
dann zwangsläufig die halbe Distanz durch M
ferner ist vorauszubestimmen die Summe der Abstände,
welche grösser ist als die Distanz F= F1; M A (halber Abstand) = M B (halber Abstand)
die charakteristischen Ellipsenpunkte C (oben) und D (unten) erhält man durch sich schneidende Kreisbogen mit dem Radius A M und B M in F und in F1 geschlagen.
Nun nimmt man beliebige Punkte 1 2 3 etc. zwischen A und M an, und schlägt z.B. einerseits mit Radius A–1 in F und in F1 Kreise, anderseits mit Radius B-1 in F und F1 Kreise, deren Schnittpunkte die 4 Ellipsenpunkte I liefern.

Ellipsen
wesen
und
Terminologie

Summe der Abstände

A B = 12.2 CD = 7
F – F1 = 10.1
AF + AF1 = 12.2

halber Abstand

1. Construction

Ellipse
10.1 12.2

Terminologie
AB und CD Hauptachsen
der Ellipse (Symmetrieachsen zur
Curve)
AB grosse H.A. CD kleine HA
M ist Vermittlungscentrum

Construction der Ellipse

A, B, C, und D sind Ellipsenscheitel
jede Gerade durch M ist Durchmesser[1] im inneren[2] Bereich der Curve
durch M halbiert. Ellipsen durchm. sind verschieden lang,
der längste AB, der kürzeste CD

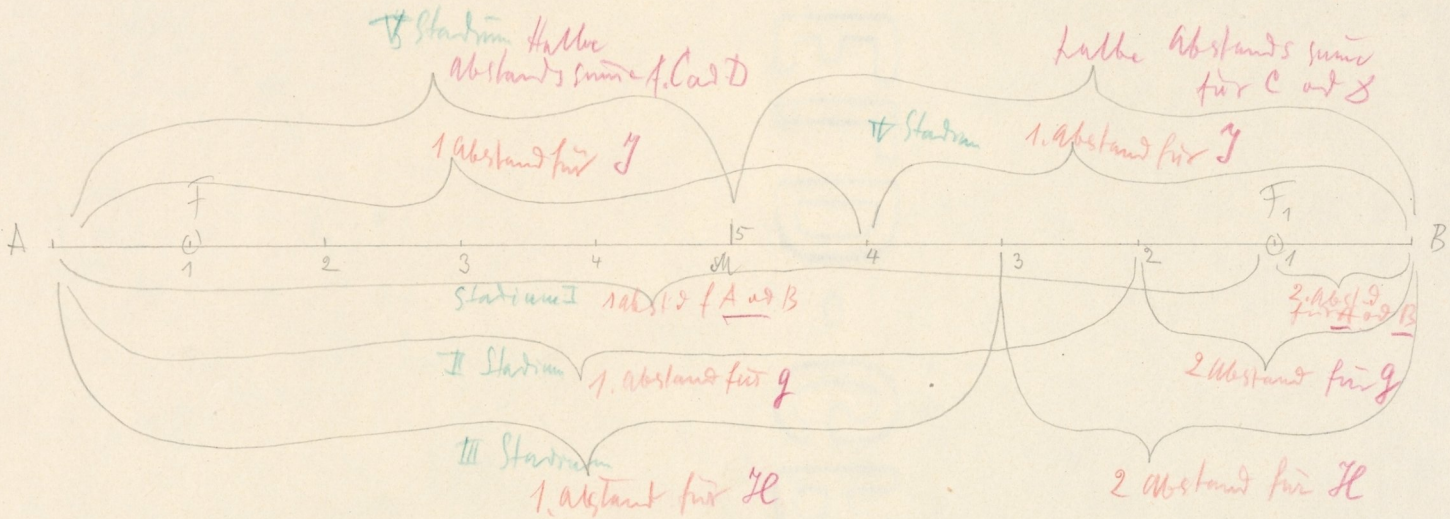
voraus in freier Wahl die Distanz der Punkte F und F1 (Brennpunkte),
dann zwangsläufig die halbe Distanz durch M
ferner ist vorauszubestimmen die Summe der Abstände,
welche grösser ist als die Distanz F= F1; MA (halber Abstand) = MB (halber Abstand) A und B sind äusserste Ellipsenpunkte
die charakteristischen Ellipsenpunkte C (oben) und D (unten) erhält man durch sich schneidende Kreisbogen mit dem Radius AM und BM in F und in F1 geschlagen.

Nun nimmt man beliebige Punkte 1 2 3 etc. zwischen A und M an, und schlägt z.B. einerseits[3] mit Radius A–1 in F und in F1 Kreise, anderseits mit Radius B-1 in F und F1 Kreise, deren Schnittpunkte die 4 Ellipsenpunkte I liefern.

[1] \ Durchmesser /

[2] / inneren \

[3] \ einerseits /



Teilung der Abstandsumme (=AB) in die componenten oder Abstände
und in die halbierte Abstandssumme

AB = 20 cm

I. Stadium 2 + 18 = 20
II. " 4 + 16 = 20
III. " 6 + 14 = 20

IV. Stadium 8 + 12 = 20
V. " 10 + 10 = 20

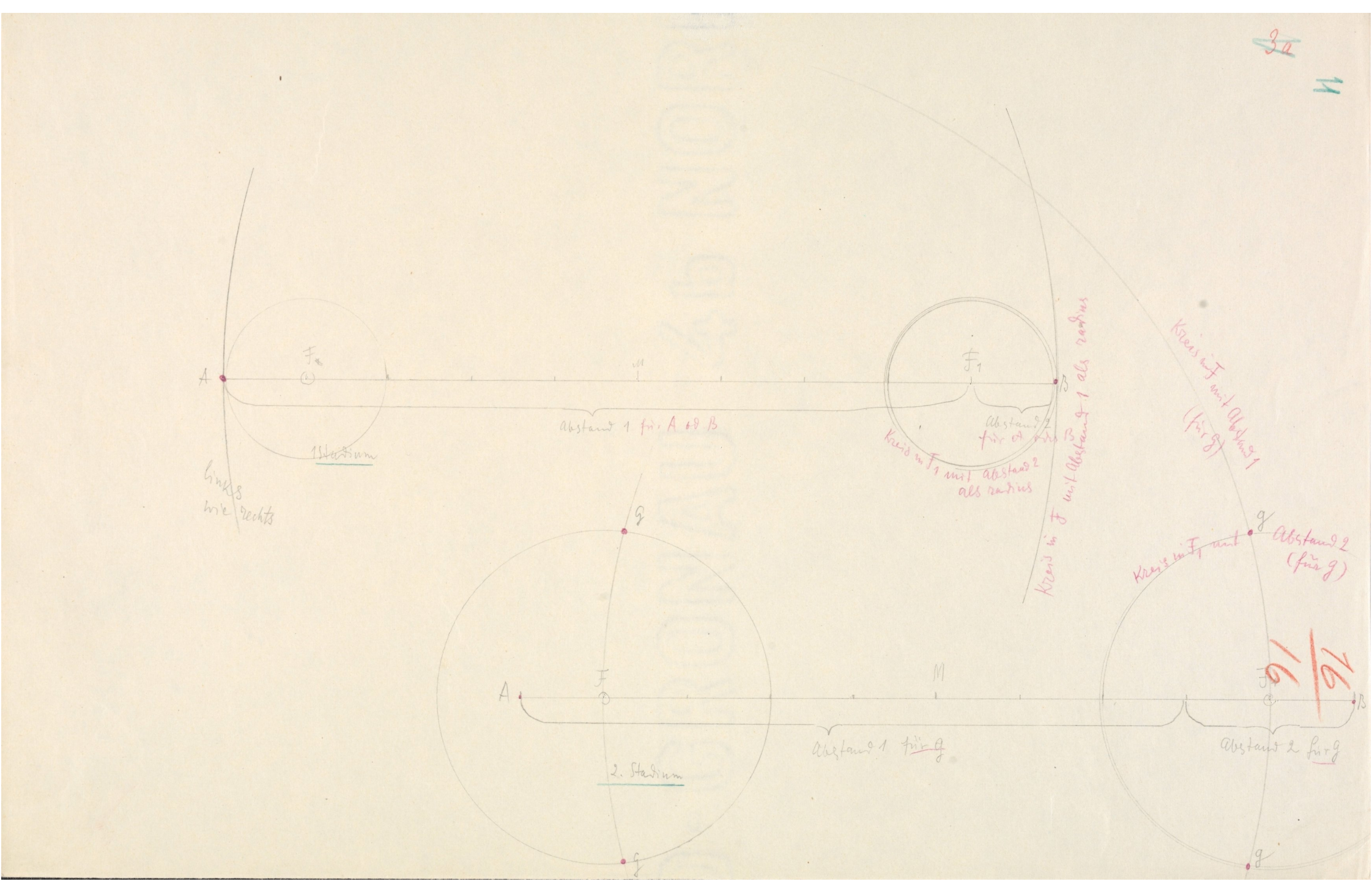
Teilung der Abstandsumme (=AB) in die componenten oder Abstände
und in die halbierte Abstandssumme

AB = 20 cm

I. Stadium 2 + 18 = 20
II. " 4 + 16 = 20
III. " 6 + 14 = 20

IV. Stadium 8 + 12 = 20
V. " 10 + 10 = 20

[1] ~~Abstands~~componenten



~~3a~~

11

Kreis in F mit Abstand 1
(für g)

Abstand 1 für A od. B

Abstand 2
für A oder B

1 Stadium

Kreis in F1 mit Abstand 2
als Radius

links
wie rechts

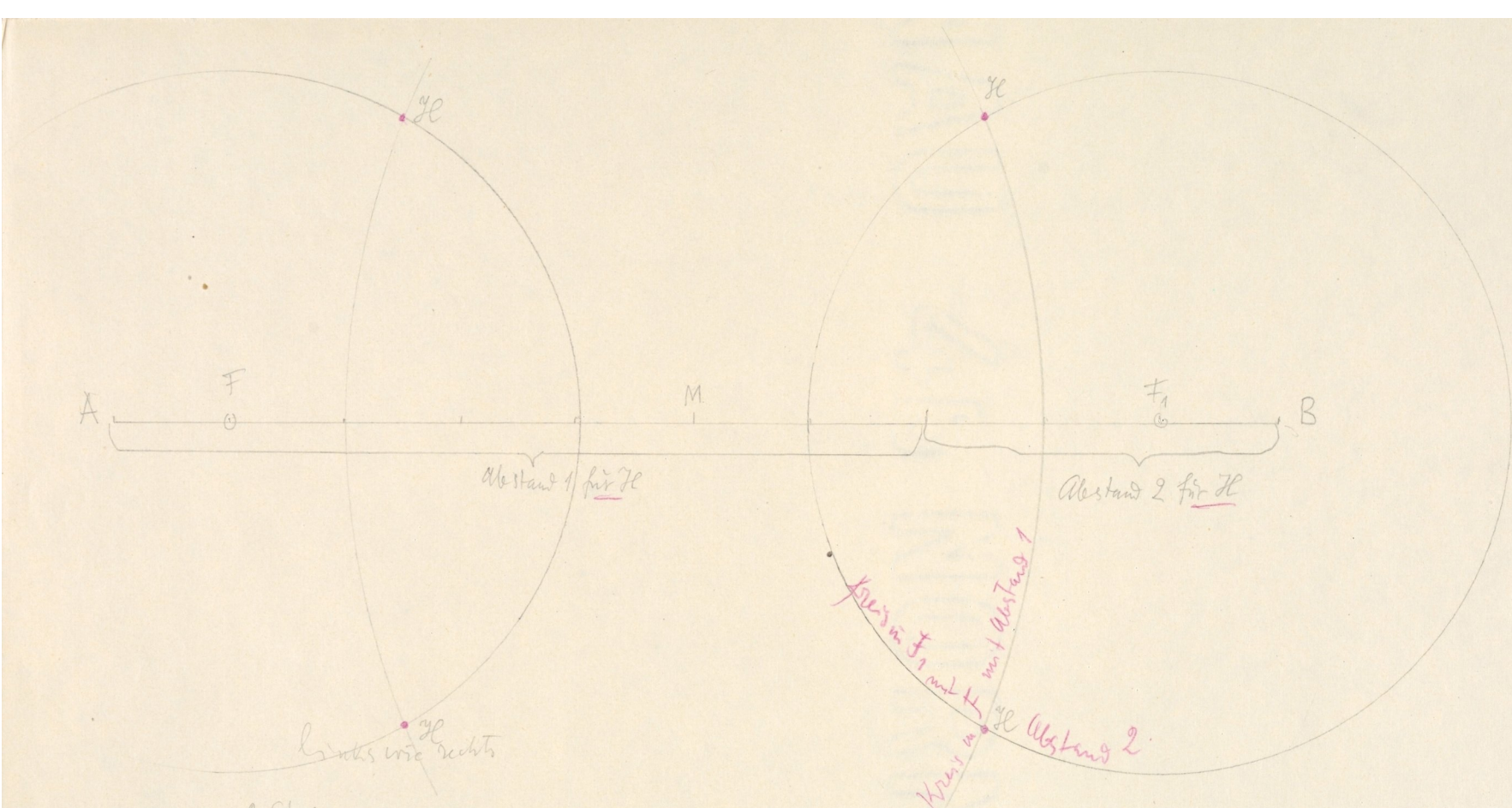
Kreis in F1 mit Abstand 2
(für g)

Kreis in F mit Abstand 1 als Radius

Abstand 1 für g

Abstand 2 für g

2. Stadium



3b

Abstand 1 für H

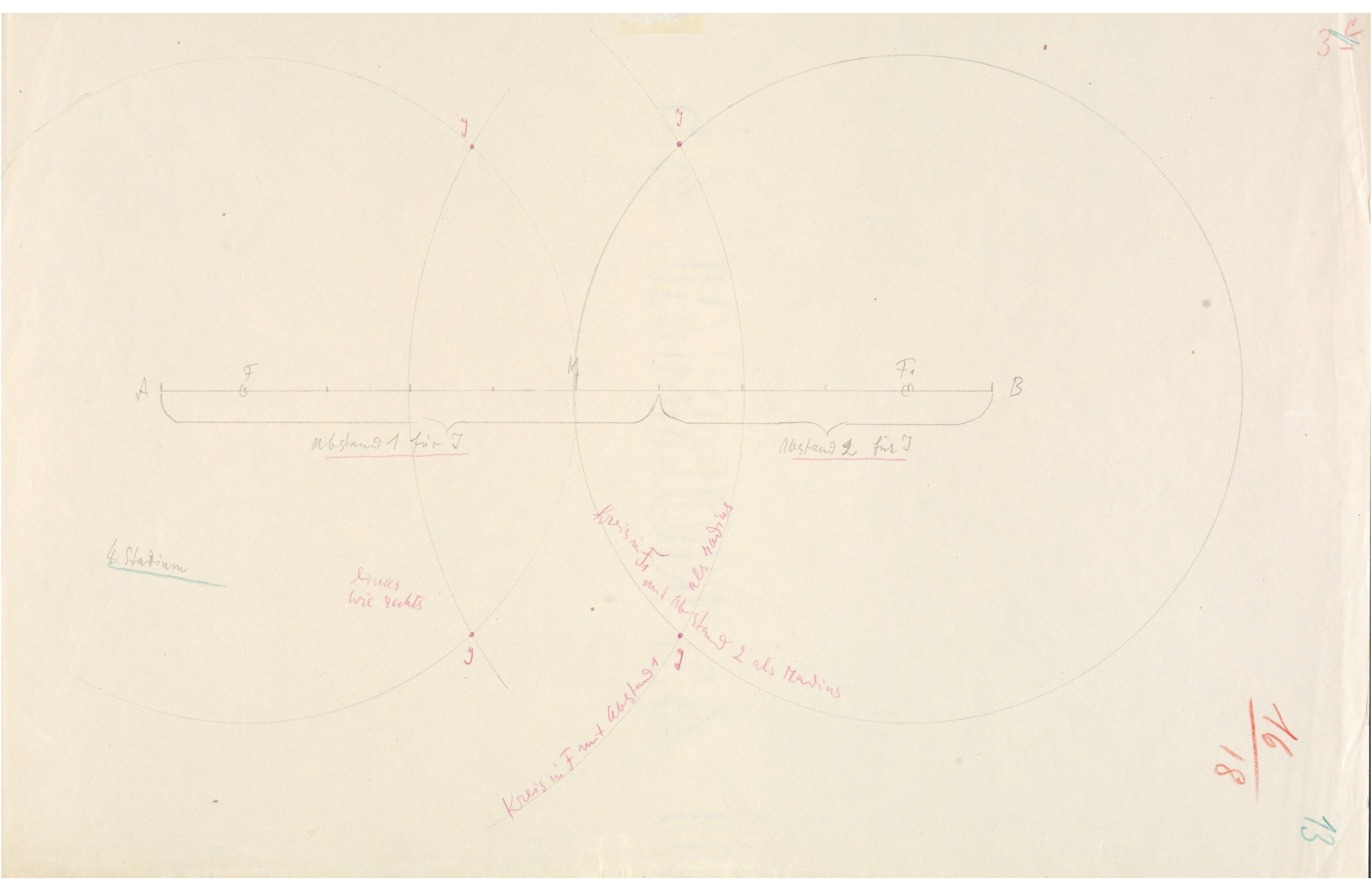
Abstand 2 für H

Kreis in F_1 mit Abstand 2

Kreis in F mit Abstand 1

links wie rechts

3 Stadium



3c

Abstand 1 für J

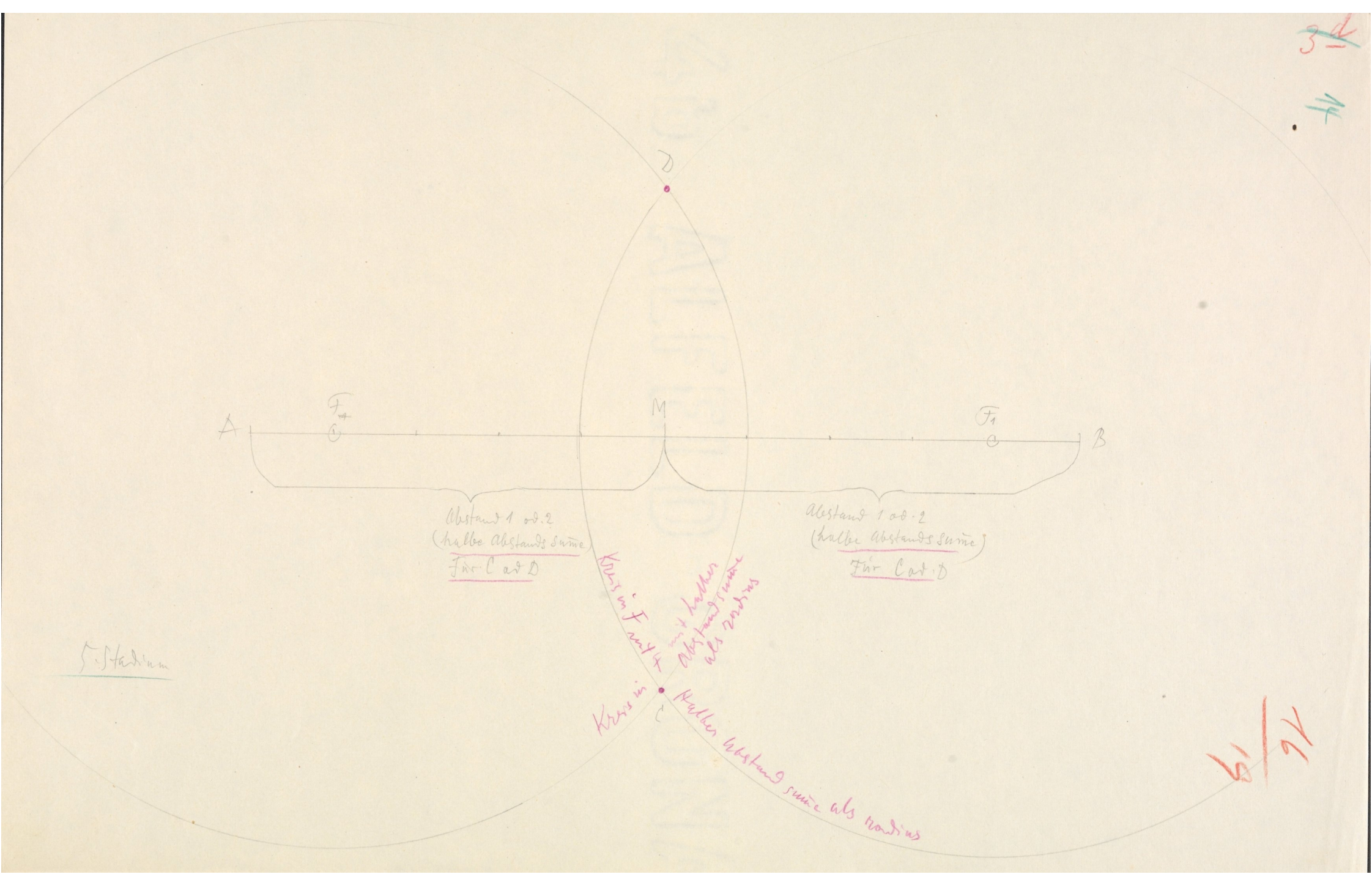
Abstand 2 für J

4 Stadium

links
wie rechts

Kreis in F_1 mit Abstand 2 als Radius

Kreis in F mit Abstand 1 als Radius



~~3d~~

14

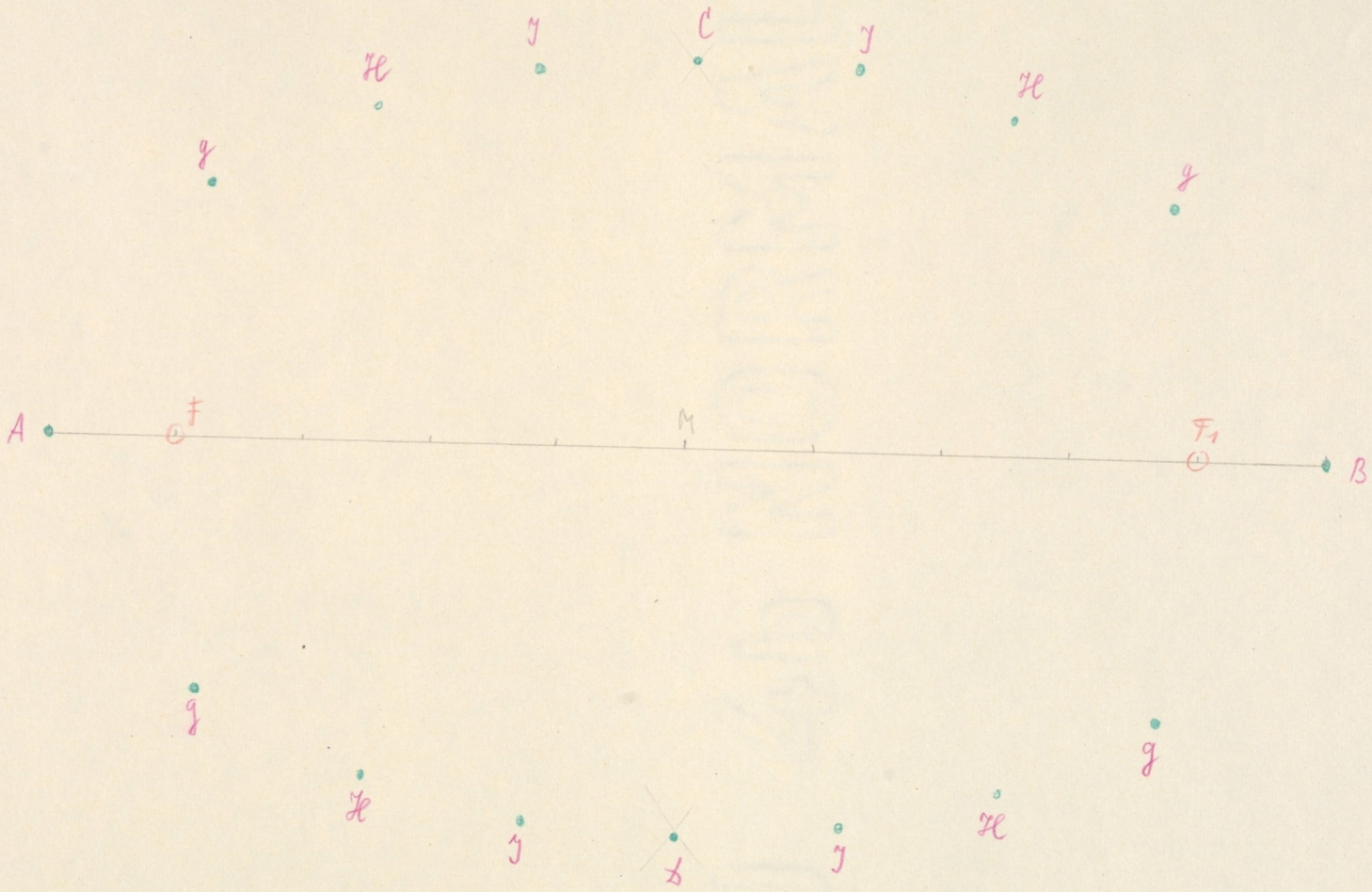
Abstand 1 od. 2
(halbe Abstandssumme)
Für C od D

Abstand 1 od. 2
(halbe Abstandssumme)
Für C od. D

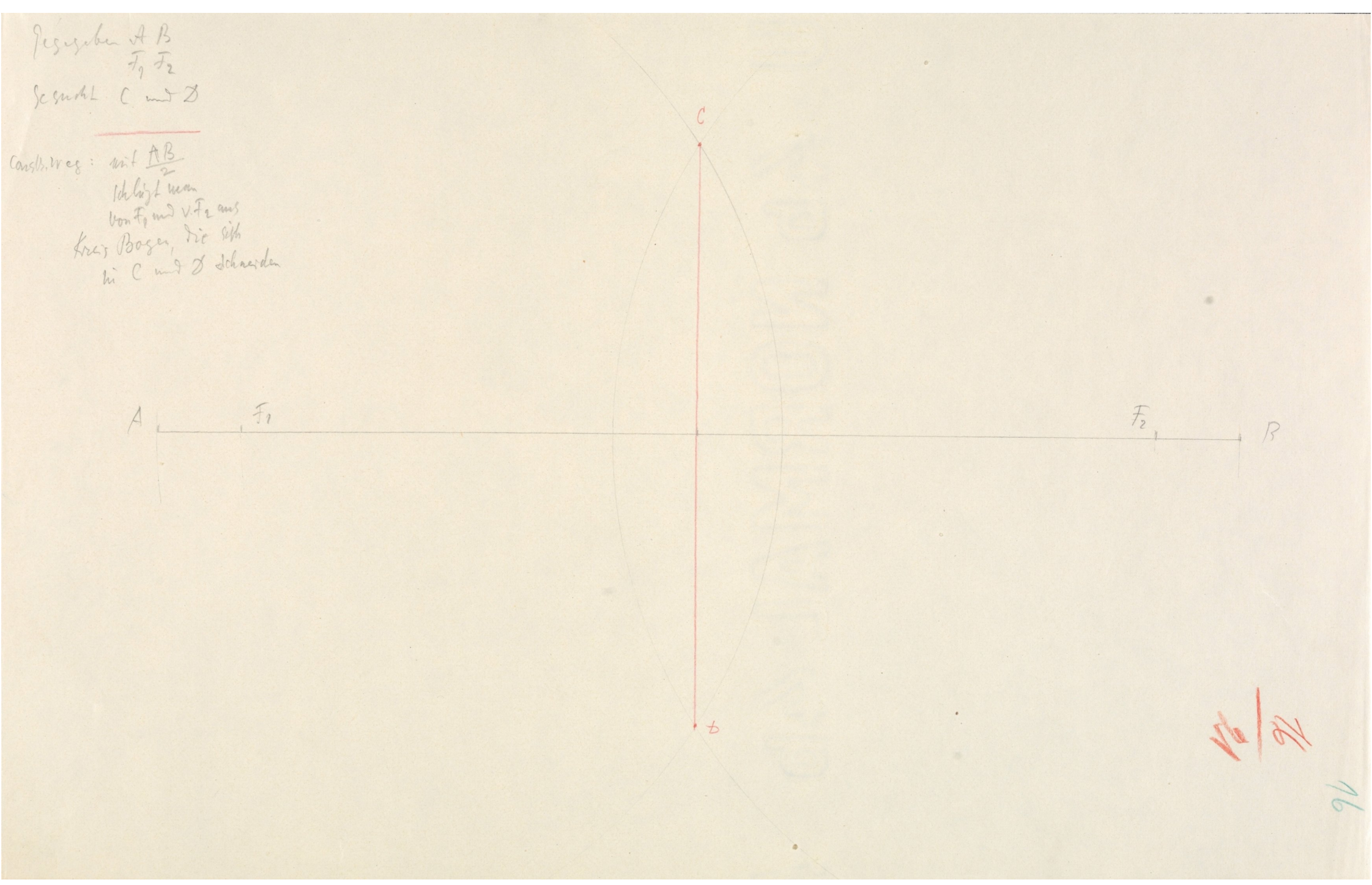
5. Stadium

Kreis in F mit halber
Abstandssumme
als Radius

Kreis in F mit halber Abstandssumme als Radius

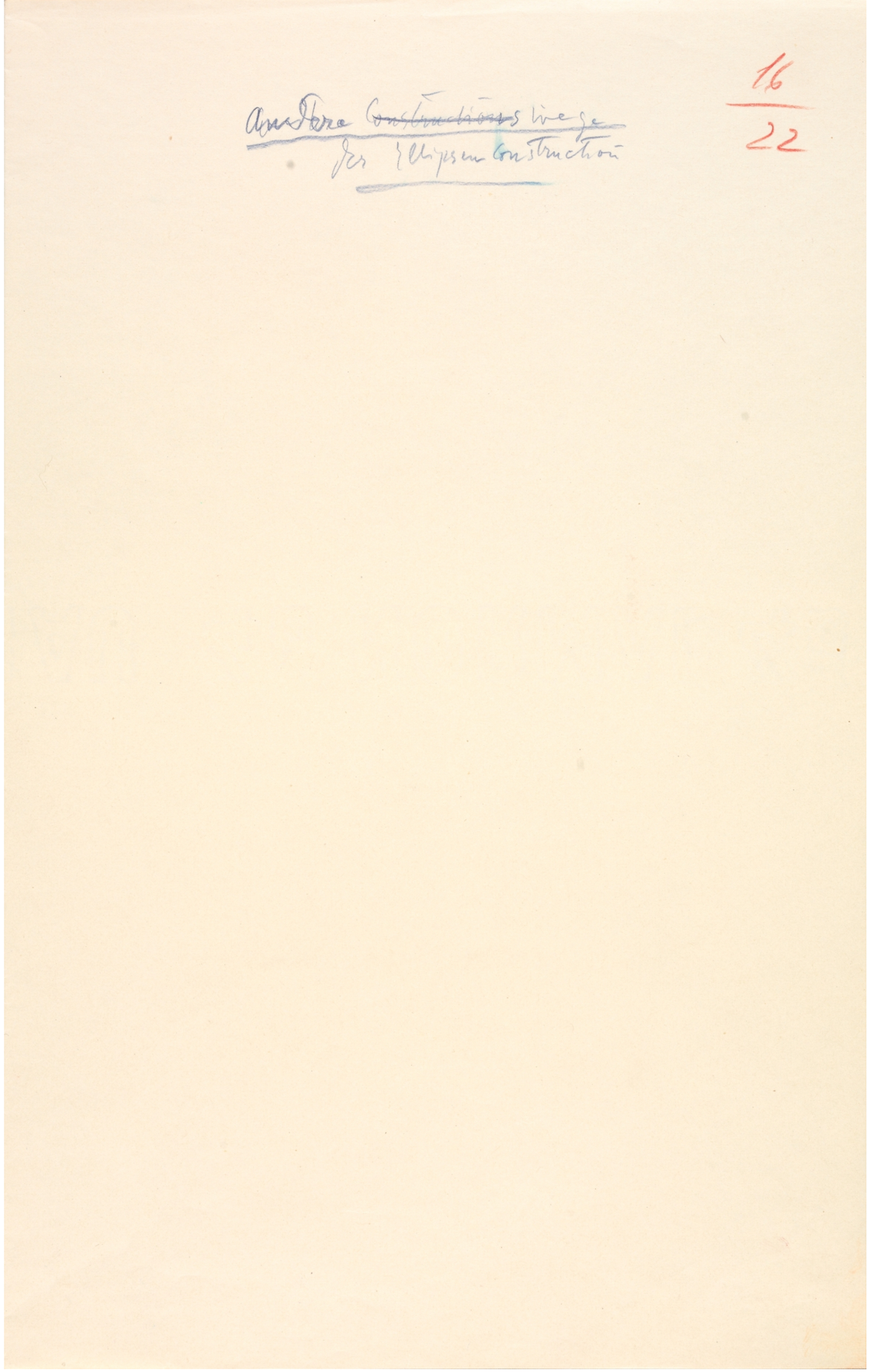


Paul Klee, II.16 Kegelschnitte, BG II.16/26



Gegeben A B
F_1 F_2
Gesucht C und D

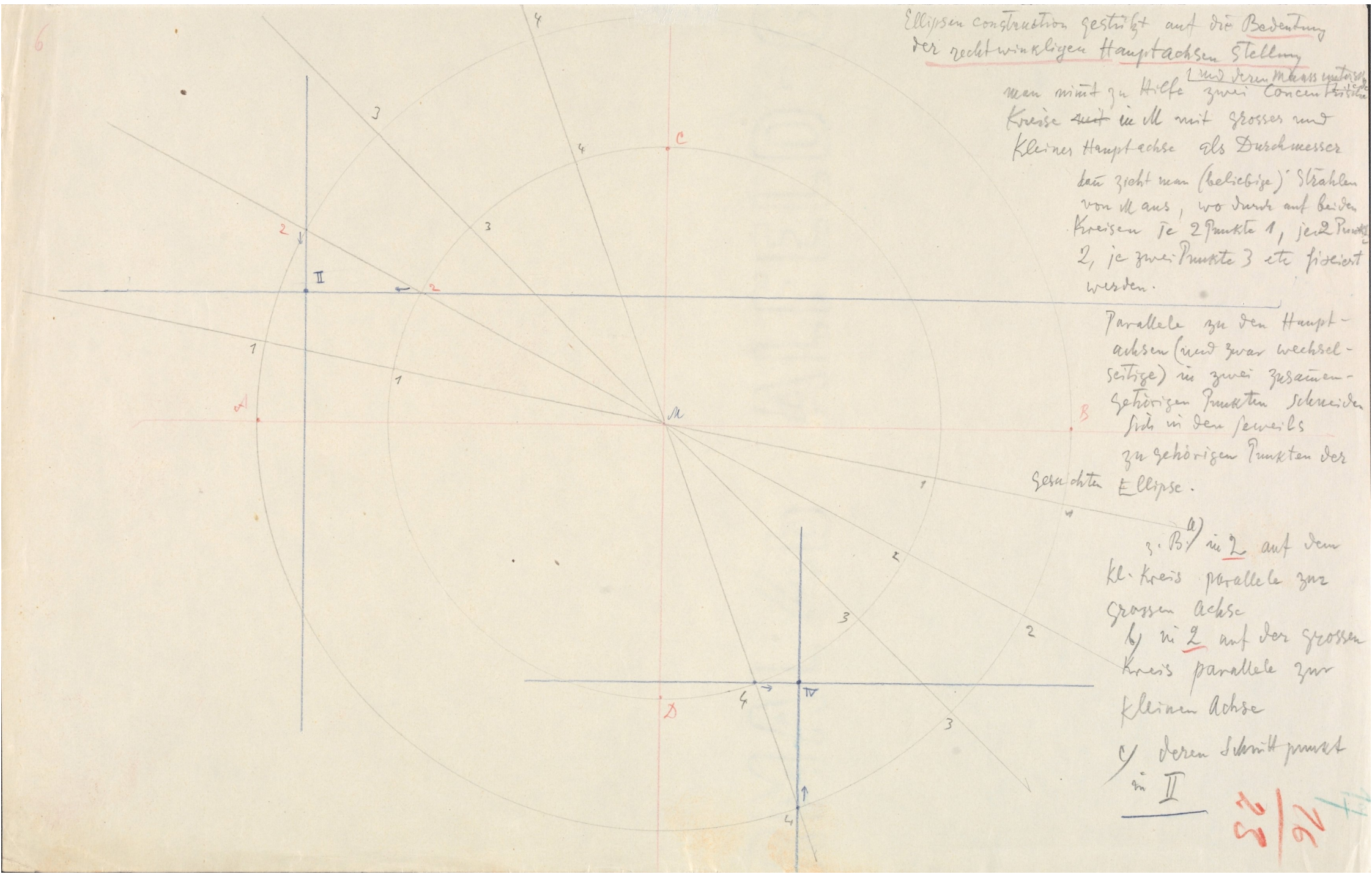
constr. Weg: mit AB/2
schlägt man
von F_1 und v. F_2 aus
Kreis Bogen, die sich
in C und D schneiden



andere wege[1]

der Ellipsenconstruction

[1] ~~Constructions~~wege



Ellipsen construction gestützt auf die Bedeutung der rechtwinkligen Hauptachsen Stellung und deren Maassunterschiede

man nimmt zu Hilfe zwei Concentrische Kreise mit M mit grosser und Kleiner Hauptachse als Durchmesser

dann zieht man (beliebige) Strahlen von M aus, wodurch auf beiden Kreisen je 2 Punkte 1, je 2 Punkte 2, je zwei Punkte 3 etc fixiert werden.

Parallele zu den Hauptachsen (und zwar wechselseitige) in zwei zusammengehörigen Punkten schneiden sich in den jeweils zugehörigen Punkten der gesuchten Ellipse.

z.B. a) in 2 auf dem Kl. Kreis parallele zur grossen Achse

b) in 2 auf der grossen Kreis parallele zur kleinen Achse

c) deren Schnitt punkt in II

6

Ellipsen construction gestützt auf die Bedeutung der rechtwinkligen Hauptachsen stellung und deren Maassunterschiede[1]

man nimmt zu Hilfe zwei Concentrische Kreise[2] in M mit grosser und Kleiner Hauptachse als Durchmesser

dann zieht man (beliebige) Strahlen von M aus, wodurch auf beiden Kreisen je 2 Punkte 1, je 2 Punkte 2, je zwei Punkte 3 etc fixiert werden.

Parallel zu den Hauptachsen (und zwar wechselseitige) in zwei zusammengehörigen Punkten schneiden sich in den jeweils zugehörigen Punkten der gesuchten Ellipse.

z.B. a,[3] in 2 auf dem Kl. Kreis parallele zur grossen Achse

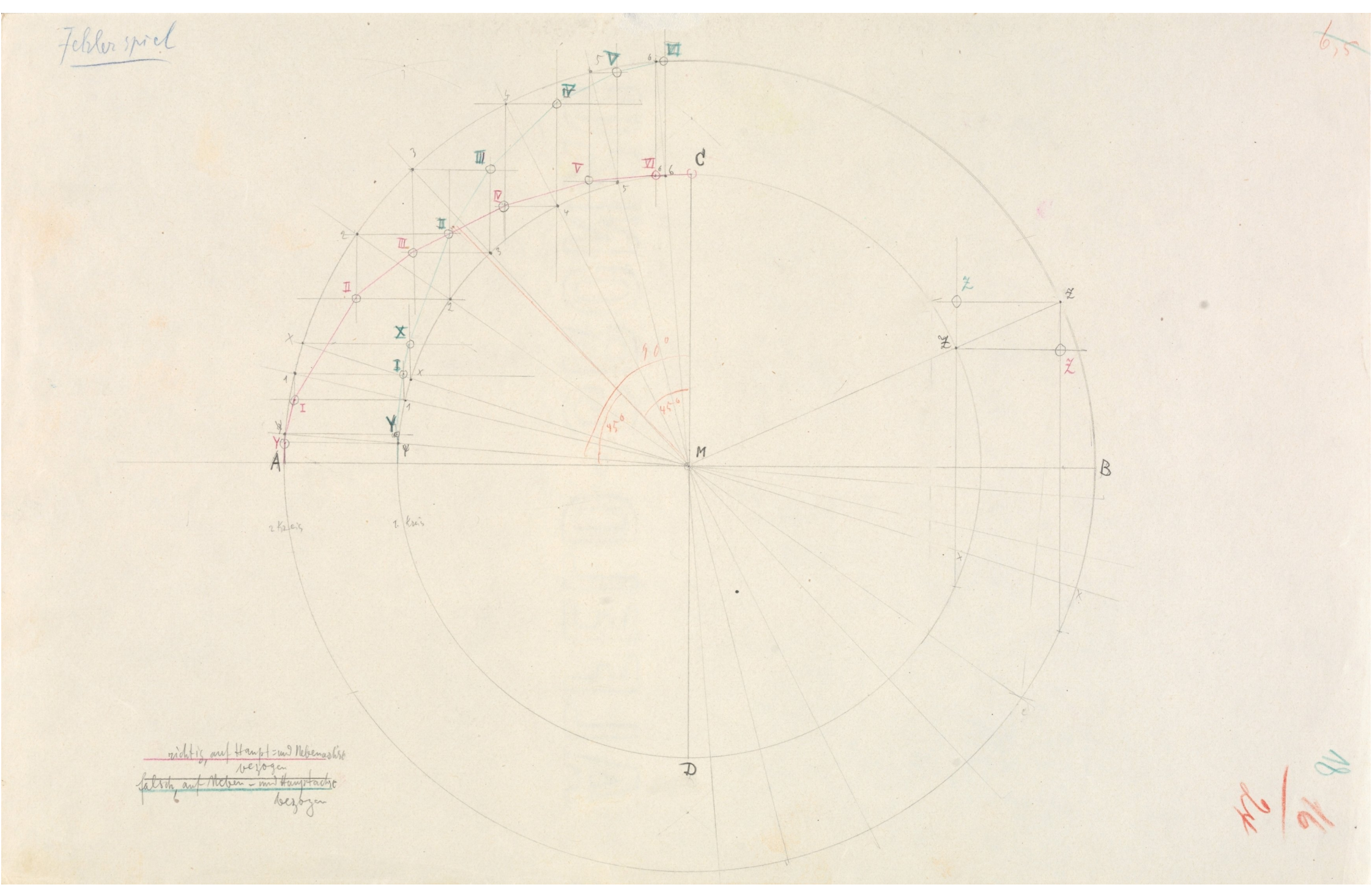
b, in 2 auf der grossen Kreis parallele zur kleinen Achse

c, deren Schnittpunkt in II

[1] Maassuntersch/iede\

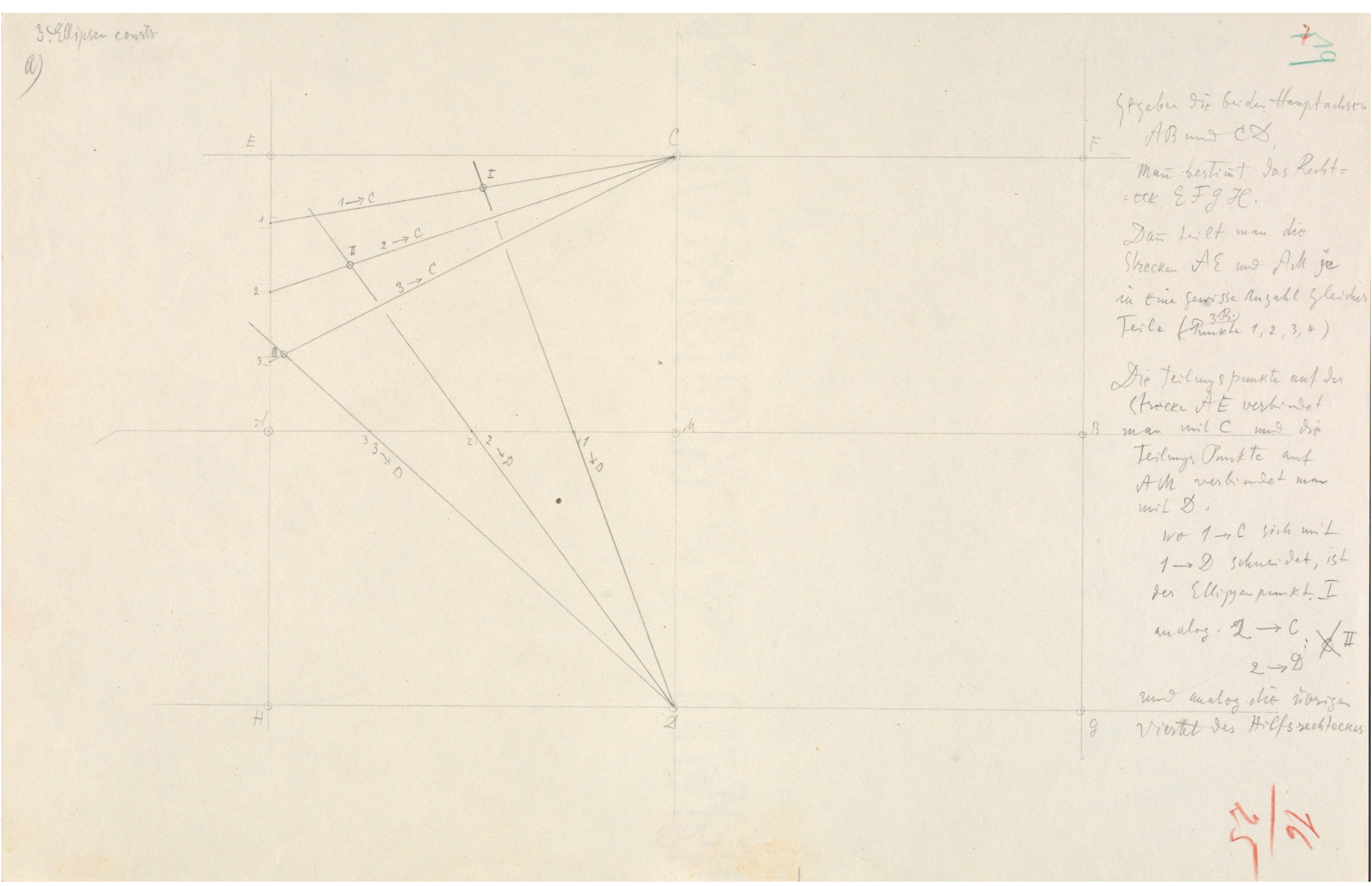
[2] Kreise ~~mit~~

[3] \ a, /



Fehlerspiel 6.5

richtig, auf Haupt- und Nebenachse bezogen
falsch, auf Neben- und Hauptachse bezogen



3. Ellipsen constr.

7 19

a)

Gegeben die beiden Hauptachsen
AB und CD.
Man bestimmt das Recht=
=eck EFGH.
Dann teilt man die
Strecken AE und AM je
in eine gewisse Anzahl gleicher
Teile (zB[1]. Punkte 1, 2, 3, 4)

Die Teilungspunkte auf der
Strecke AE verbindet
man mit C und die
Teilungs Punkte auf
AM verbindet man
mit D.

wo 1 → C sich mit
1 → D schneidet, ist
Ellipsenpunkt I

analog 2 → C

2 → D : II[2]

und analog die übrigen

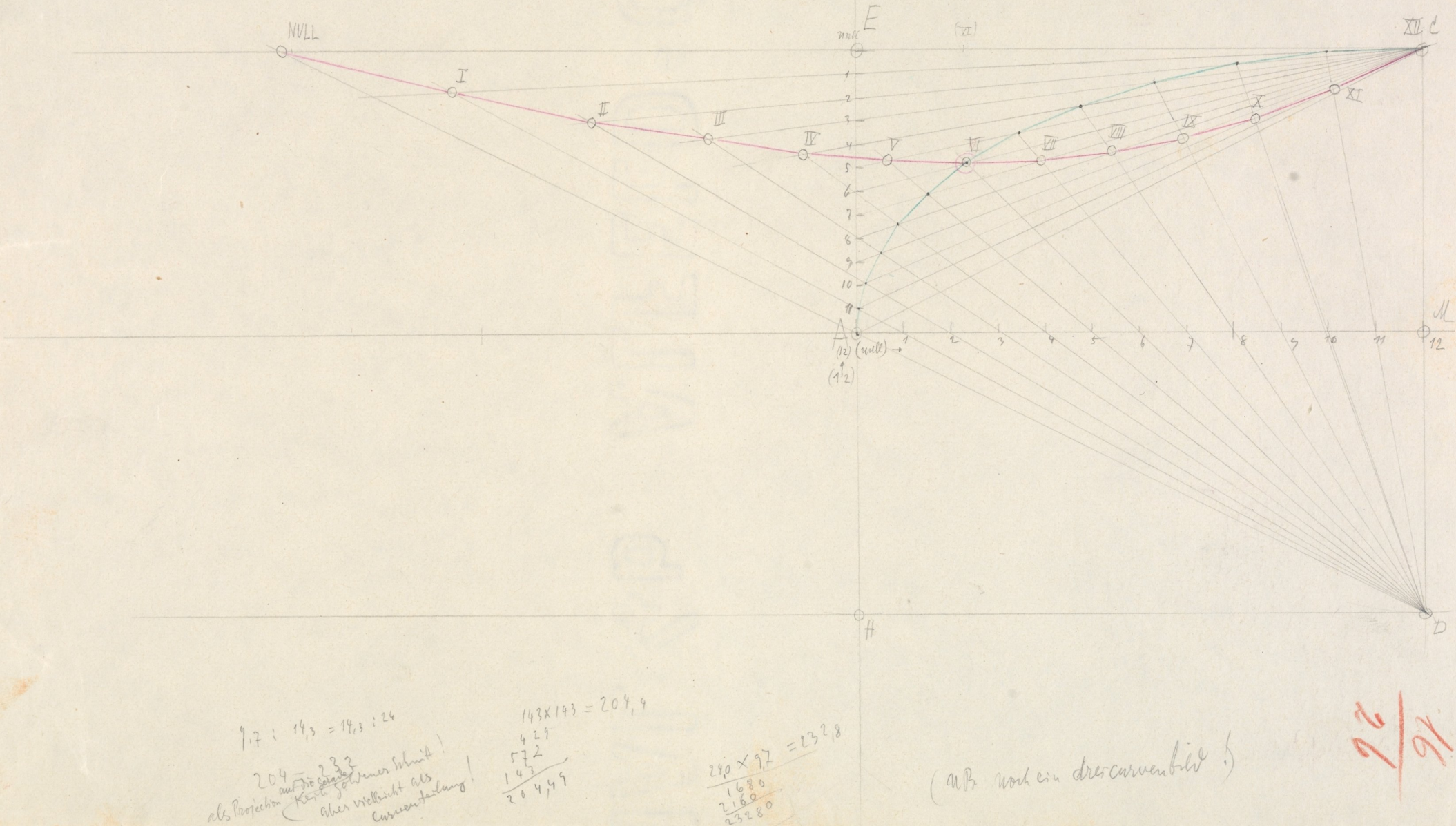
viertel des Hilfsrechteckes

[1] \ zB. /

[2] ∈ II

Ellipsenconstruction 3 a

dazu teilcurve aus (fehlerhafter)
Umkehrung der Punktfolge



8
20

Ellipsenconstruction 3 a
dazu teilcurve aus (fehlerhafter)
Umkehrung der Punktfolge

als Projection auf die Gerade[1] Kein goldener Schnitt!
aber vielleicht als
Curventeilung!

(NB noch ein dreicurvenbild!)

[1] \ auf die Gerade /

3. Ellipsenconstr.

b)

auf der Hauptachse AB operierend:

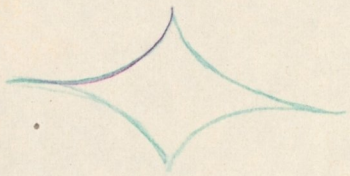
man teilt CF und CM ein

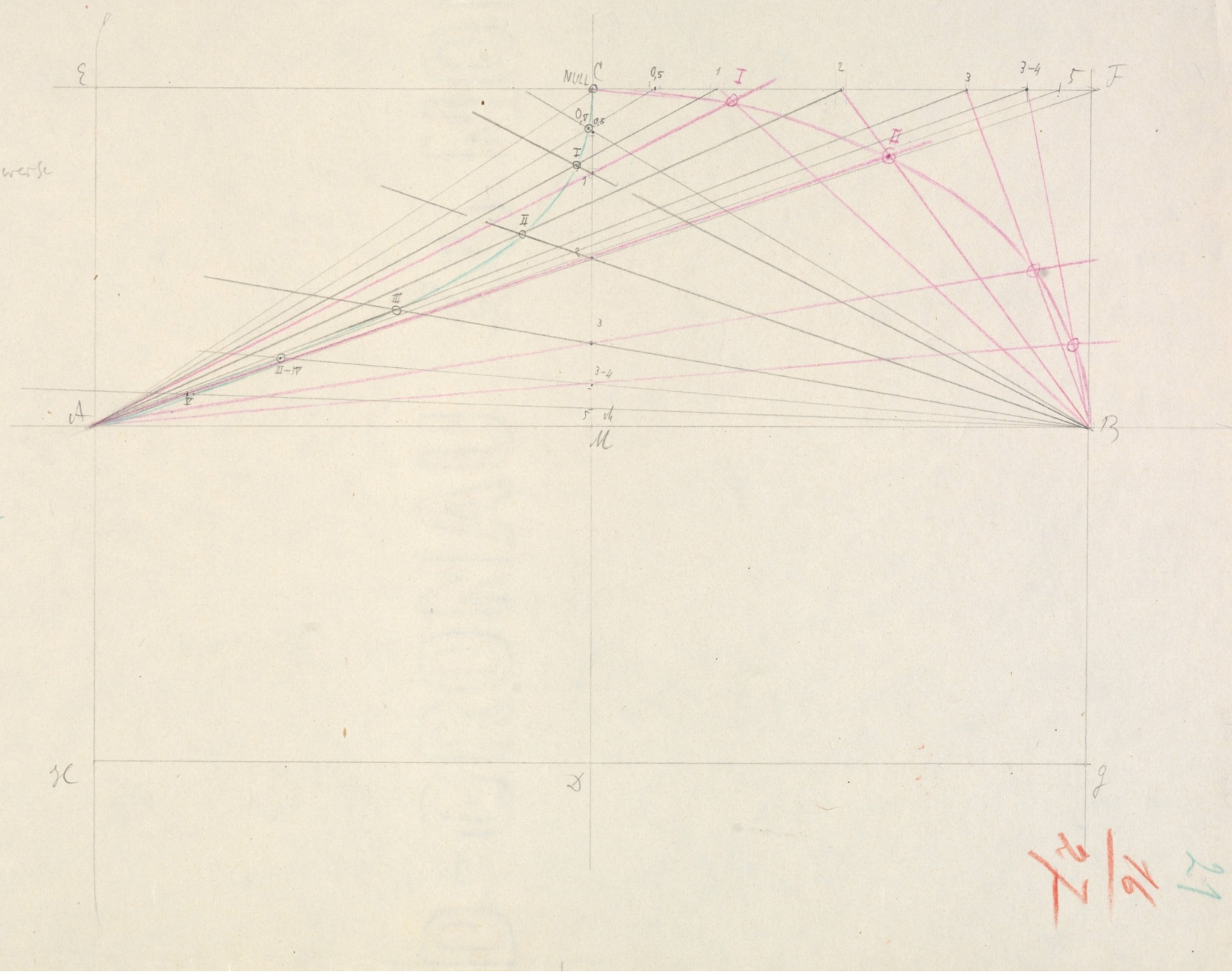
und zieht die Strahlen

nach B und A beziehungsweise

(rot!)

die schwarzen Strahlenschnitte sind
falsch bezogen ergeben
eine Ellipse als Division?





3. Ellipsenconstr. 9

b,

auf der Hauptachse AB operierend:

man teilt CF und CM ein

und zieht die Strahlen

nach B und A[1] beziehungsweise

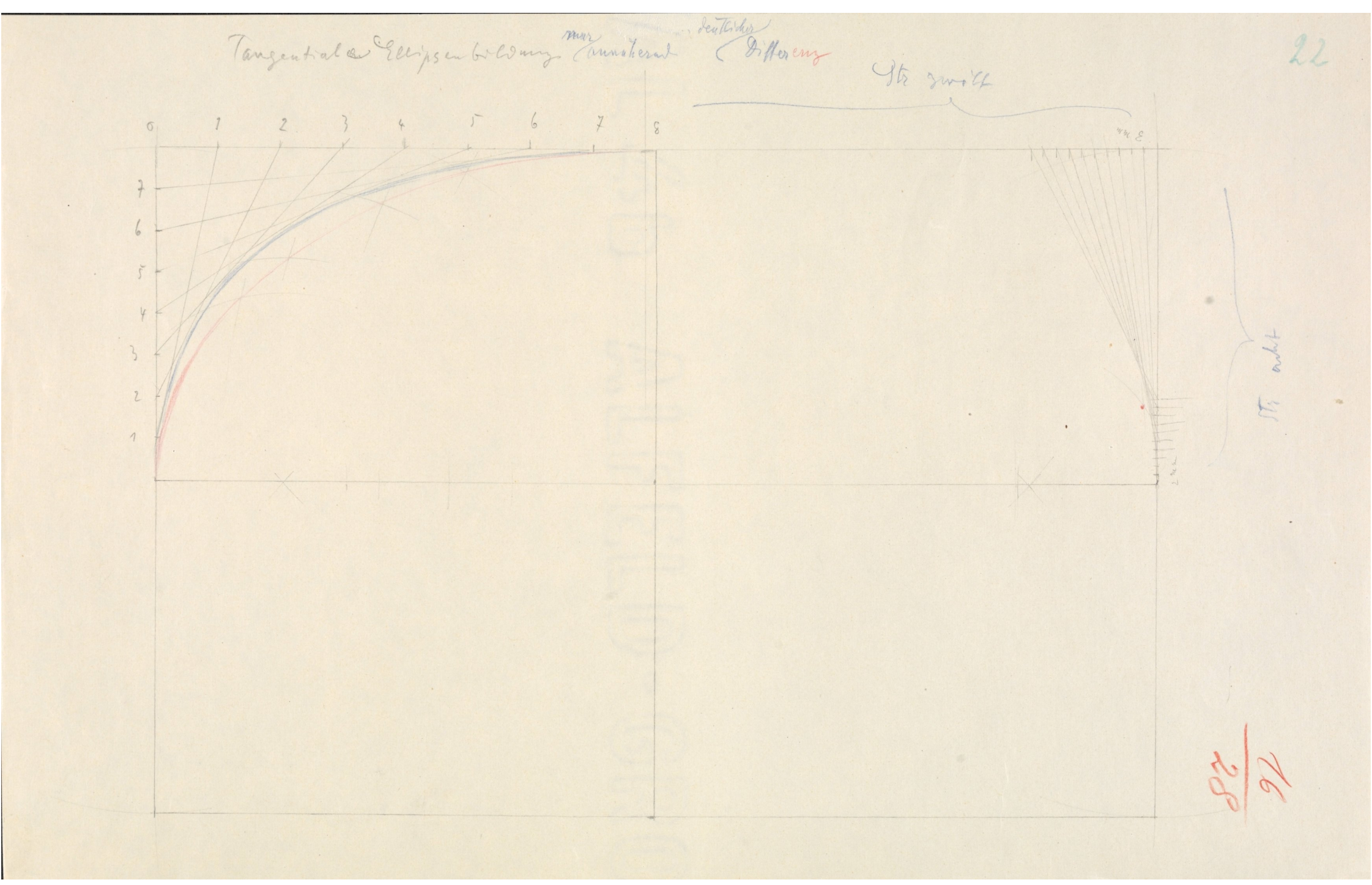
(rot!)

die schwarzen Strahlenschnitte[2] sind
falsch bezogen ergeben
eine Ellipse als Division?

21

[1] *darunter* A und B

[2] Strahlen\=schnitte/



Tangential Ellipsenbildung nur[1] annähernd deutlicher[2] Differenz 22

Str zwölf

Str acht

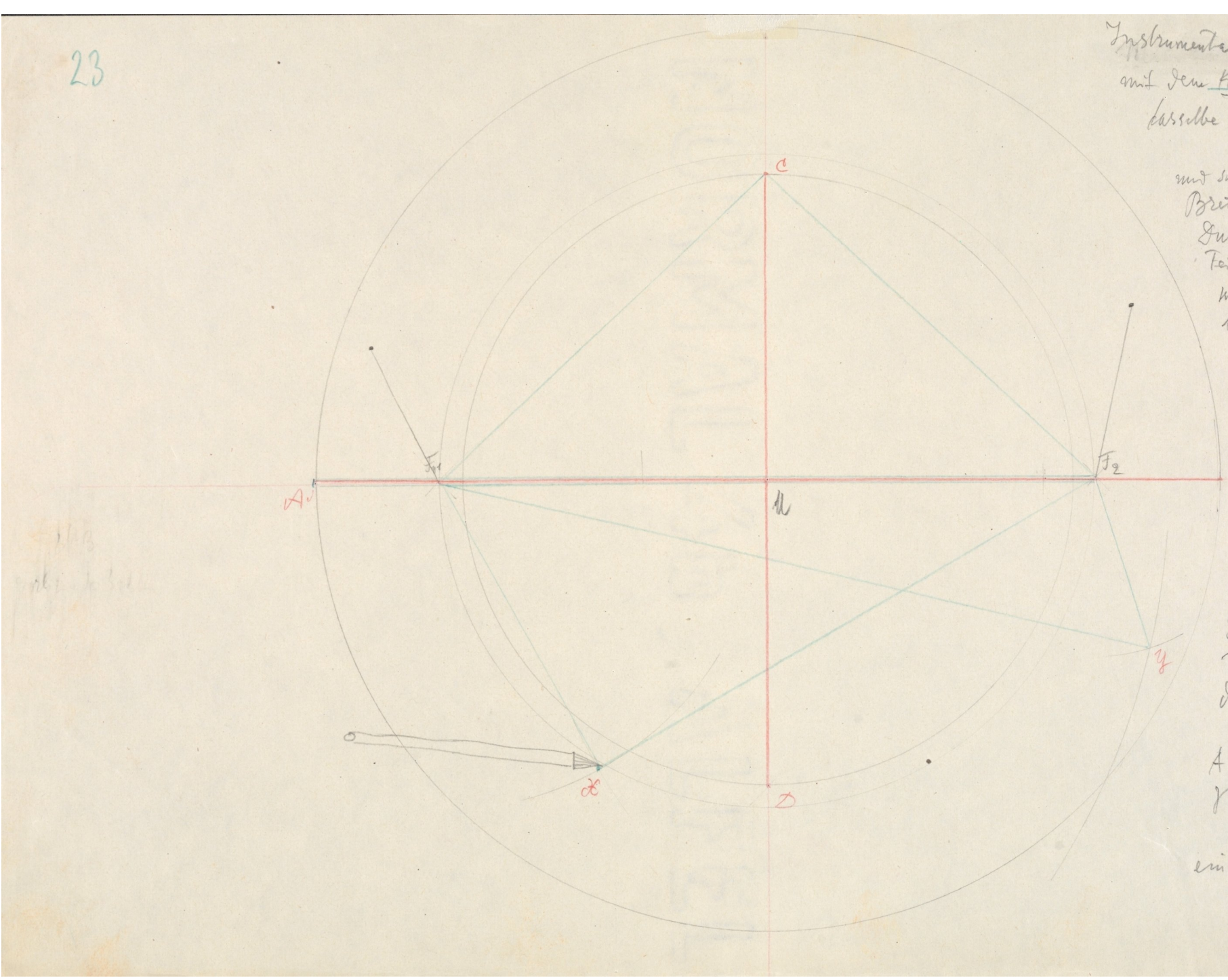
[1] \ nur /

[2] \ deutlicher /

16
29

Instrumentale Constructionen
der Ellipse

Instrumentale Constructionen
der Ellipse



Instrumentale Ellipsenconstruction
mit dem Kreisband
dasselbe misst $2 \times AF_2$
oder $2 \times BF_1$
und schlingt sich um die Nadeln in den Brennpunkten. Es ist umfänglich als maass fest.
Durch die Nadeln wird der Teil $F_1 F_2$ des Bandes maasslich stabilisiert während die übrigen Teile beim Einhacken und beim gespannten Bewegen des Stiftes beweglich sind, aber summiert immer innerhalb des Bereichs der Abstandssumme verbleiben.

An den überwiegenden Stellen x und y bildet das gespannte Band ein Dreieck aus der festen Seite $F_1 F_2$ und aus zwei Beweglichen Seiten deren Summe = AB

Im Falle des Punktes A od. B fällt das Dreieck zur geraden zusammen bei C und D ist es ein gleichschenkliges Dreieck

23

Instrumentale Ellipsenconstruction
mit dem Kreisband
dasselbe misst 2 x AF_2
oder 2 x BF_1
und schlingt sich um die Nadeln in den Brennpunkten. Es ist umfänglich als Maass fest.
Durch die Nadeln wird der Teil F_1 F_2 des Bandes maasslich[1] stabilisiert während die übrigen Teile beim Einhacken und beim gespannten Bewegen[2] des Stiftes beweglich sind, aber summiert[3] immer innerhalb des Bereichs[4] der Abstandssumme verbleiben.

An den überwiegenden Stellen x und y[5] bildet das gespannte Band ein Dreieck aus der festen Seite F_1 F_2 und aus zwei Beweglichen Seiten deren Summe = AB

Im Falle des Punktes A od. B fällt das Dreieck zur geraden zusammen bei C und D ist es ein gleichschenkliges Dreieck

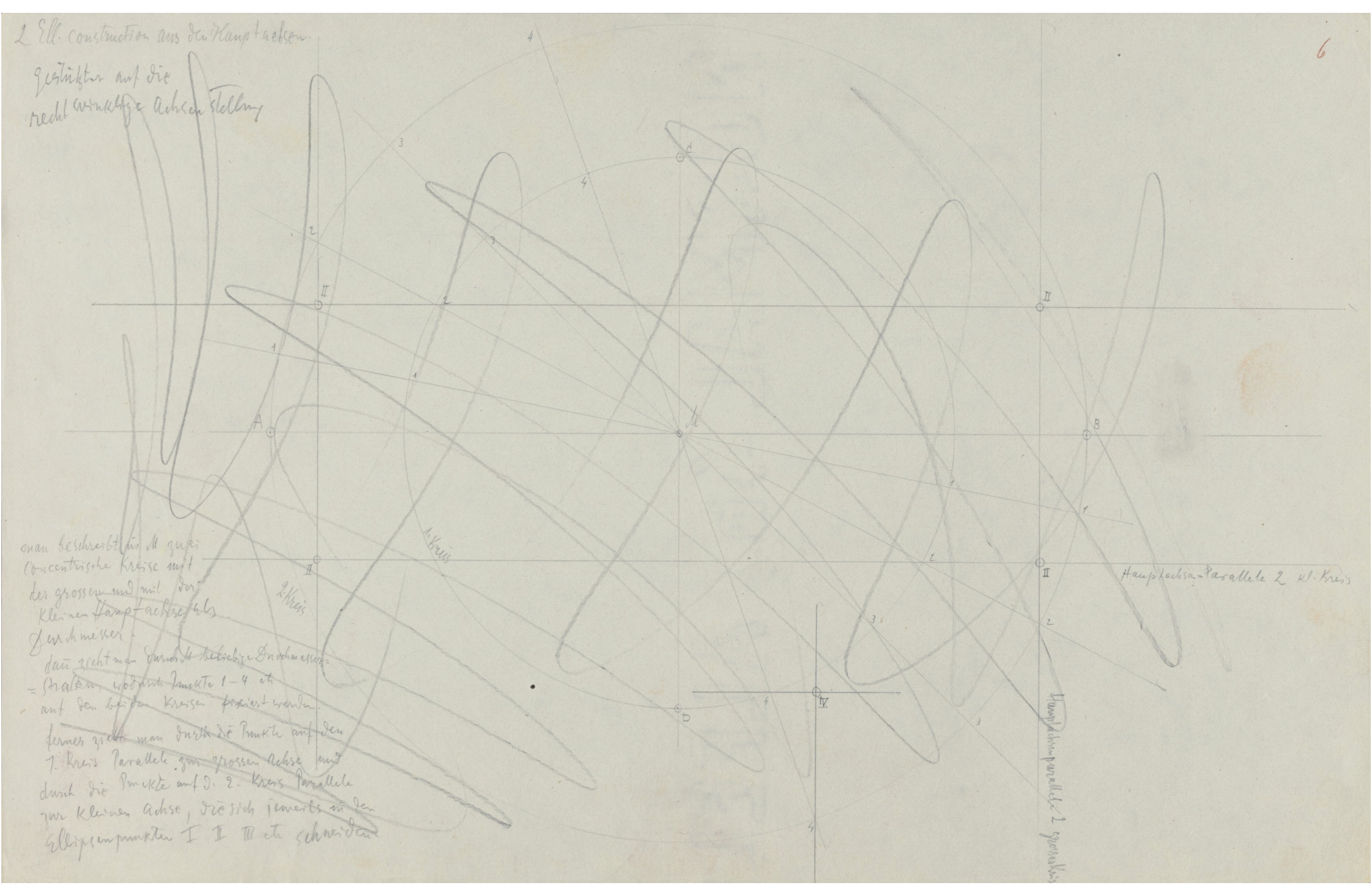
[1] \ maasslich /

[2] / und beim gespannten Bewegen \

[3] \ summiert /

[4] \ des Bereichs /

[5] \ x und y /



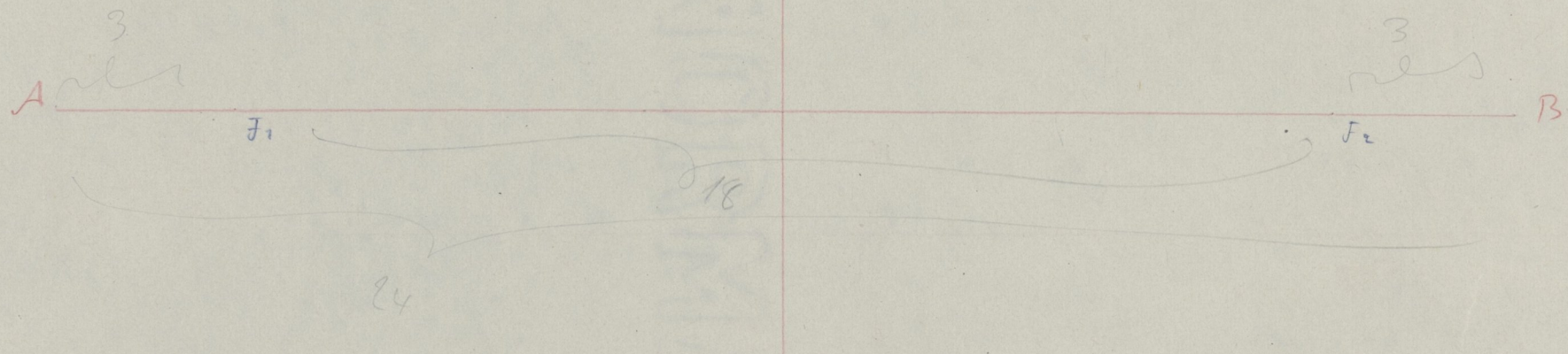
2. Ell. construction aus den Hauptachsen[1] 6
gestützt auf die
rechtwinklige Achsenstellung

man beschreibt in M zwei concentrische Kreise mit der grossen und mit der Kleinen Hauptachse als Durchmesser.
dann zieht man durch M beliebige Druchmesser= = Strahlen, wodurch Punkte 1-4 etc auf den beiden Kreisen fixiert werden.
ferner zieht man durch die Punkte auf den 1. Kreis Parallele zur grossen Achse und durch die Punkte auf d. 2. Kreis Parallel zur kleinen Achse, die sich jeweils in den Ellipsenpunkten I II III etc schneiden.

1. Kreis
2. Kreis
Hauptachsen-Parallele 2 kl. Kreis
Hauptachsenparallele 2 grosser Kreis

[1] *Blatt durchgestrichen*

Zahlenbeispiel
Zur instrumentalen Ellipsenconstruction
mit dem Kreisband



z. B. Maasse

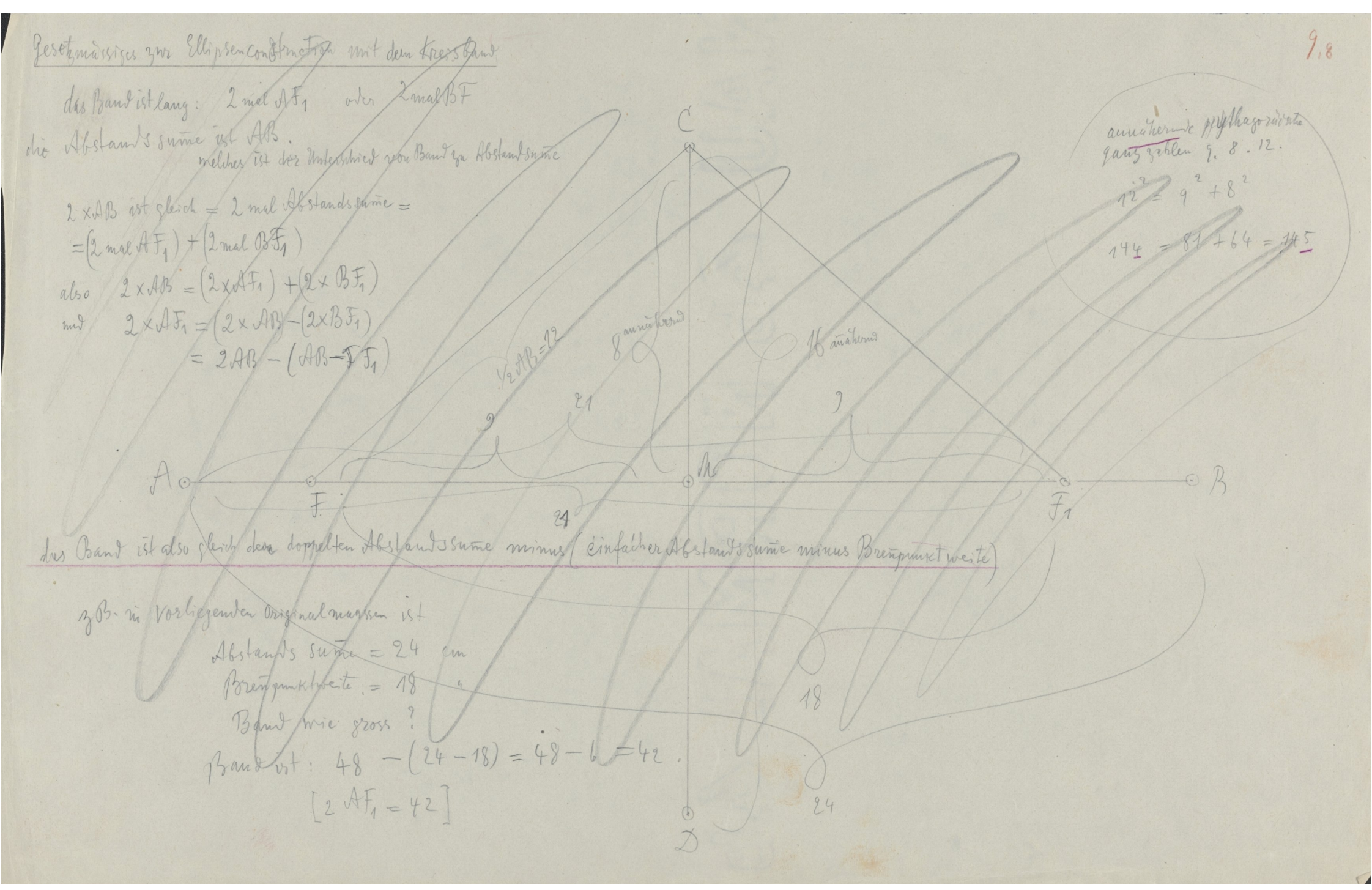
c, AB = 24 — 24

b, $F_1F_2 = 18$ (fix!)

d, $CF_1 = 12$ $CF_2 = 12$

a, fix: $2 \times AF_2 = 42$

innerhalb 42 bleibt 18 fix minus 42 18/24
beweglich bleibt in 2 Componenten 24
im Spezialfall 12 + 12



[1]Gesetzmässiges zur Ellipsenconstruction mit dem Kreisband 9,8

das Band ist lang: 2 mal AF_1 oder 2 mal BF

die Abstandssumme ist AB

welches ist der Unterschied von Band zu Abstandsumme

2 x AB ist gleich = 2 mal Abstandssumme =

=(2 mal A F_1) + (2 mal BF_1)

also 2 x AB = (2 x AF_1) + (2 x BF_1)

und 2 x AF_1 = (2 x AB) − (2 x BF_1)

= 2 AB − (AB − FF_1)

annähernd pythagoräische Ganz zahlen 9. 8. 12

annähernd annähernd

das Band ist also gleich den doppelten Abstandssumme minus (einfacher Abstandssumme minus Brennpunktweite)

zB. im vorliegenden Originalmaassen ist

Abstands summe = 24 cm

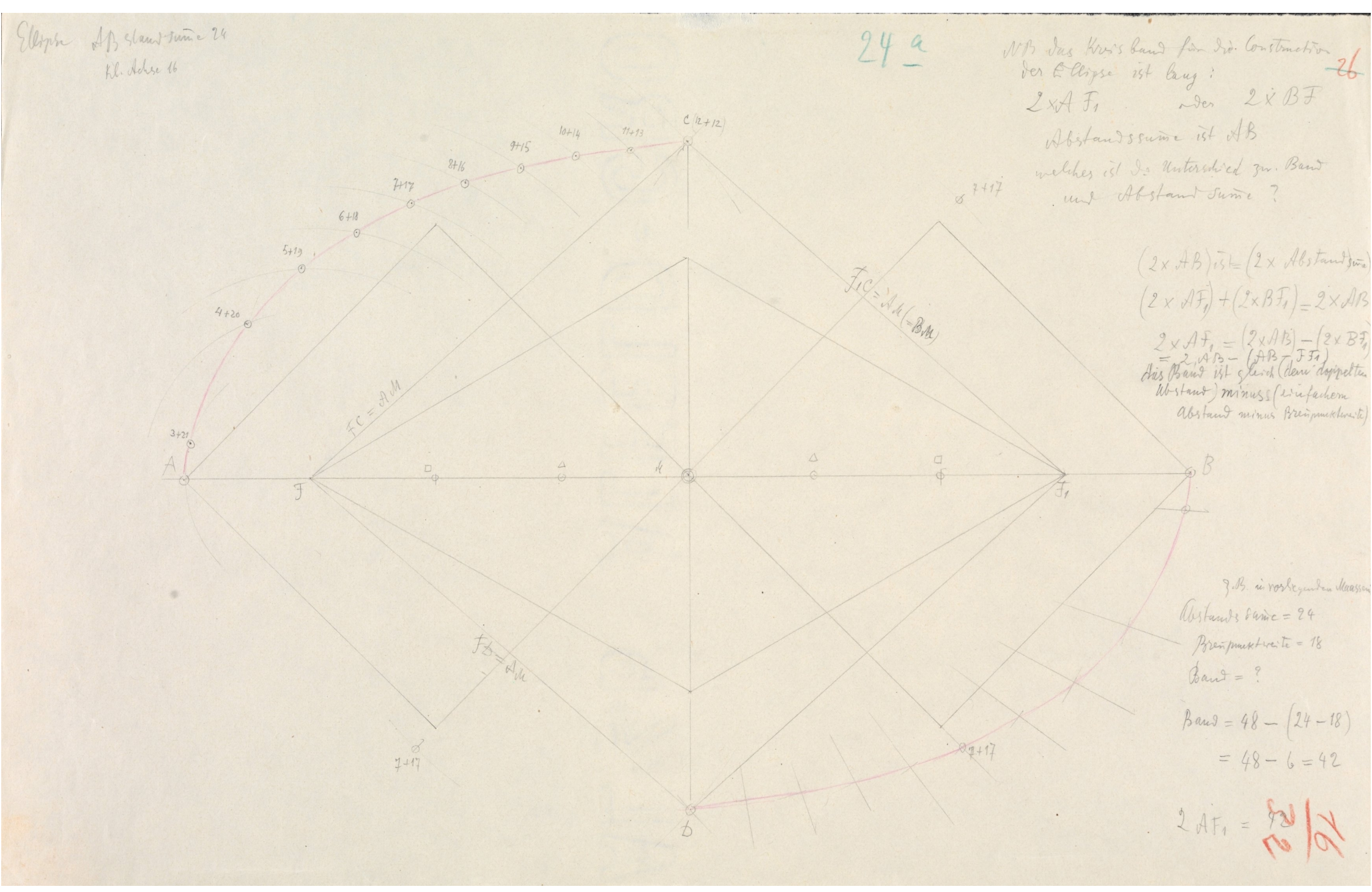
Brennpunktweite = 18

Band wie gross=?

Band ist: 48 − (24 − 18) = 48 − 6 = 42

[2 AF_1 = 42]

[1] *Seite durchgestrichen*



Ellipse Abstandsumme
Kl. Achse 16

24a

NB das Kreisband für die Construction
der Ellipse ist lang: ~~26~~
$2 \times AF_1$ oder $2 \times BF$
Abstandssumme ist AB
welcher ist d. Unterschied zw. Band
und Abstandsumme?

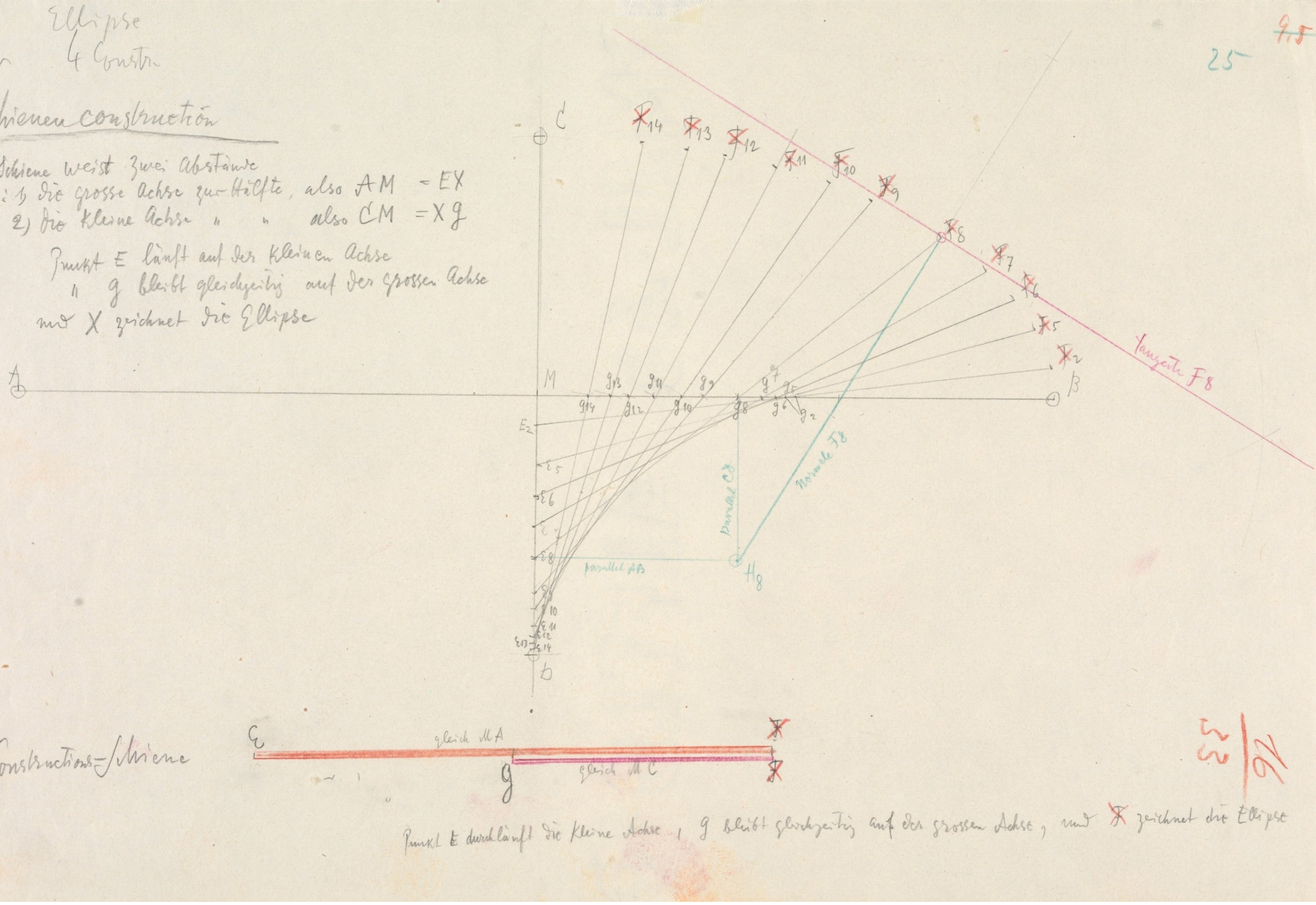
(2 x AB) ist = (2 x Abstandsumme)
$(2 \times AF_1) + (2 \times BF1) = 2 \times AB$
$2 \times AF_1 = (2 \times AB) - (2 \times BF_1)$
$= 2\ AB - (AB - FF_1)$
das Band ist gleich (dem doppelten
Abstand) minus (einfachem
Abstand minus Brennpunktweite)

z.B. in vorliegenden Maassen:
Abstandssumme = 24
Brennpunktweite = 18
Band = ?

Band = 48 – (24 – 18)

= 48 – 5 = 42

2 AF1 = 42



Ellipse

4 Constr.

~~9.5~~

25

Schieneconstruction

die Schiene weist zwei Abstände
auf: 1, die grosse Achse zur Hälfte, also AM = EX
2, die kleine Achse „ „ also CM = XG

Punkt E läuft auf der kleinen Achse

„ G bleibt gleichzeitig auf der grossen Achse

und X zeichnet die Ellipse

tangente F8

normale F8

parallel C8

parallel AB

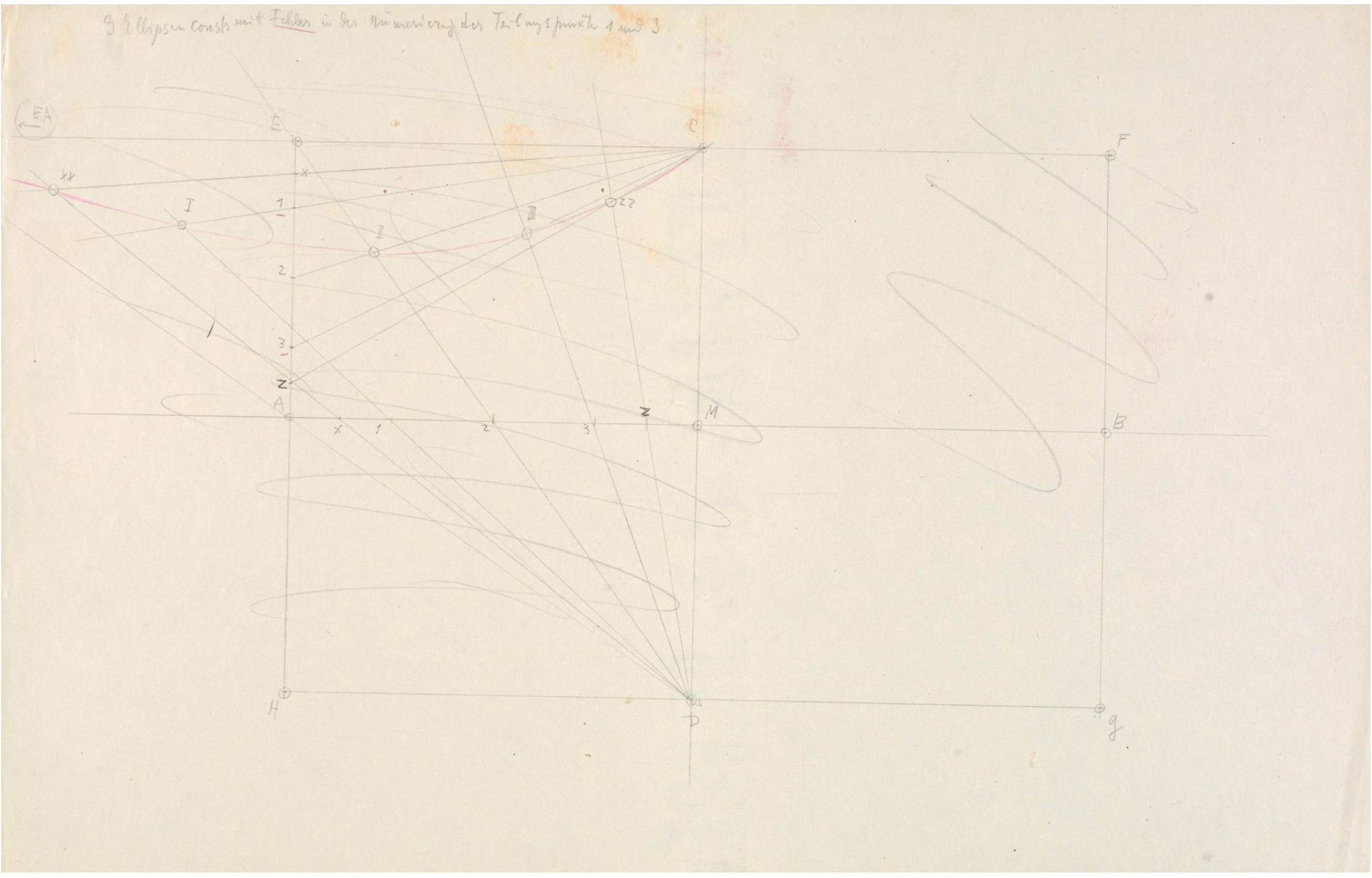
gleich MA

Constructios-Schiene

gleich MC

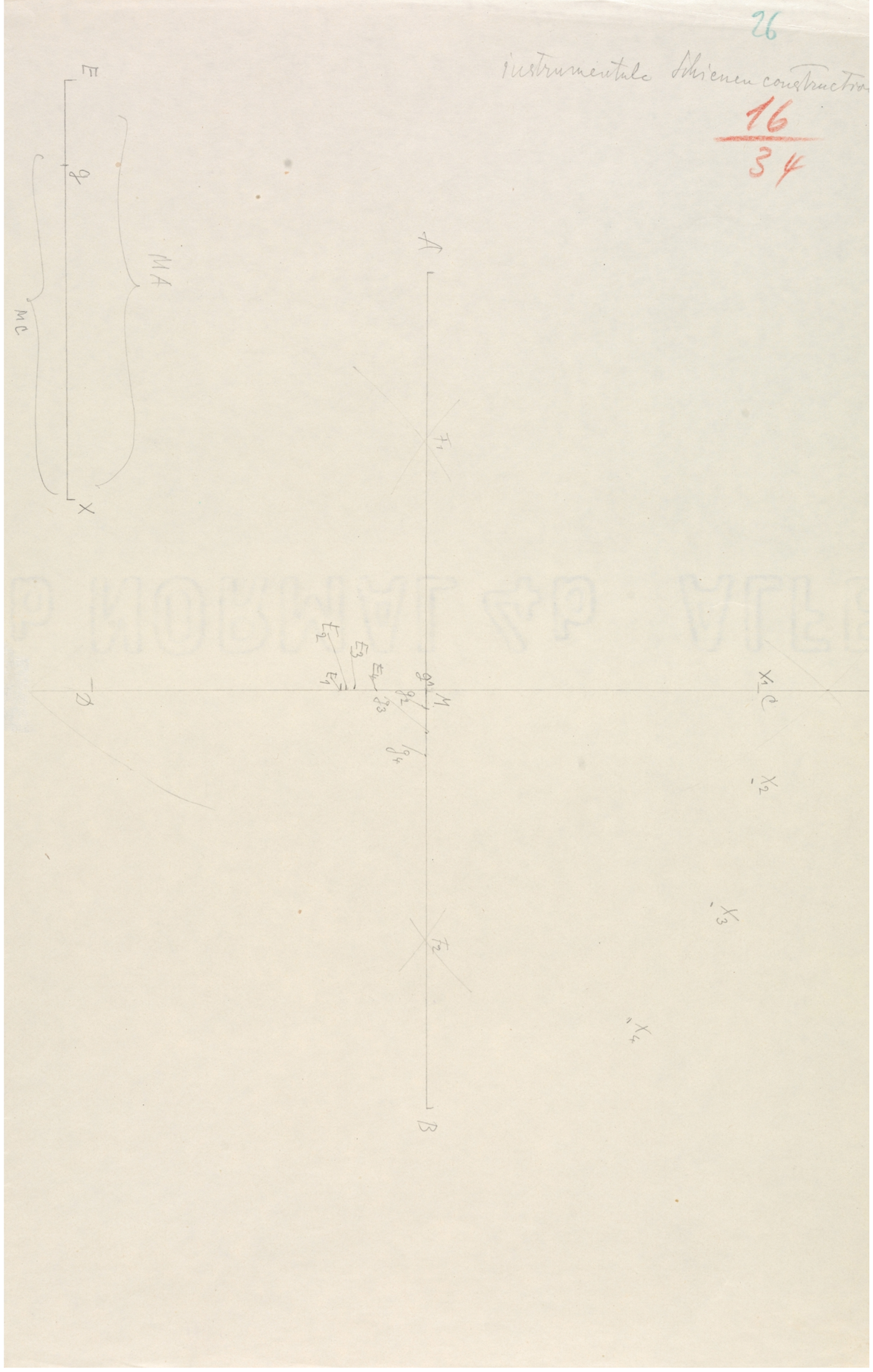
Punkt E durchläuft die kleine Achse, G bleibt gleichzeitig auf der grossen Achse, und X[1] zeichnet die Ellipse

[1] *darunter* F



3 Ellipsen constr. mit Fehler in der Nummerierung der Teilungspunkte 1 und 3

instrumentale Schienenconstruction



16
35

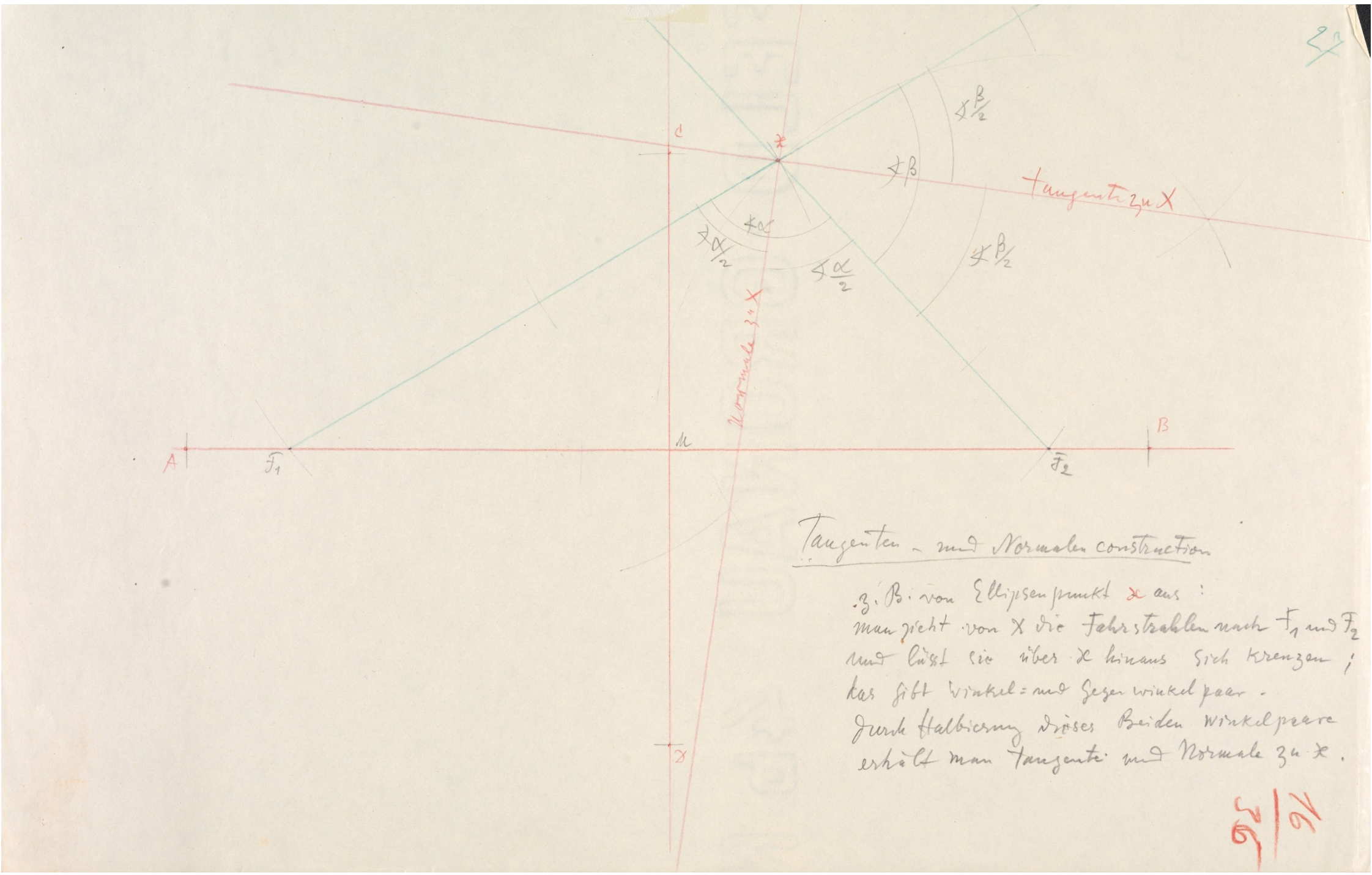
Conugierte Durchmesser
der Ellipse und
Ellipsen Construction auf
Grund der selben

Conugierte Durchmesser

der Ellipse und

Ellipsen Construction auf

Grund der selben



Tangenten - und Normalen construction

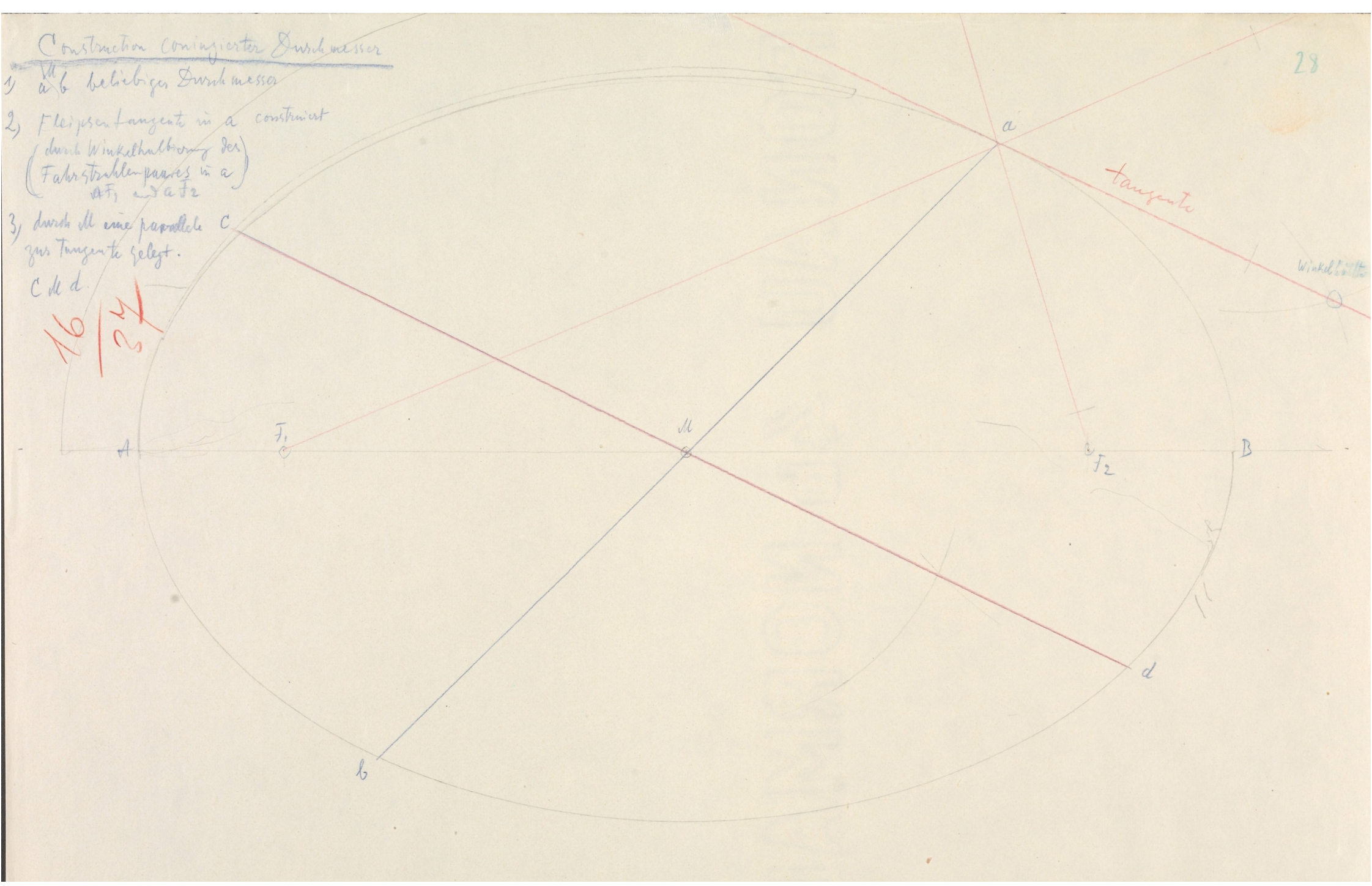
z. B. von Ellipsenpunkt x aus:
man zieht von X die Fahrstrahlen nach F_1 und F_2
und lässt sie über x hinaus sich kreuzen;
das gibt Winkel= und Gegenwinkelpaar.
durch Halbierung dieser Beiden Winkelpaare
erhält man Tangente und Normale zu x.

tangente zu X

normale zu X

Tangenten- und Normalen construction

z. B. von Ellipsenpunkt x aus:
man zieht von X die Fahrstrahlen nach F_1 und F_2
und lässt sie über x hinaus sich kreuzen;
das gibt Winkel= und Gegenwinkelpaar.
durch Halbierung dieser Beiden Winkelpaare
erhält man Tangente und Normale zu x.



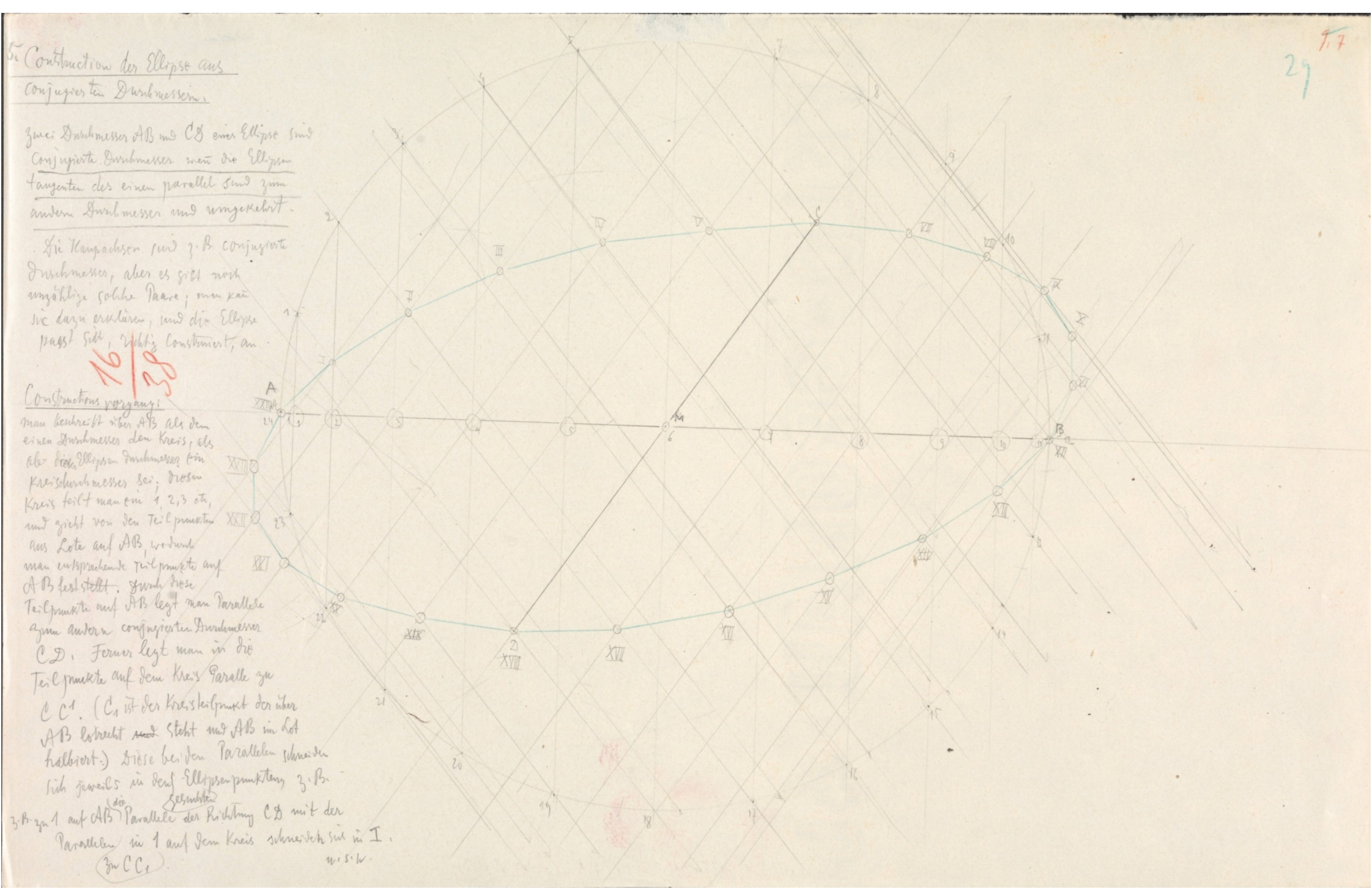
Construction coniugierter Durchmesser 28

1, aMb[1] beliebiger Durchmesser

2, Ellipsentangente in a construiert
(durch Winkelhalbierung des
Fahrstrahlenpaares in a
F_1 und aF_2) tangente

3, durch M eine parallele
zur Tangente gelegt. Winkelhälfte
CM d

[1] a\M/b



9.7

5. Construction der Ellipse aus

conjugierten Durchmessern.

29

Zwei Durchmesser Ab und CD einer Ellipse sind conjugierte Durchmesser wenn die Ellipsen tangenten des einen parallel sind zum andern Durchmesser und umgekehrt.

Die Haupt*a*chsen sind z.B. conjugierte Durchmesser, aber es gibt noch unzählige solche Paare; man kann sie dazu erklären, und die Ellipse passt sich, richtig construiert, an.

Constructionsvorgang:

man beschreibt über A B als dem einen Durchmesser den Kreis, als ob diesen Ellipsen durchmesser ein Kreisdurchmesser sei; diesem Kreis teilt man ein 1, 2, 3 etc, und zieht von den Teilpunkten aus Lote auf AB, wodurch man entsprechende Teilpunkte auf AB feststellt. Durch diese Teilpunkte auf AB legt man Parallele zum andern conjugierten Durchmesser CD. Ferner legt man in die Teilpunkte auf dem Kreis Para*l*elle zu CC^1. (C_1 ist der Kreisteilpunkt der über AB lotrecht[1] steht und AB im Lot halbiert:) Diese beiden Parallelen schneiden sich jeweils in den gesuchten[2] Ellipsenpunkten, z.B.
Z.B. zu 1 auf AB die[3] Parallele der Richtung CD mit der Parallelen zu CC_1[4] in 1 auf dem Kreis schneiden sich in I.
u.s.w.

[1] lotrecht ~~und~~

[2] / gesuchten \

[3] \ die /

[4] / zu CC_1 \

16
39

Ellipsen Interlagen

(Blatt 30 – 60)

Ellipseninnenteilungen

(Blatt 30 – 60)

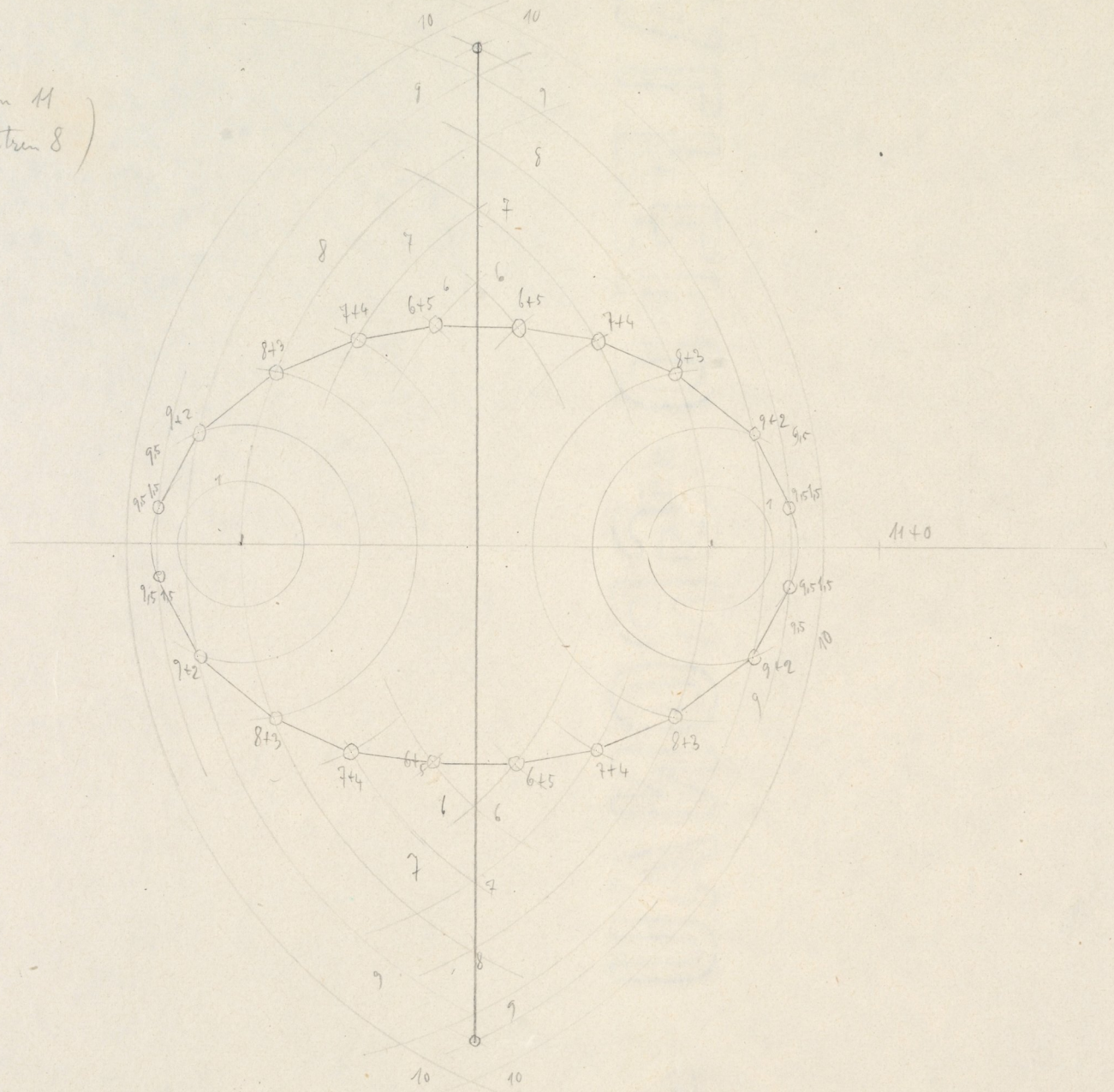
Ganzzahlige Abstandscombination (Blatt 30 – 32)

16
40

Ellipse 8 11

(Summe der Radien 11
Abstand der Centren 8)

16/41



Summe der Ellipsenradien: 11
Abstand der Ellipsencentren: 8

30 18

Ellipse 8 11

(Summe der Radien 11
Abstand der Centren 8)

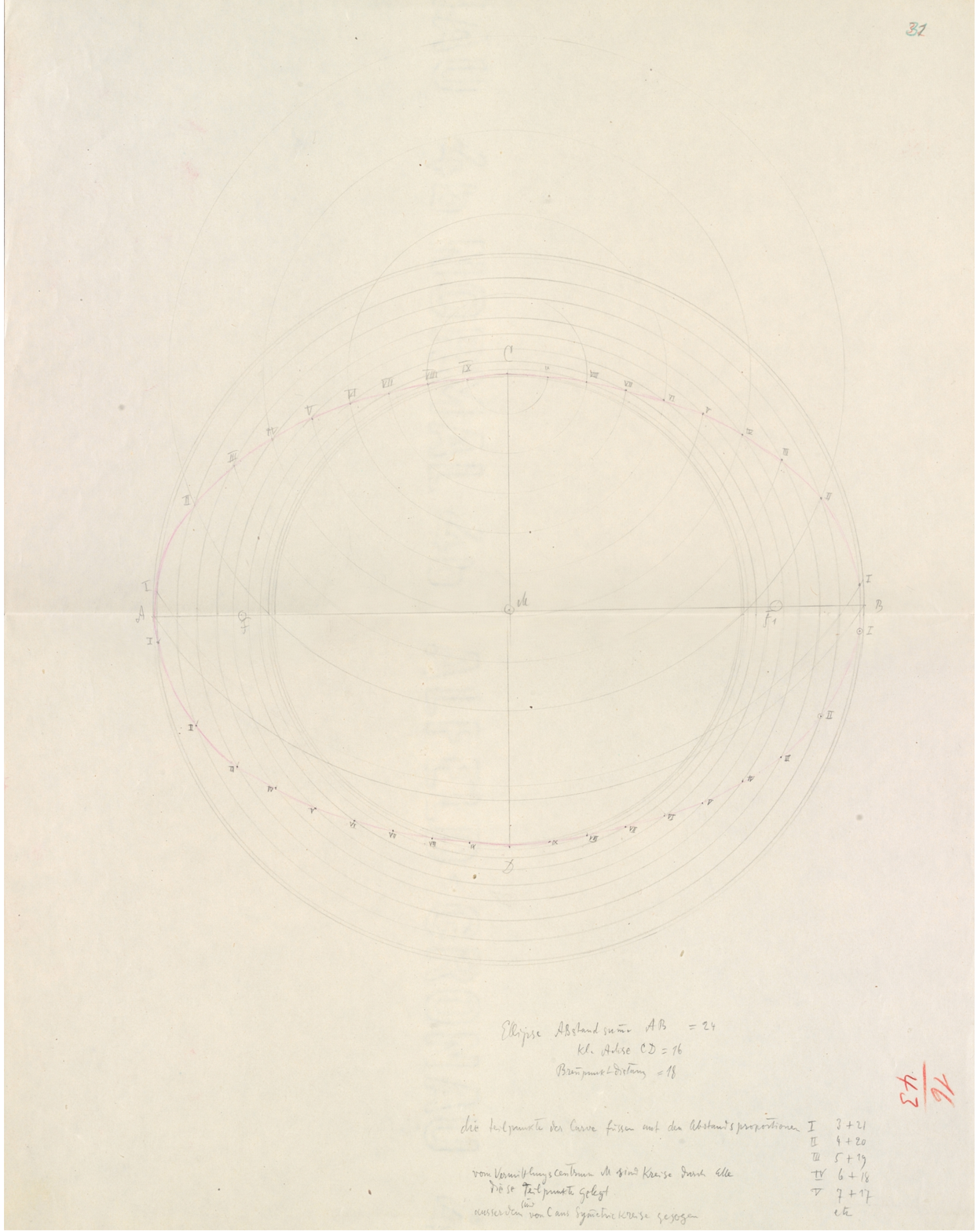
Summe der Ellipsenradien: 11
Abstand der Ellipsencentren: 8

Ellips teilung
auf Grund der ganzen Zahlen der Abstände

Ellipsen-Teilung auf[1] Ganzzahlen

componenten der Abstandssumme fussend

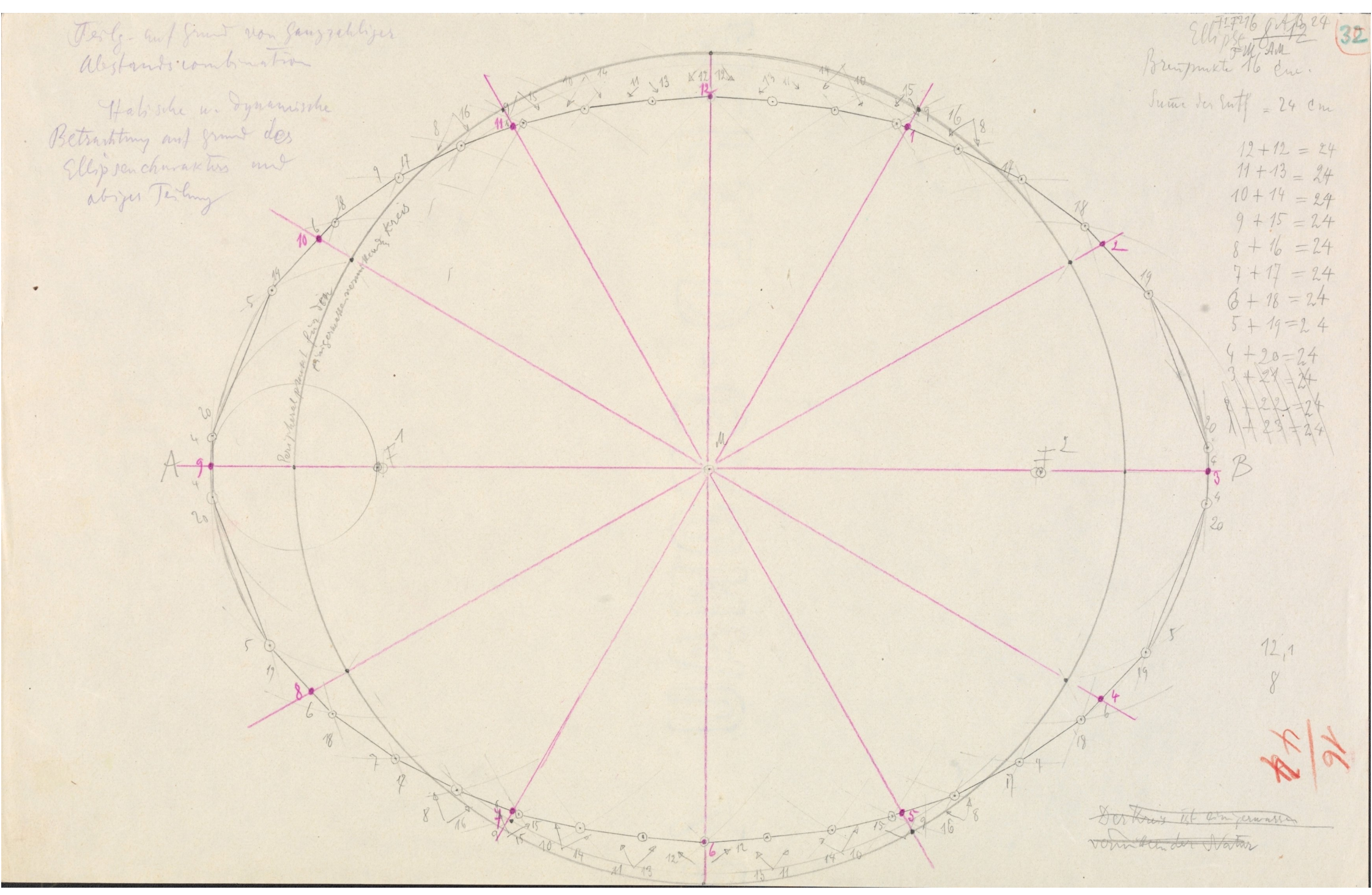
[1] auf ~~den~~



Ellipse Abstand summe AB = 24
Kl. Achse CD = 16
Brennpunktdistanz = 18

die teilpunkte der Curve fussen auf den Abstandsproportionen	I	3 + 21
	II	4 + 20
	III	5 + 19
vom Vermittlungscentrum M sind Kreise durch alle	IV	6 + 18
diese Teilpunkte gelegt	V	7 + 17
ausserdem sind von C aus Symmetriekreise gezogen		etc

[1] *darunter* 32



Teilg. auf Grund von ganzzahliger Abstandscombination

Statische u. dynamische Betrachtung auf grund des Ellipsencharakters und obiger Teilung

Ellipse 32

Brennpunkt 16 cm

Summe der Entf = 24 cm

Teilg. auf Grund von ganzzahliger Abstandscombination

Statische u. dynamische Betrachtung auf grund des Ellipsencharakters und obiger Teilung

Ellipse 32

Brennpunkt 16 cm

Summe der Entf = 24 cm

[1]Der Kreis ist einigermassen vermittelnder Natur

[1] ~~Der Kreis ist einigermassen // vermittelnder Natur~~

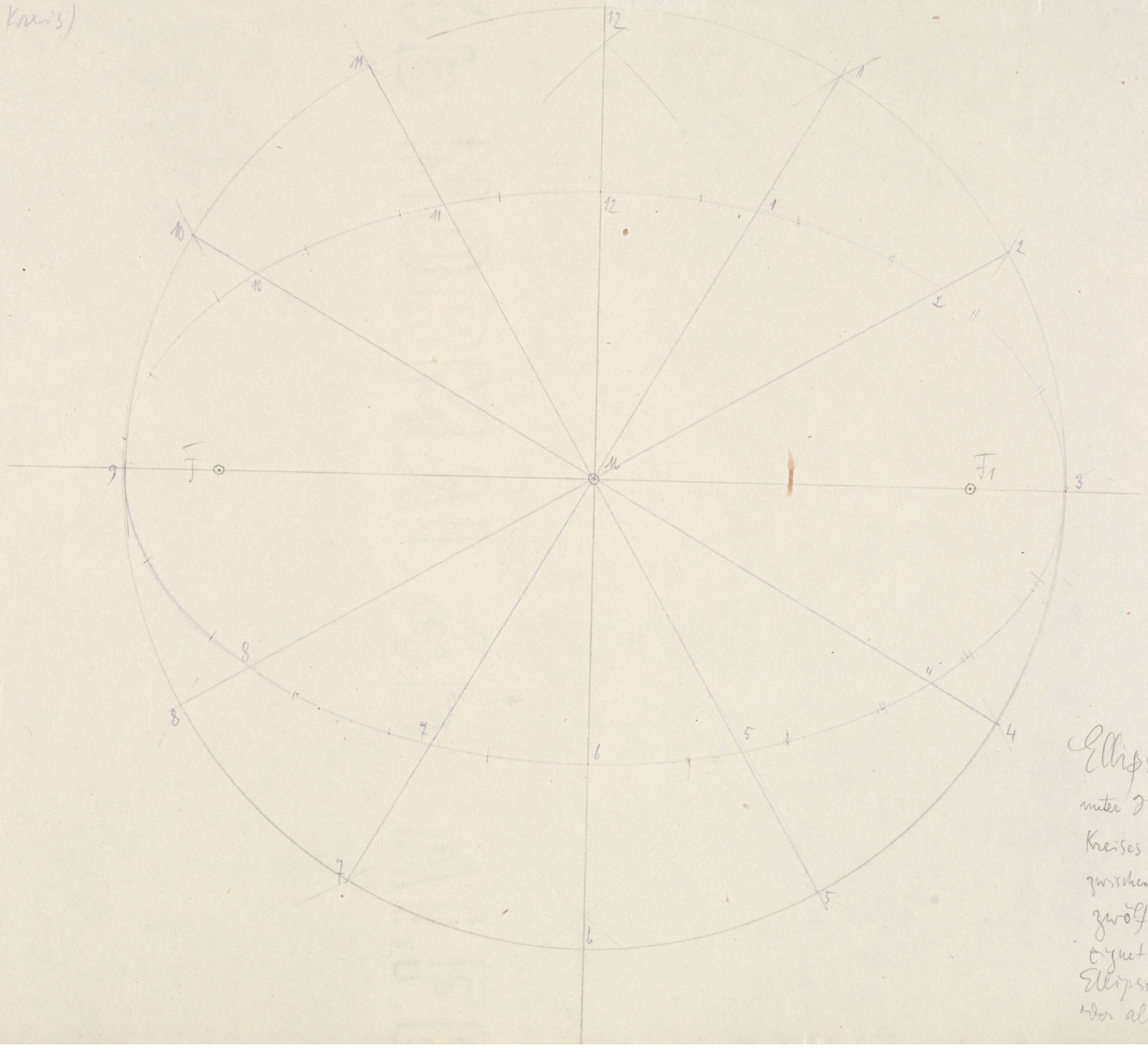
16/45

ein und zwei Kreise

(Blatt 33–35)

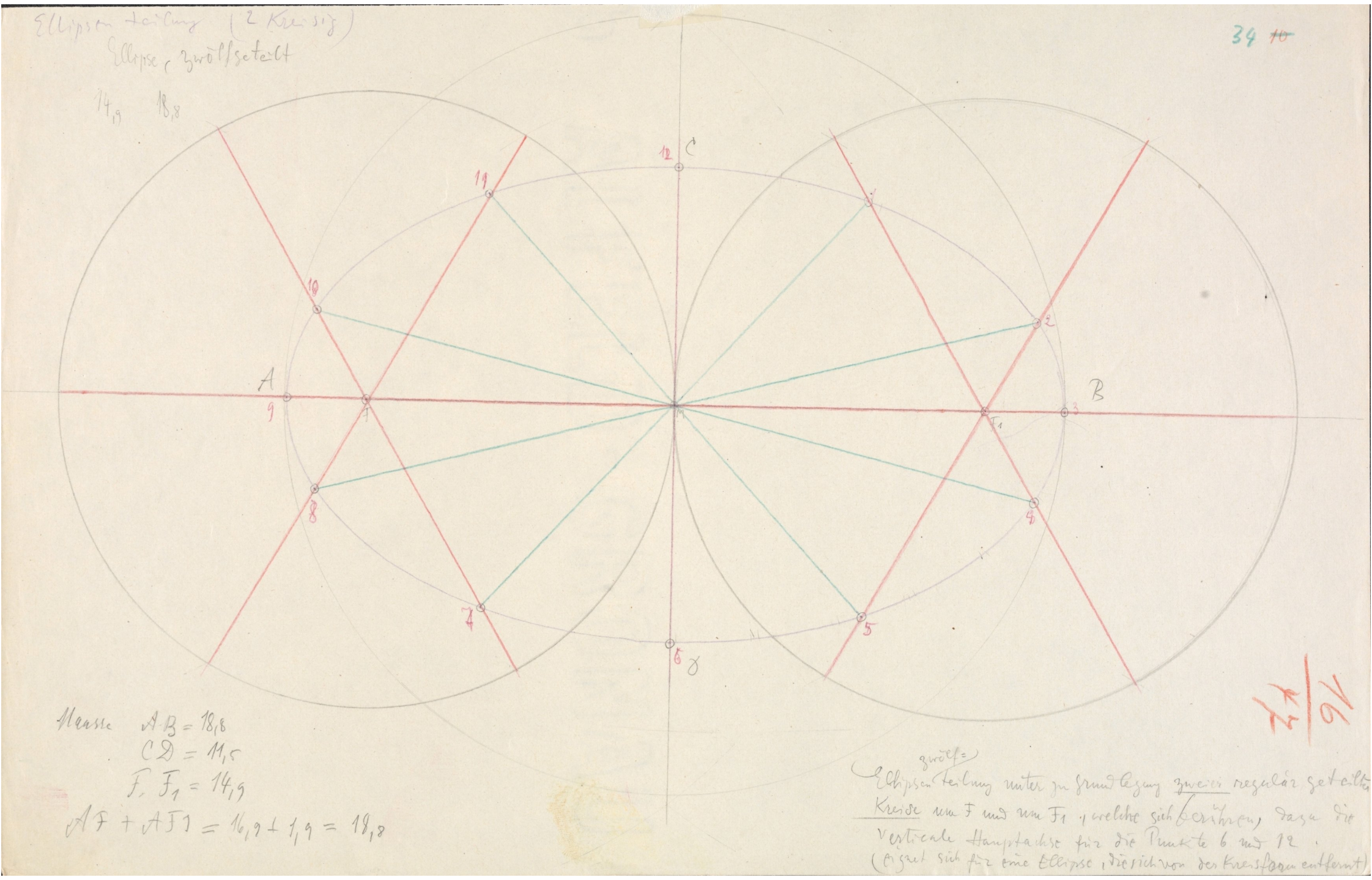
ein und zwei Kreise

(Blatt 33 – 35)



Ellipsen-zwölfteilung
unter zu grunde legung eines
Kreises mit dem Centrum in M
zwischen F und F1 und mit regulärer
zwölfteilung.
eignet sich mehr für eine
Ellipse die dem Kreis sich nähert.
oder als anormal

Ellipsen-zwölfteilung
unter zu grunde legung eines
Kreises mit dem Centrum in M
zwischen F und F_1 und mit regulärer
zwölfteilung.
eignet sich mehr für eine
Ellipse die dem Kreis sich nähert.
oder als anormal



Ellipsen teilung (2 Kreisig) 34 ~~10~~

Ellipse, zwölfgeteilt

Maasse AB = 18,8

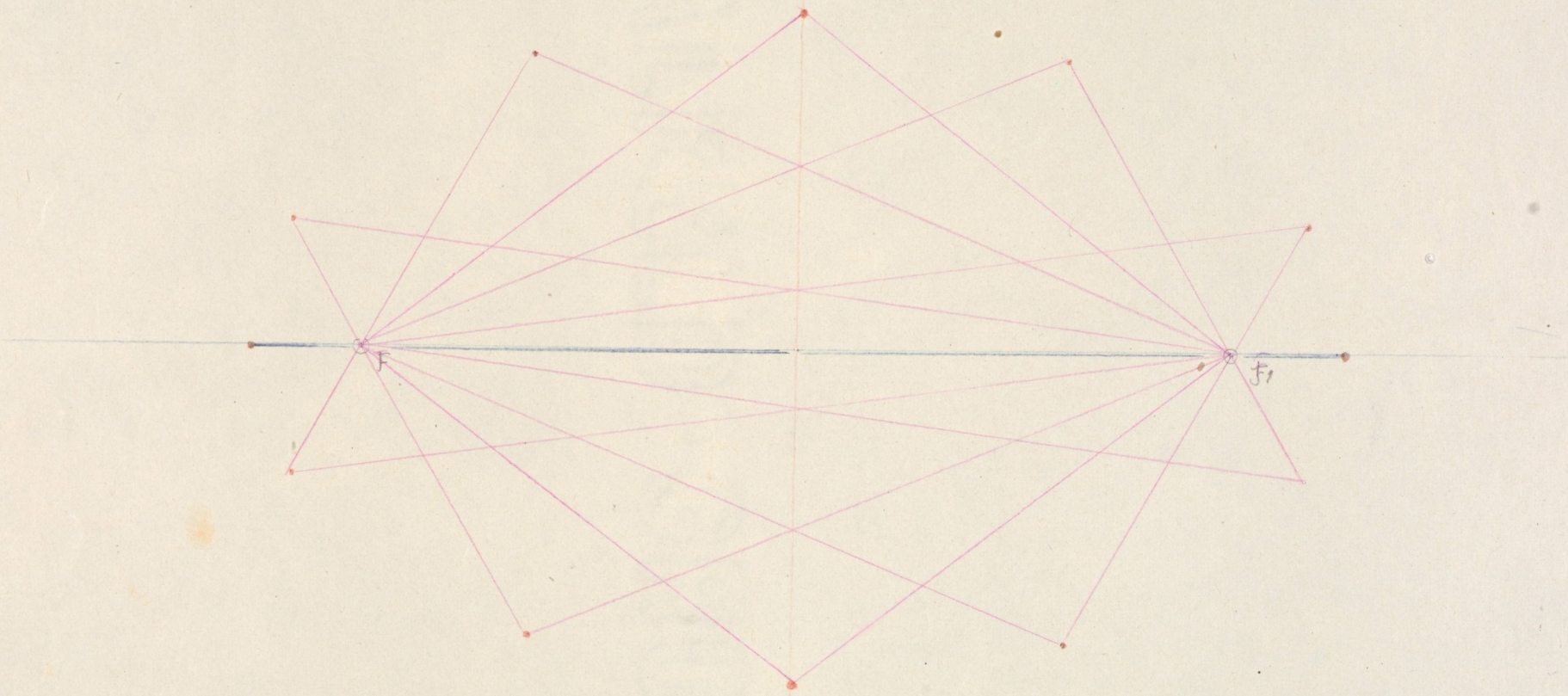
CD = 11, 5

FF_1 = 14,9

$AF + AF_1 = 16,9 + 1,9 = 18,8$

Ellipsenzwölfteilung[1] unter zu Grundlegung zweier reguläre geteilter Kreise um F und um F_1, welche sich berühren, dazu die verticale Hauptachse für die Punkte 6 und 12.
(eignet sich für eine Ellipse, die sich von der Kreisform entfernt)

[1] Ellipsen\zwölf=/teilung



functionell=
die constructiven Diagonalen

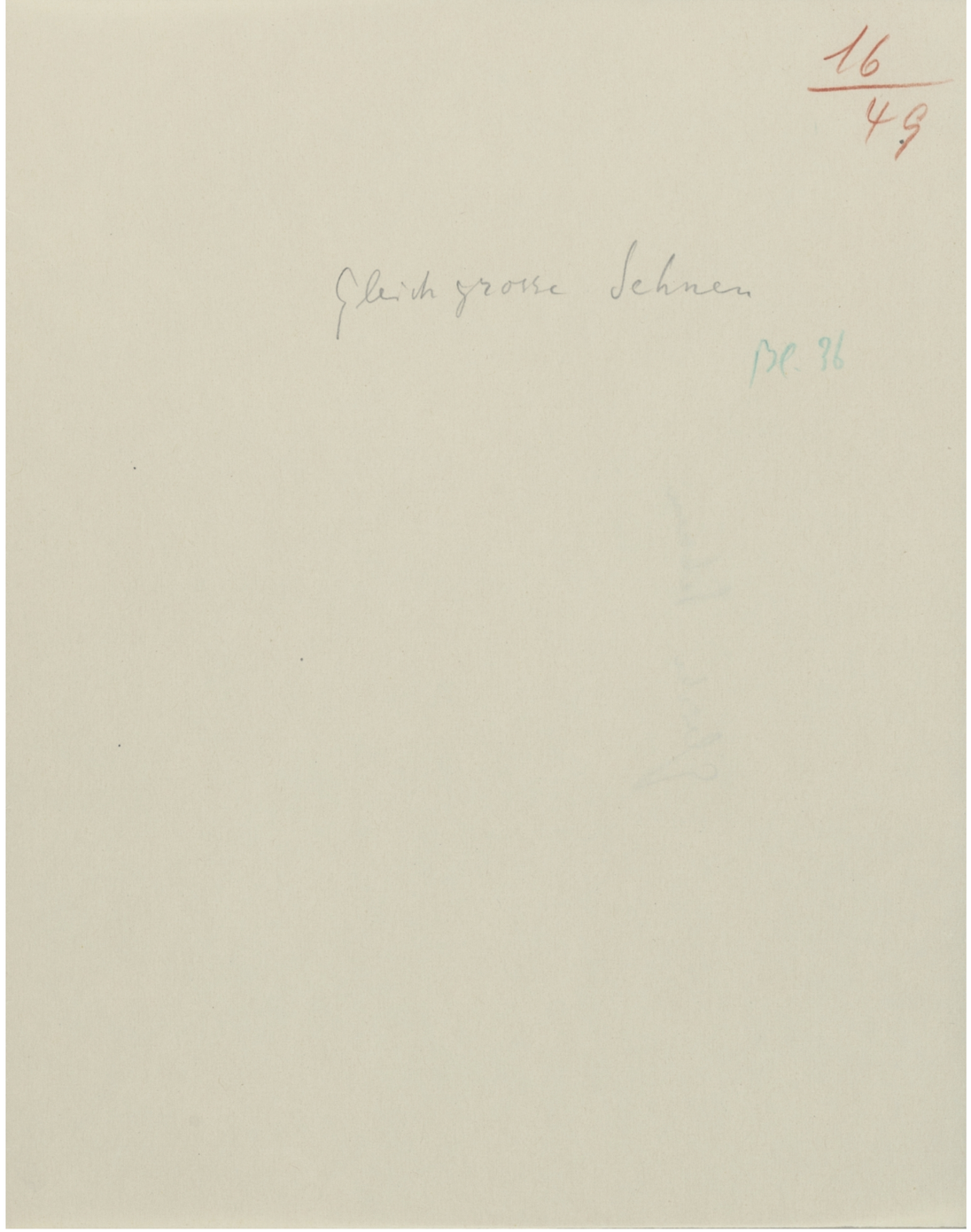
16/28

35[1]

die functionell=constructiven[2] Diagonalen

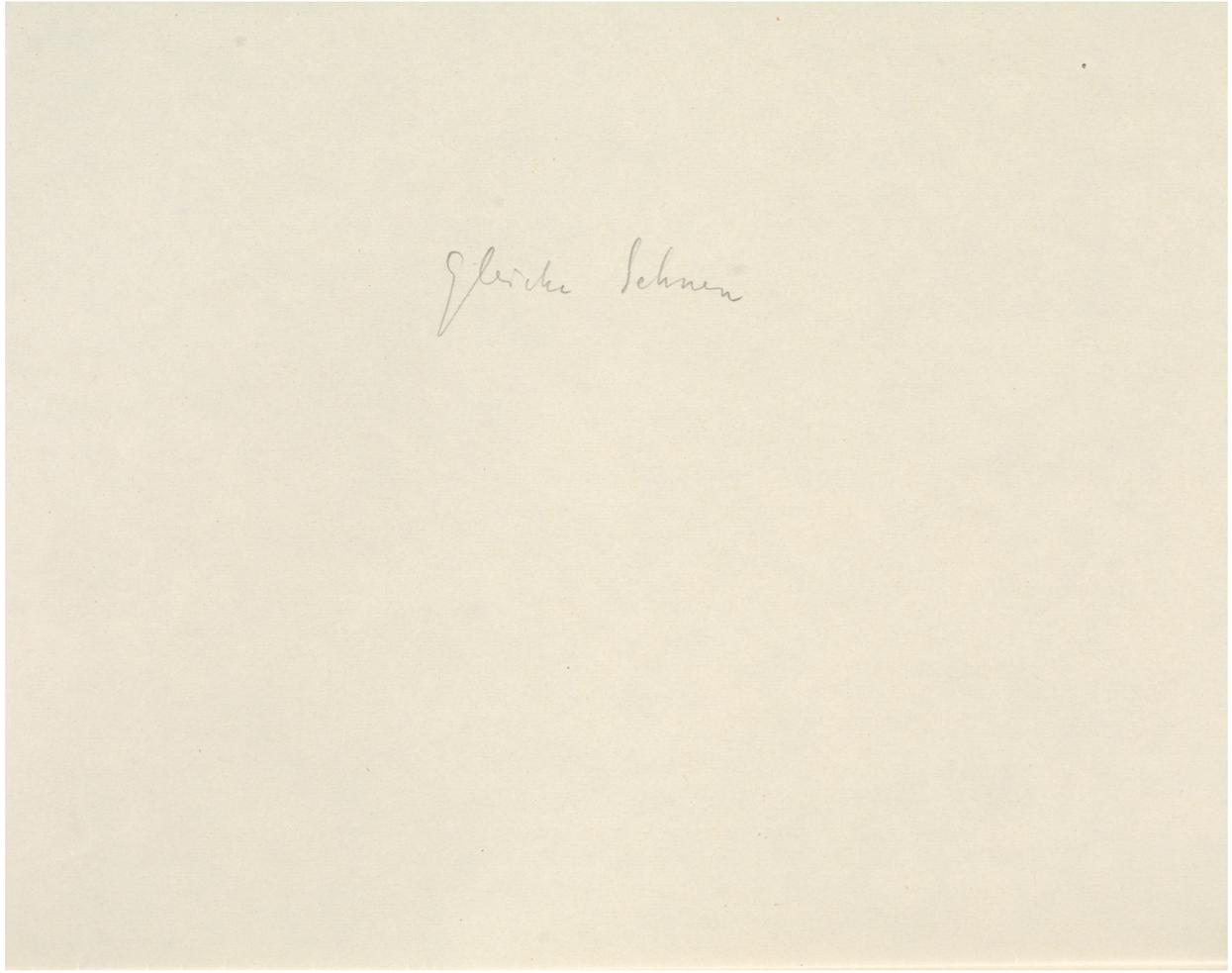
[1] 33 ~~14~~

[2] \functionell=/=constructiven

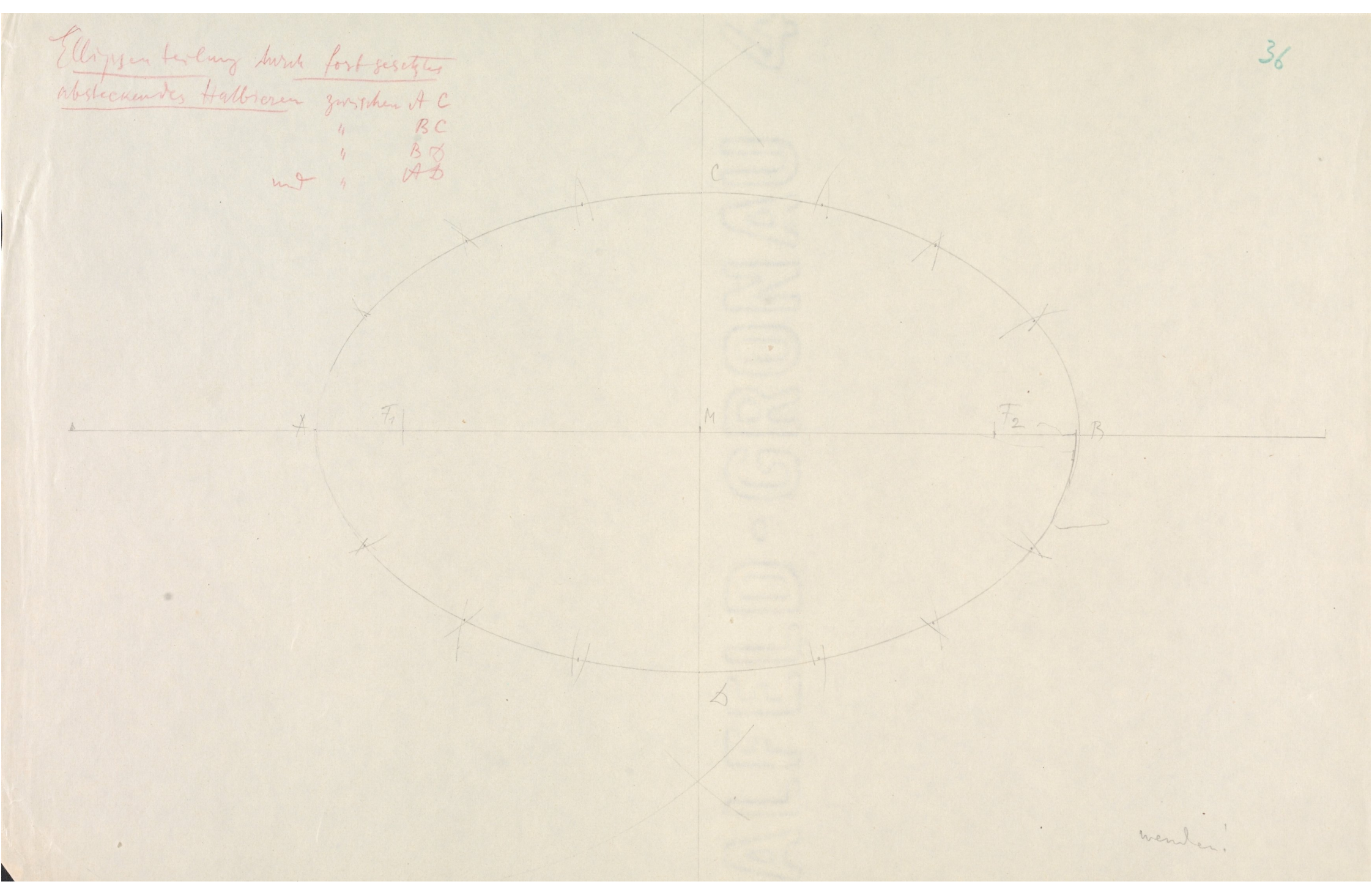


gleich grosse Sehnen

Bl. 36



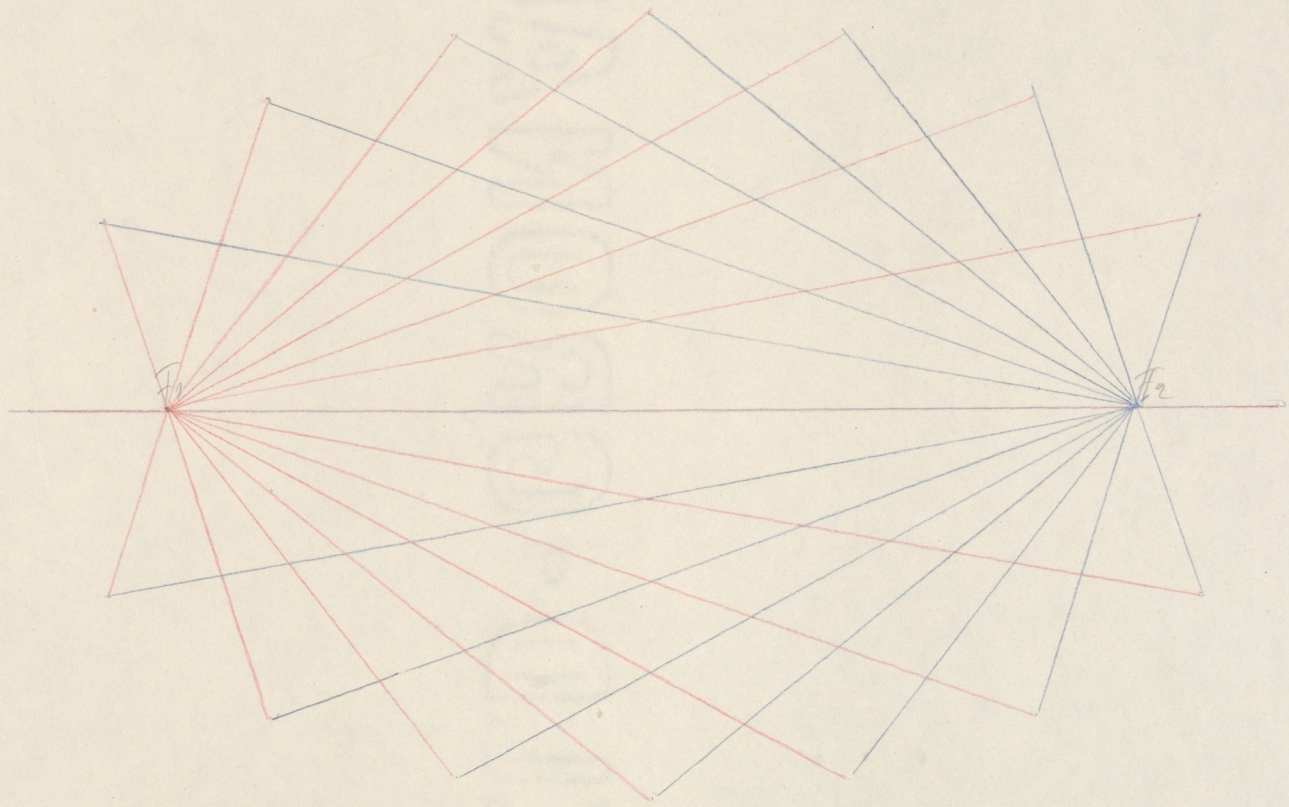
gleiche Sehnen



Ellipsenteilung durch fortgesetztes 36

absteckendes Halbieren zwischen A C
„ B C
„ B C
und „ A D

wenden!



Weiterung als Brennpunkt funktions bild

25/27

Weiterung als Brennpunkt funktions bild

16
57

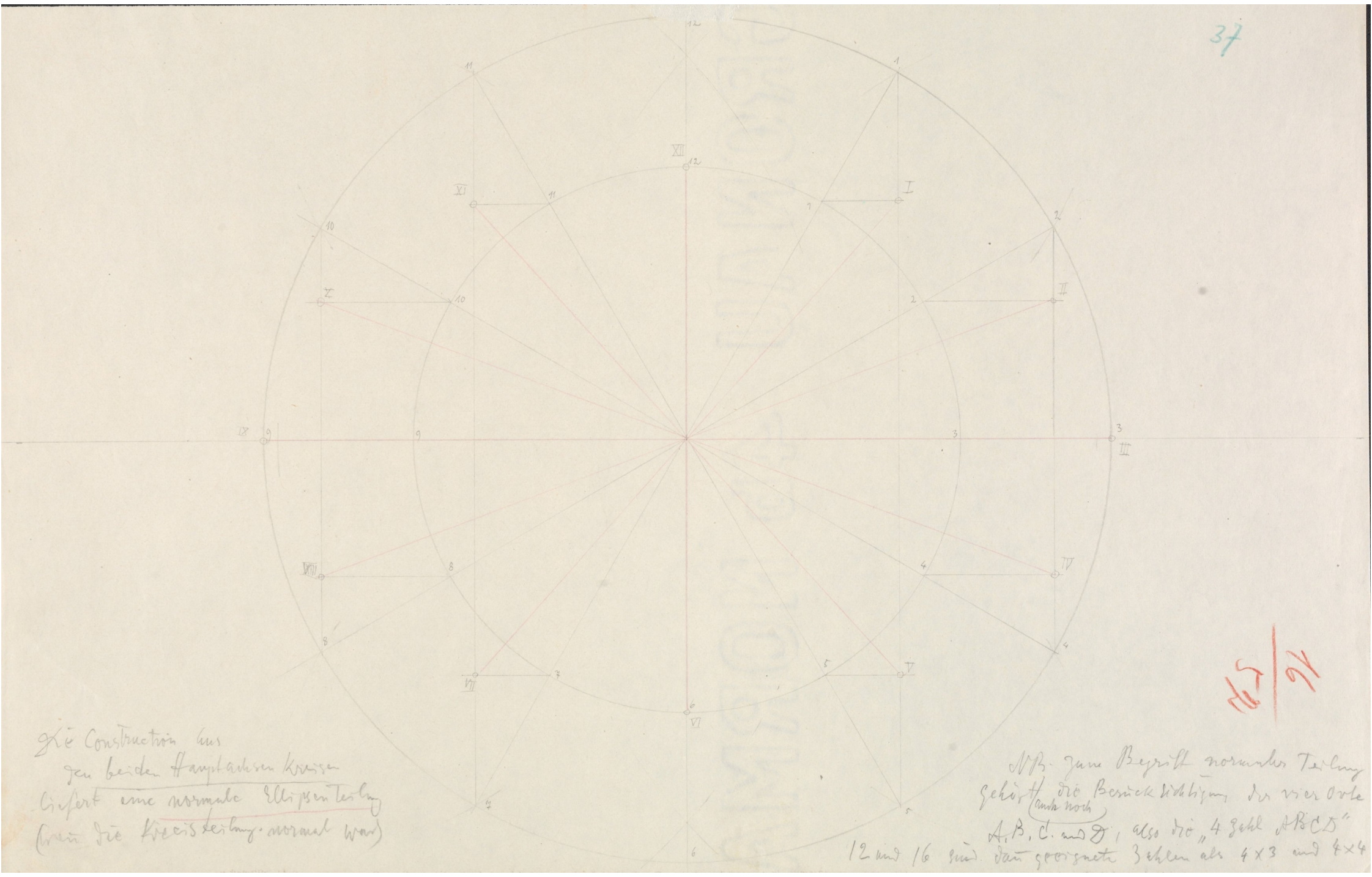
Ell – Constructionen welche teilweise
zur normalen Ellipsen Teilung führen

(Blatt 37 – 42)

Ell – Constructionen welche teilweise

zur normalen Ellipsen Teilung führen

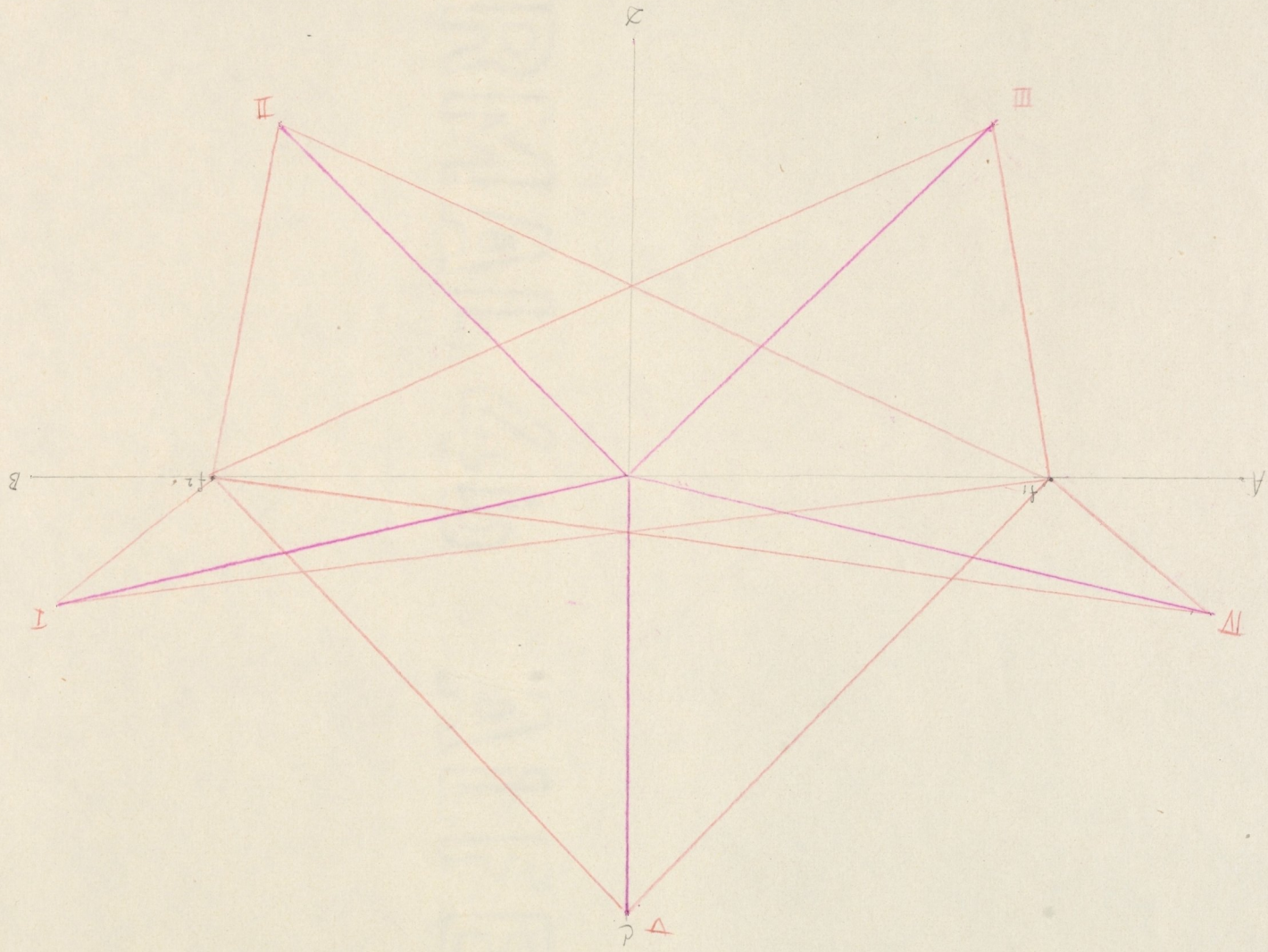
(Blatt 37 – 42)



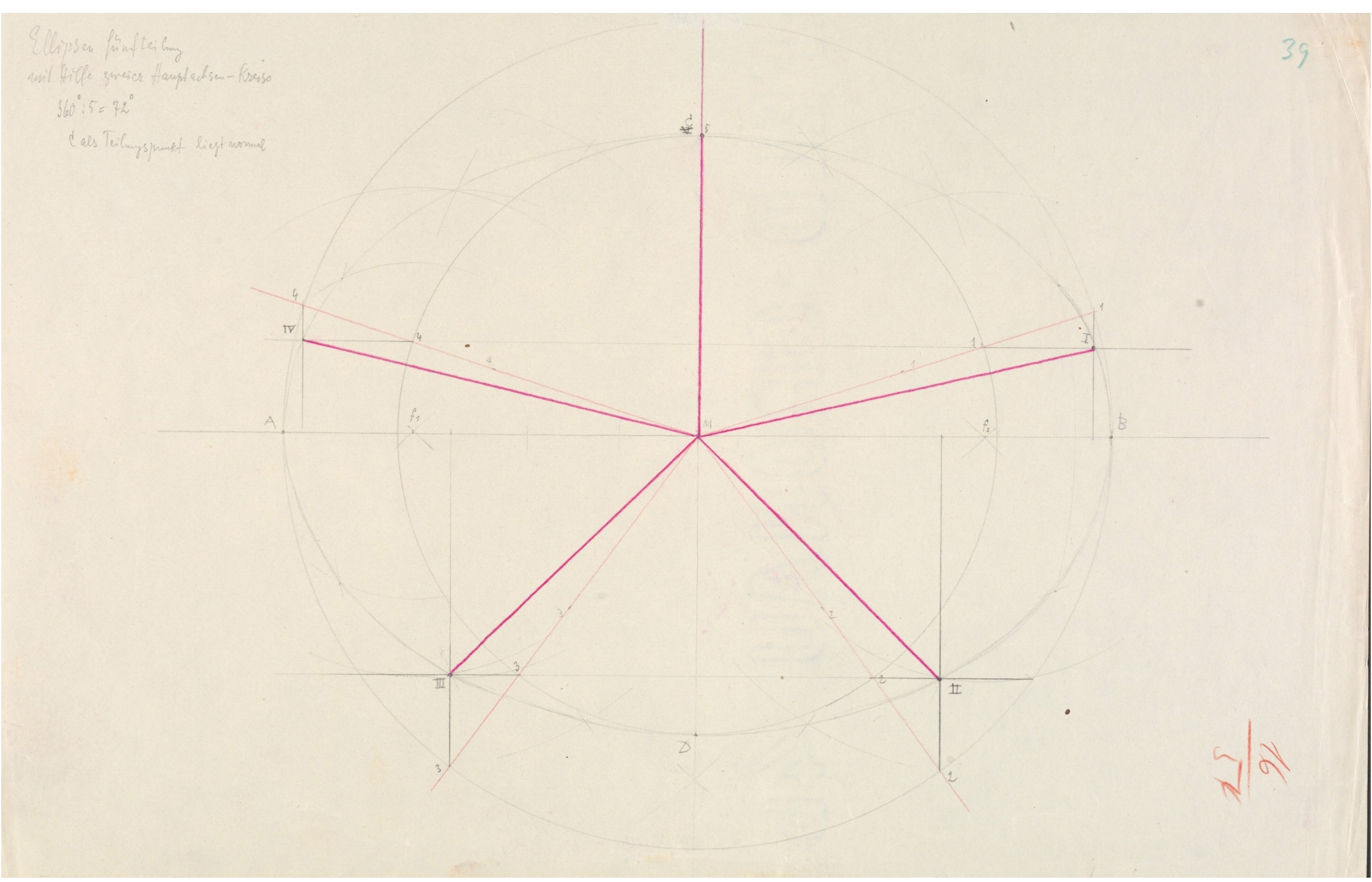
Die Construction aus
den beiden Hauptachsen Kreisen
liefert eine normale Ellipsen Teilung
(wenn die Kreisteilung nomal war)

N B. zum Begriff nomaler Teilung
gehört auch noch die Berücksichtigung der vier Orte
A.B.C. und D, also die „4 Zahl ABCD"
12 und 16 sind dann geeignete Zahlen als 4 x 3 und 4 x 4

[1] / auch noch \



Paul Klee, II.16 Kegelschnitte, BG II.16/64

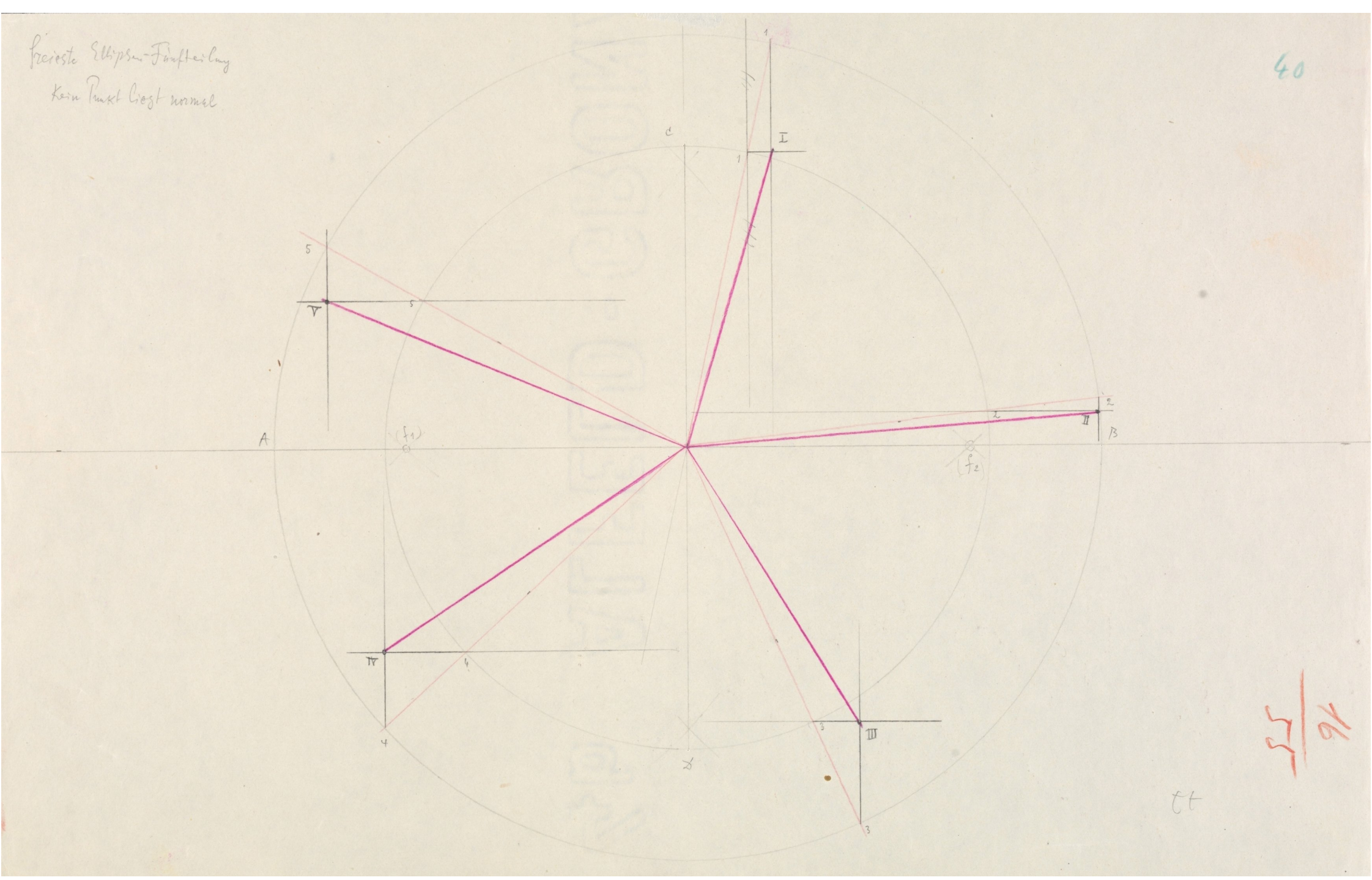


Ellipsen fünfteilung 39
mit Hilfe zweier Hauptachsen – Kreise
360°:5 = 72°

C als Teilungspunkt liegt normal

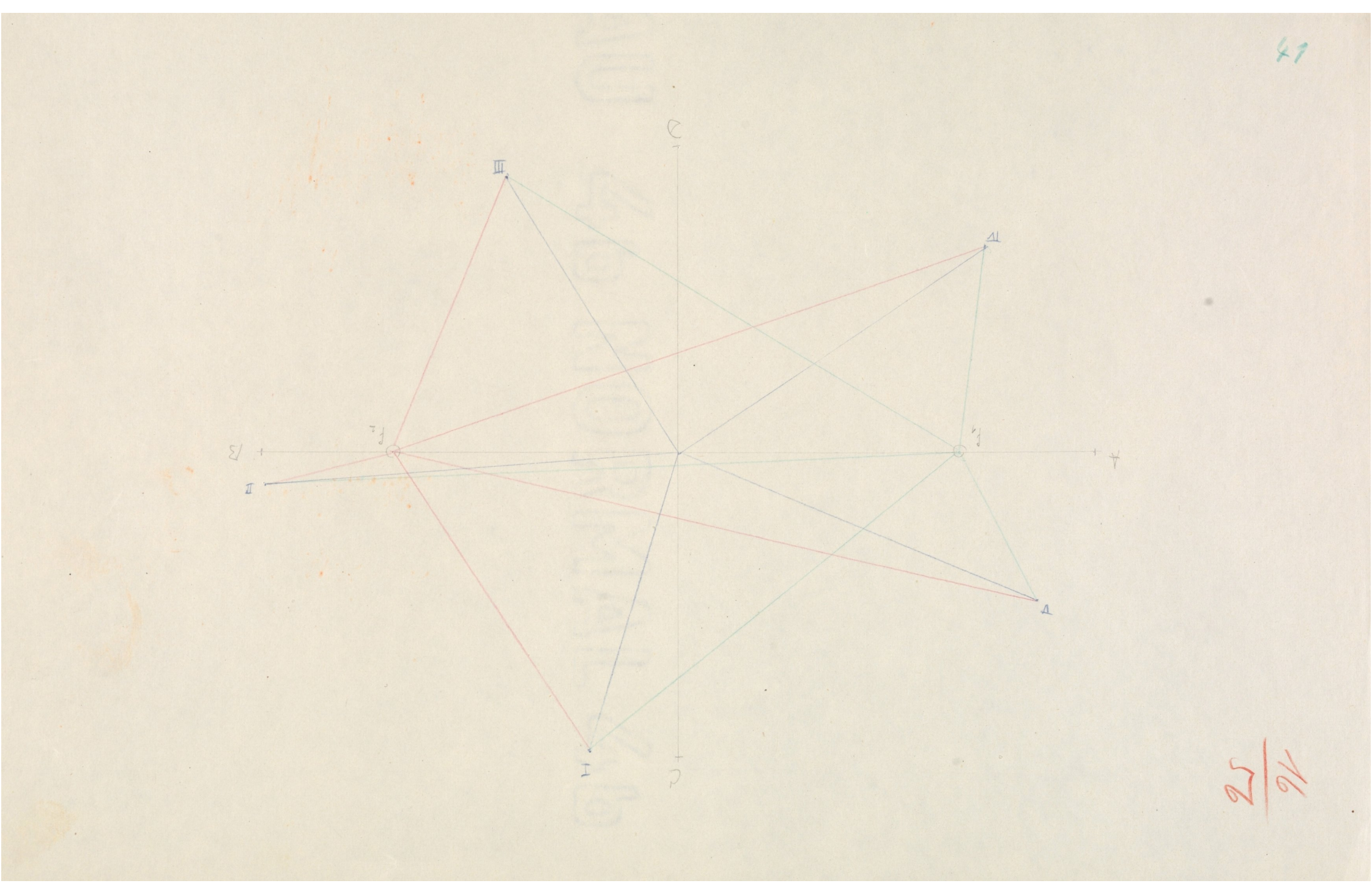
freieste Ellipsen-Fünfteilung

kein Punkt liegt normal

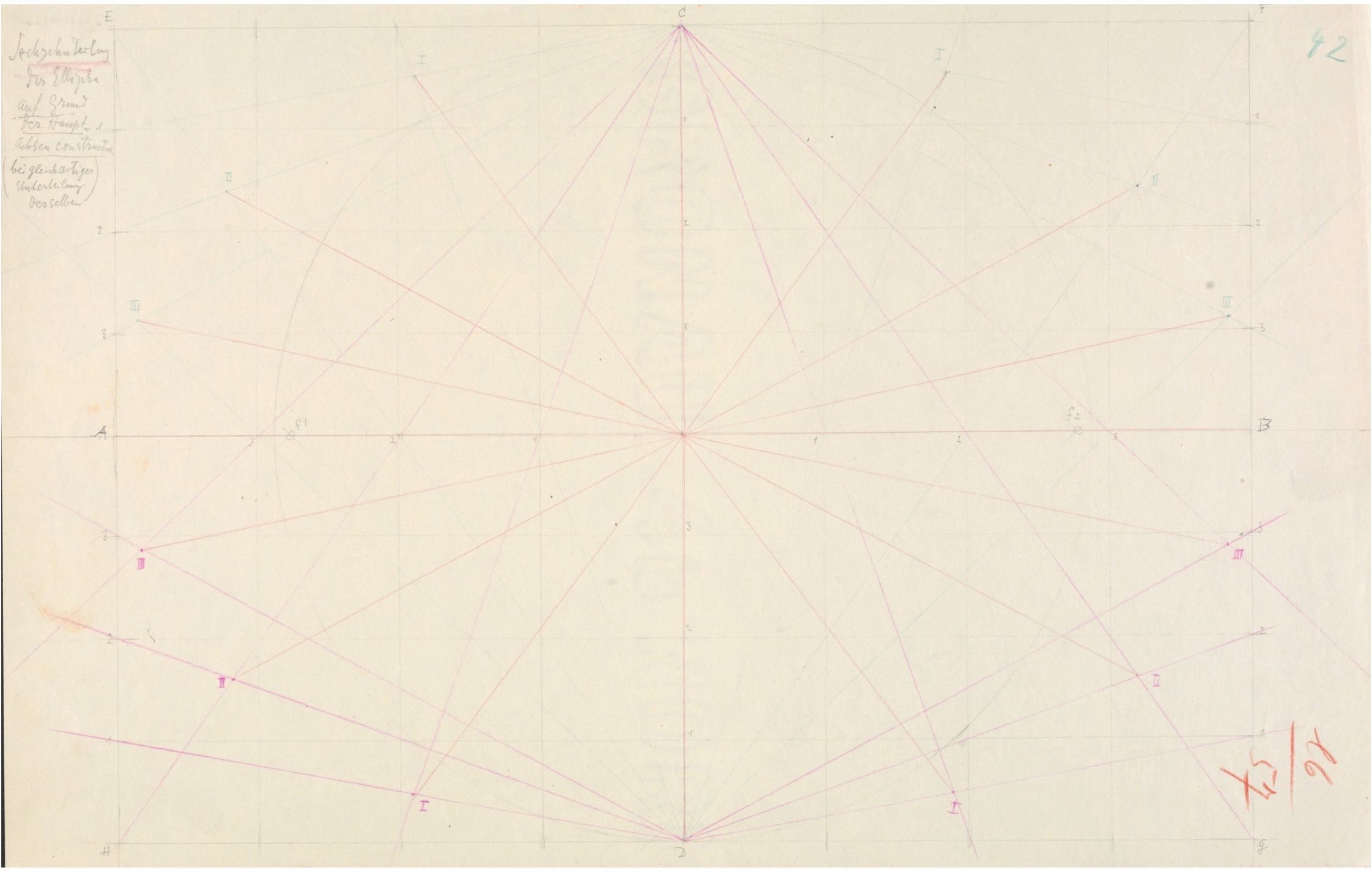


freieste Ellipsen-Fünfteilung

kein Punkt liegt normal



Paul Klee, II.16 Kegelschnitte, BG II.16/67



SechzehnTeilung
der Ellipse
auf Grund
der Haupt=
achsen construction
(bei gleichartiger
Unterteilung
derselben)

42

16
58

Teilungen auf Grund
der Bewegungen von
„Kreis im Quadrat“

(Blatt 43 – 60)

Teilungen auf Grund

der Bewegungen von

„Kreis im Quadrat“

(Blatt 43 – 60)

16
59

Rechteck

liefert
reguläre Teilungen

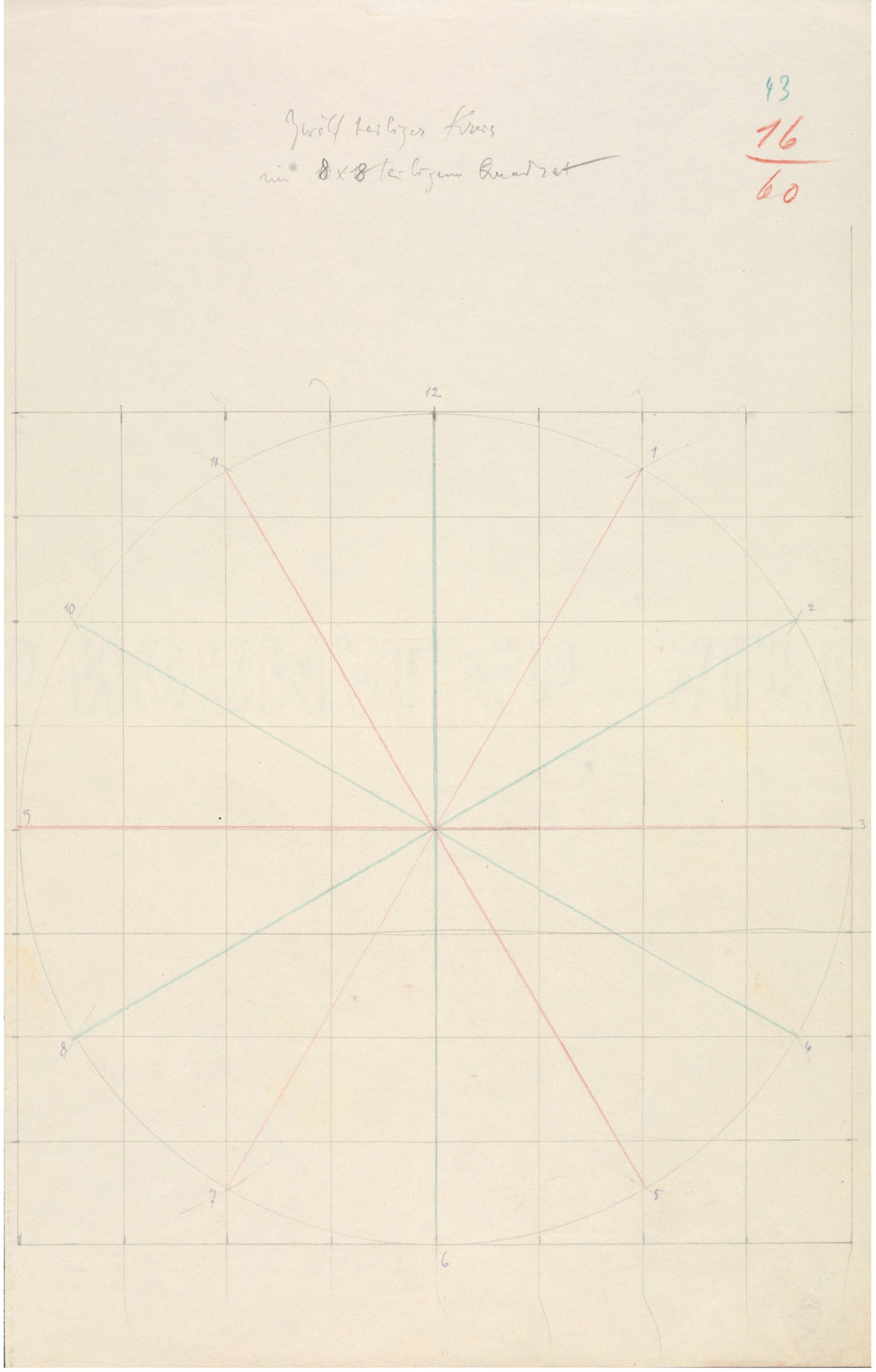
(blatt 43–48)

Rechteck

liefert

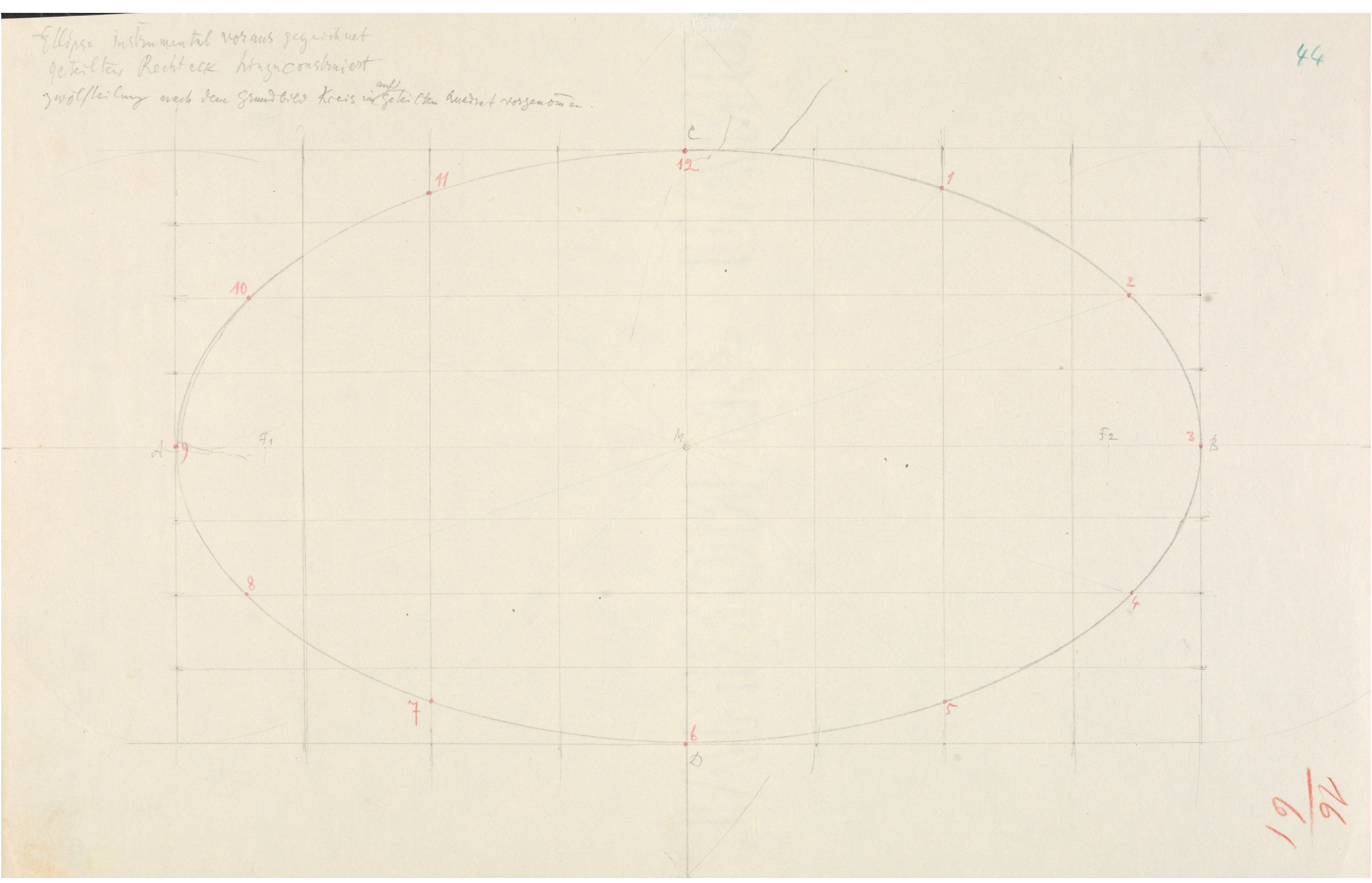
reguläre Teilungen

(blatt 43 – 48)



Zwölfteiliger Kreis

in 8 x 8 teiligem Quadrat

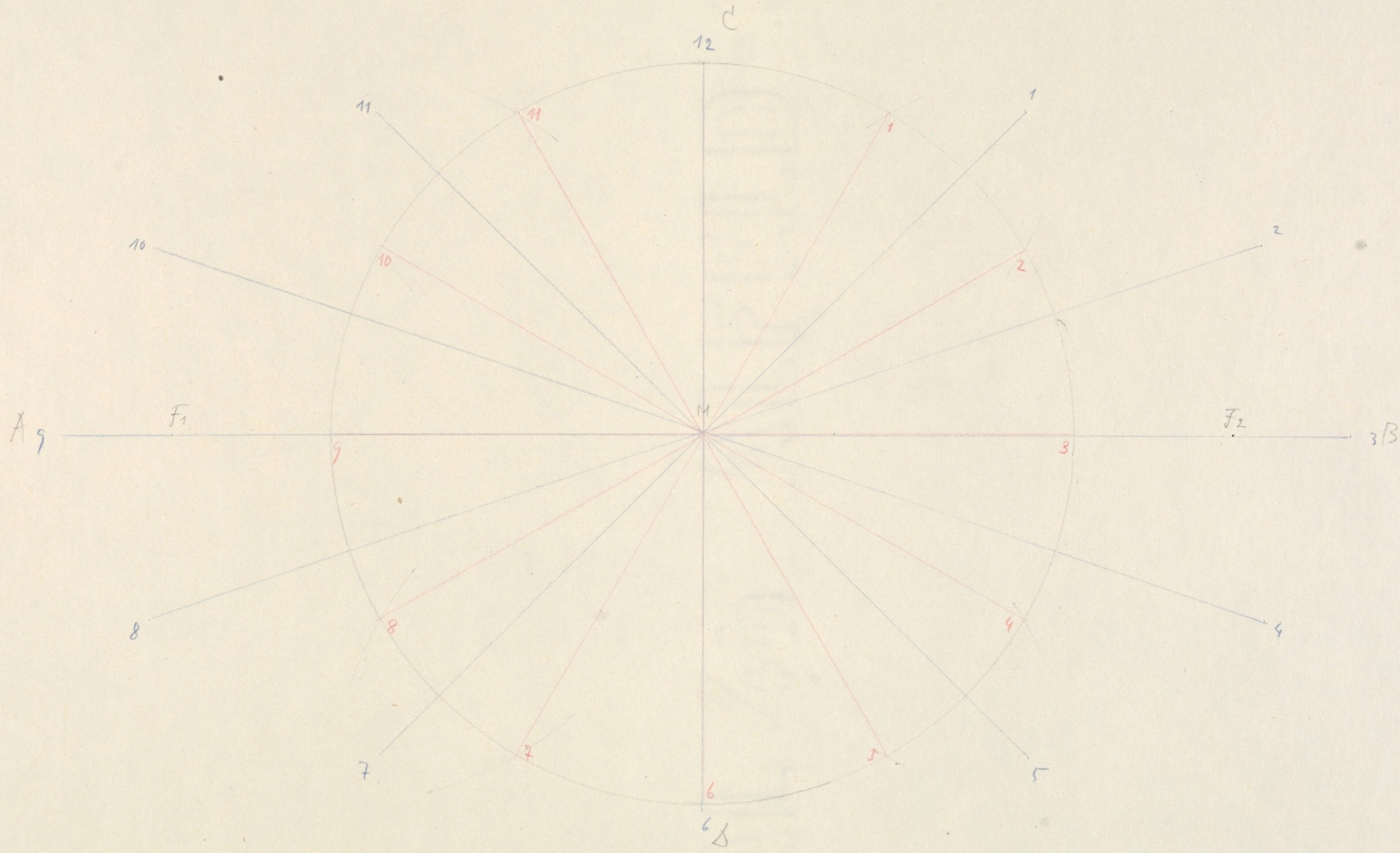


Ellipse instrumental voraus gezeichnet
geteiltes Rechteck hinzuconstruiert
zwölfteilung nach dem Grundbild Kreis im aufgeteilten[1] Quadrat vorgenommen.

44

[1] \auf/geteilten

Normale Zwölfteilung je[1] von Ellipse
und je von[2] Kreis

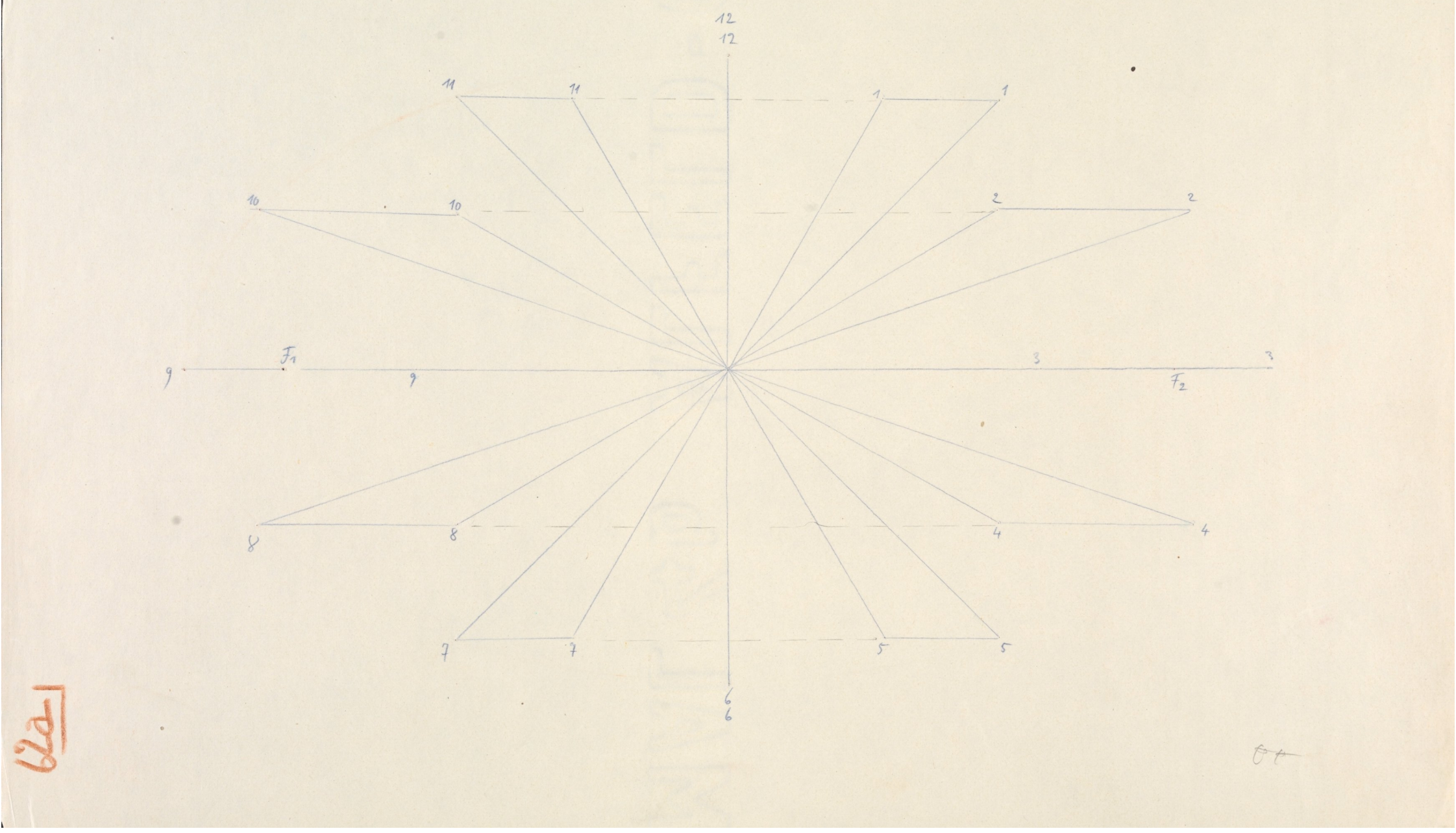


wenden

[1] \ je /

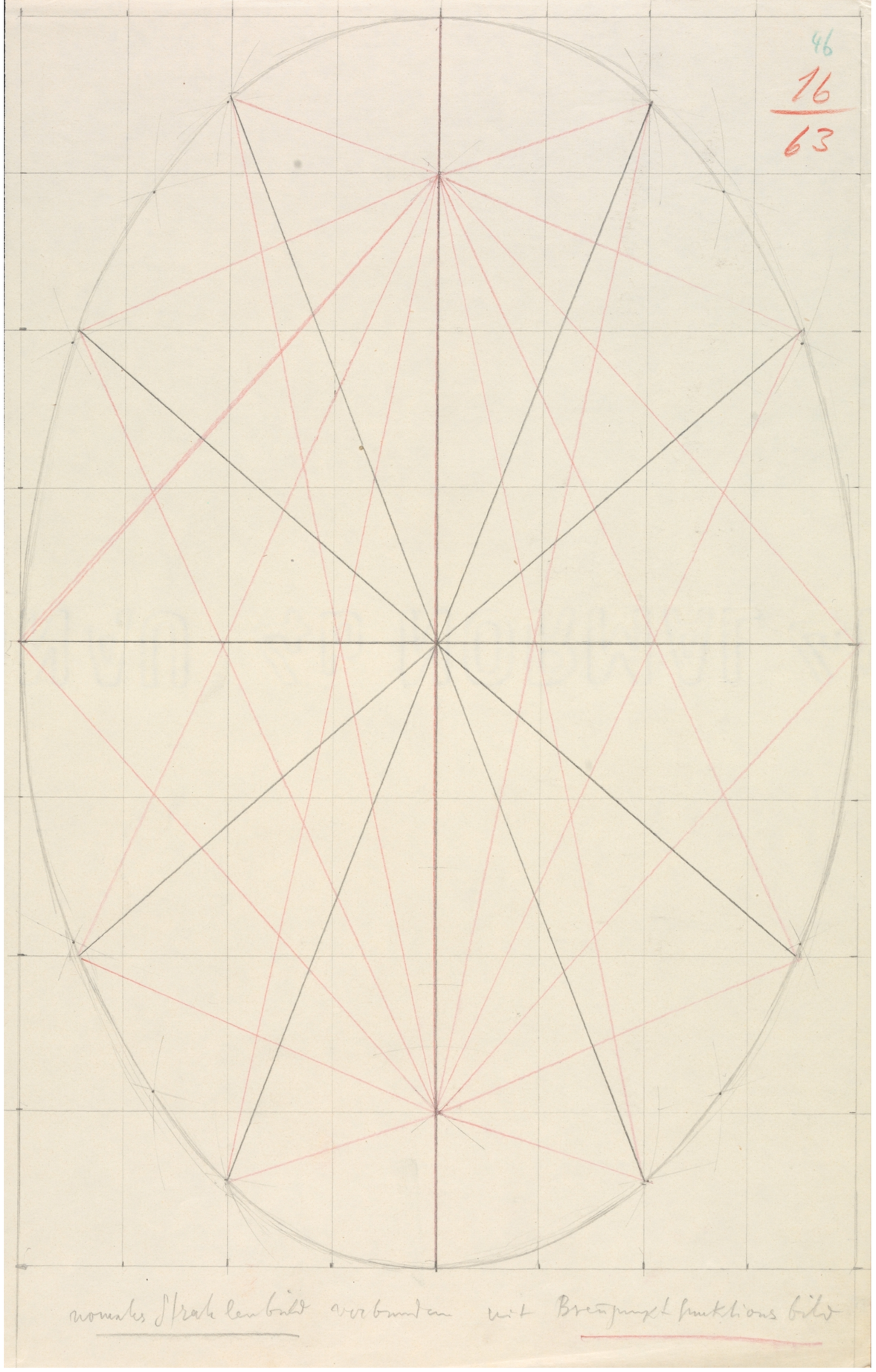
[2] \ je von /

Differenz oder Brechung zwischen normaler Kreis-12teilung und normaler Ellipsen Zwölfteilung

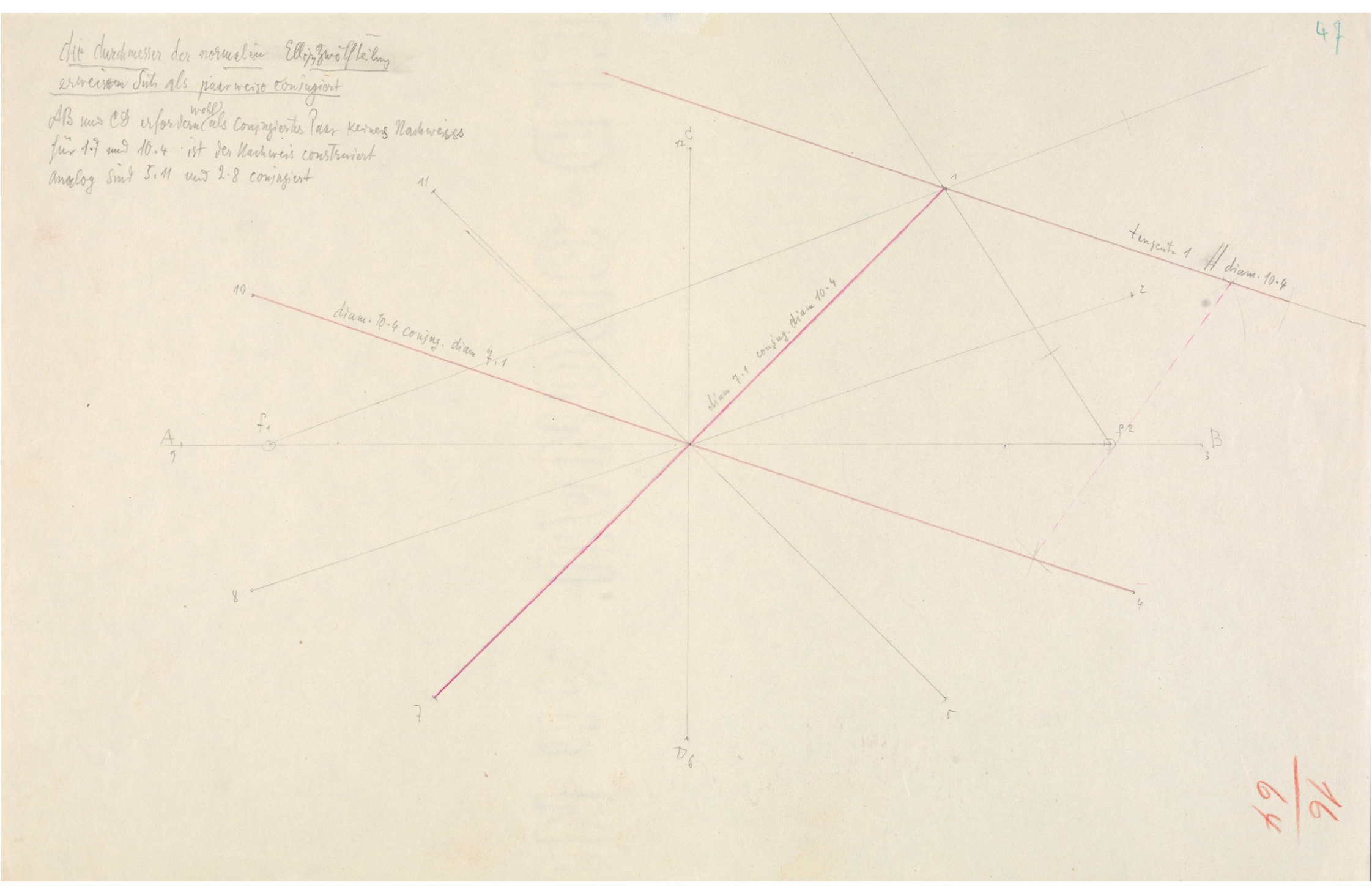


[1] \ oder /

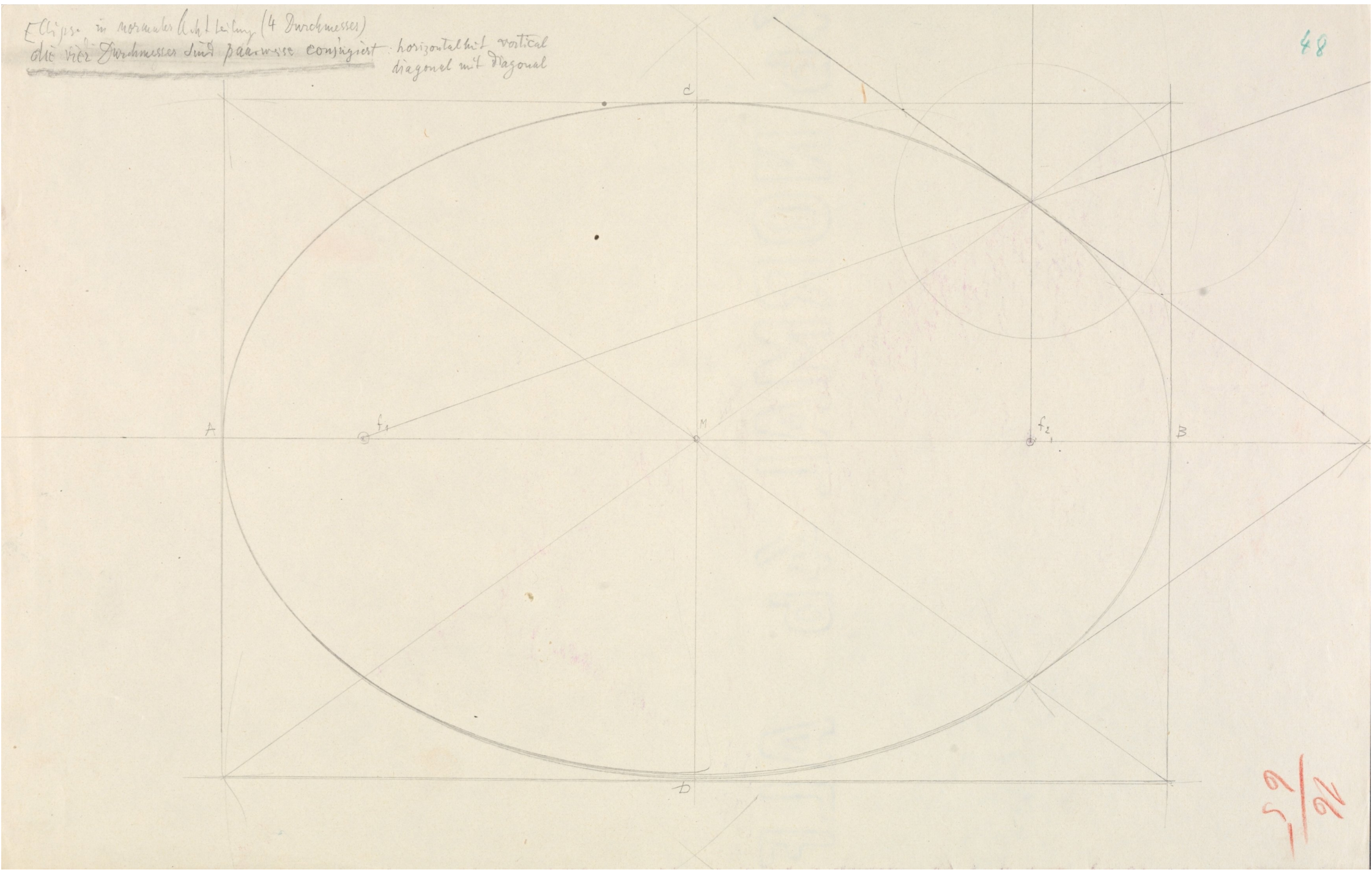
[2] \ zwischen / ~~von~~ \ normaler /



normales Strahlenbild verbunden mit Brennpunktfunktionsbild


die durchmesser der normalen Ellipse Zwölfteilung
erweisen Sich als paarweise coniugiert
AB und CD erfordern wohl als coniugiertes Paar keines Nachweises
für 1.7 und 10.4 ist der Nachweis construiert
analog sind 5.11 und 2.8 coniugiert
47
tangente 1 // diam. 10 · 4
diam. 10 · 4 conjug. diam 7 · 1
diam. 7 · 1 conjug. diam 10 · 4

[1] \ wohl /



Ellipse in normaler Achtteilung (4 Durchmesser)
die vier Durchmesser sind paarweise conjugiert: horizontal vertical
diagonal mit diagonal

48

16
66

Rhombus

liefert halb x reguläre Teilungen

x dh. x ohne Rück sicht auf die Hauptachsen

(Blatt 49 – 52)

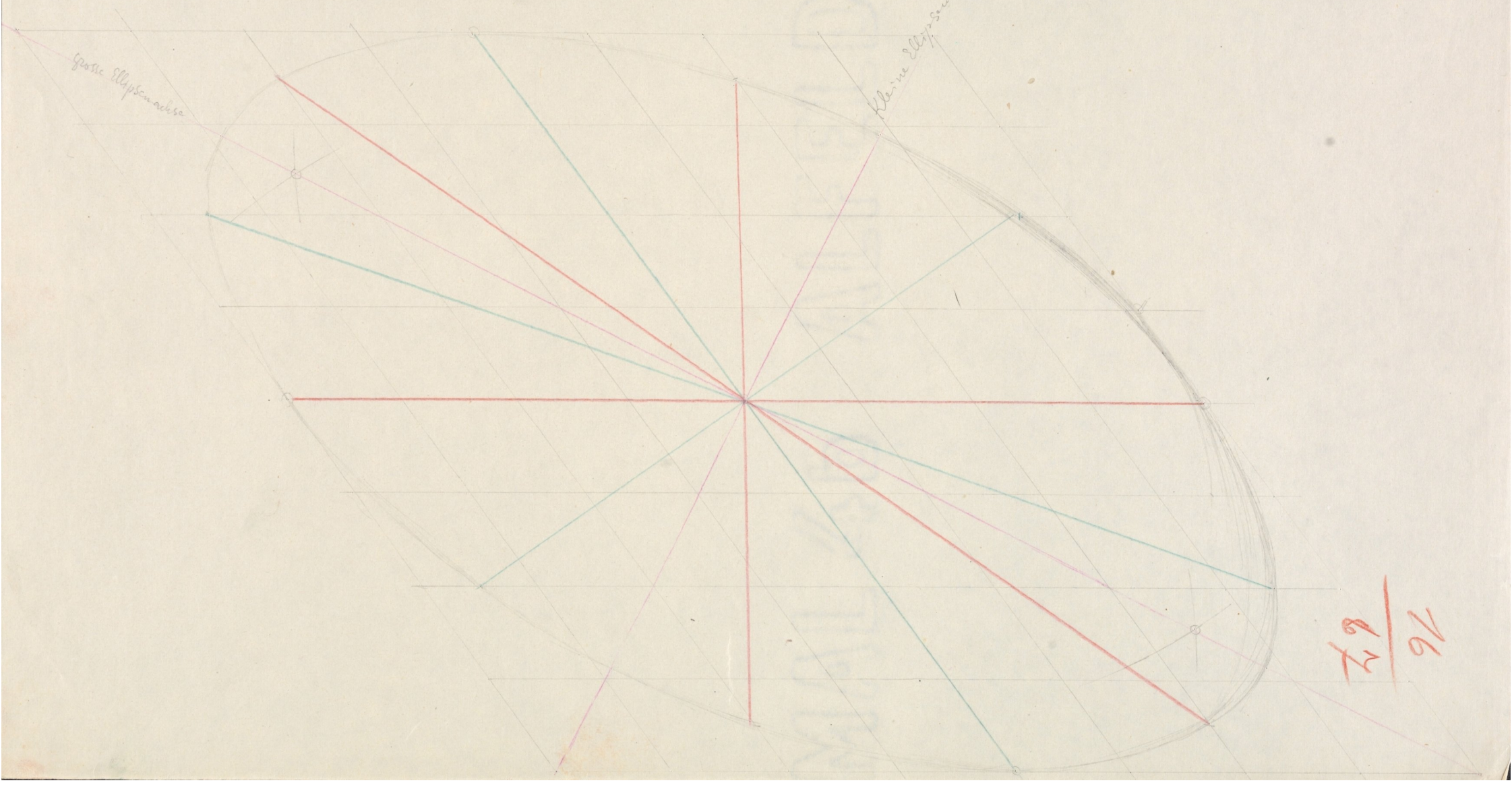
Rhombus

liefert halb x reguläre Teilungen

x dh. x ohne Rück sicht auf die

Hauptachsen

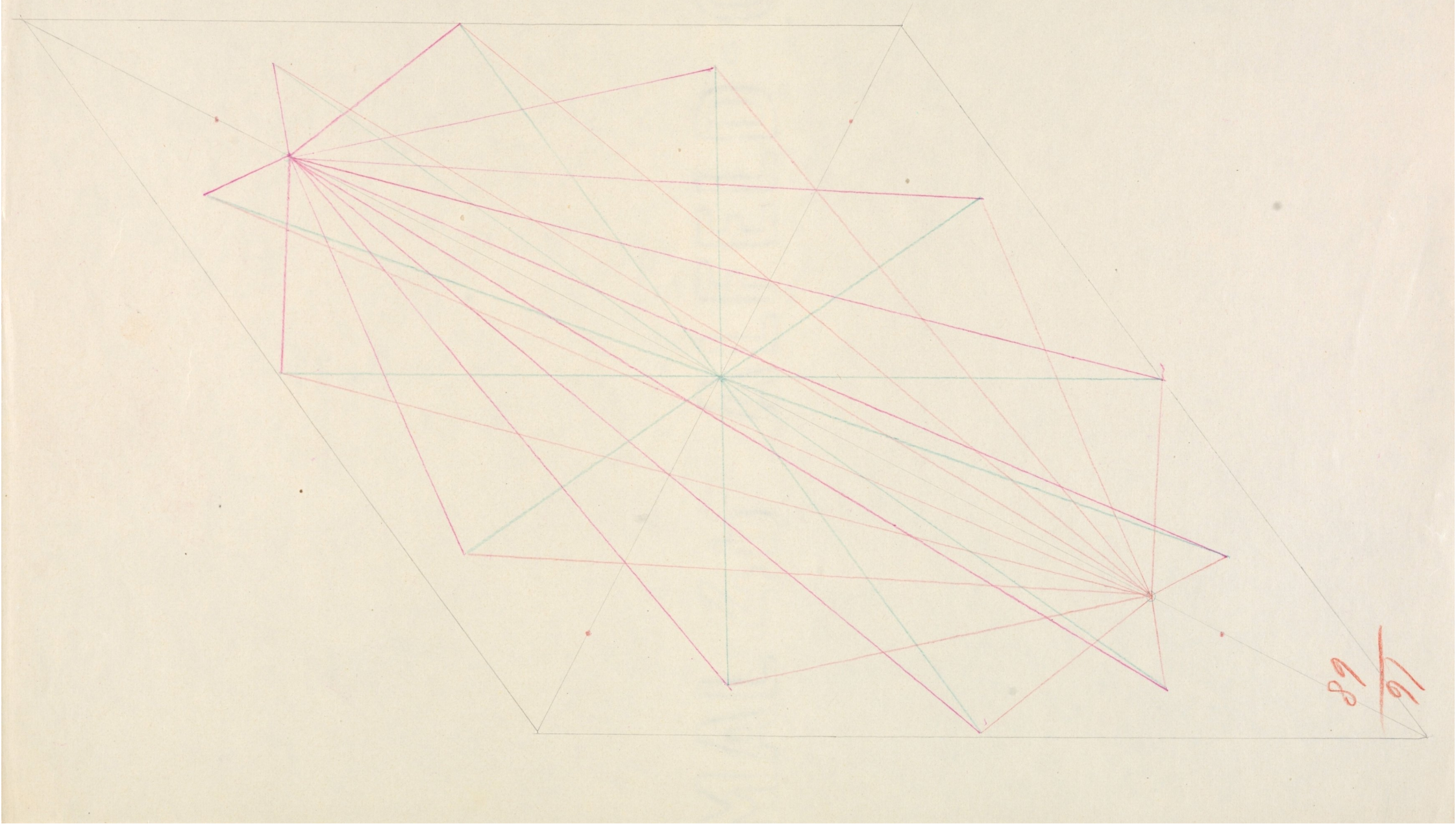
(Blatt 49 – 52)



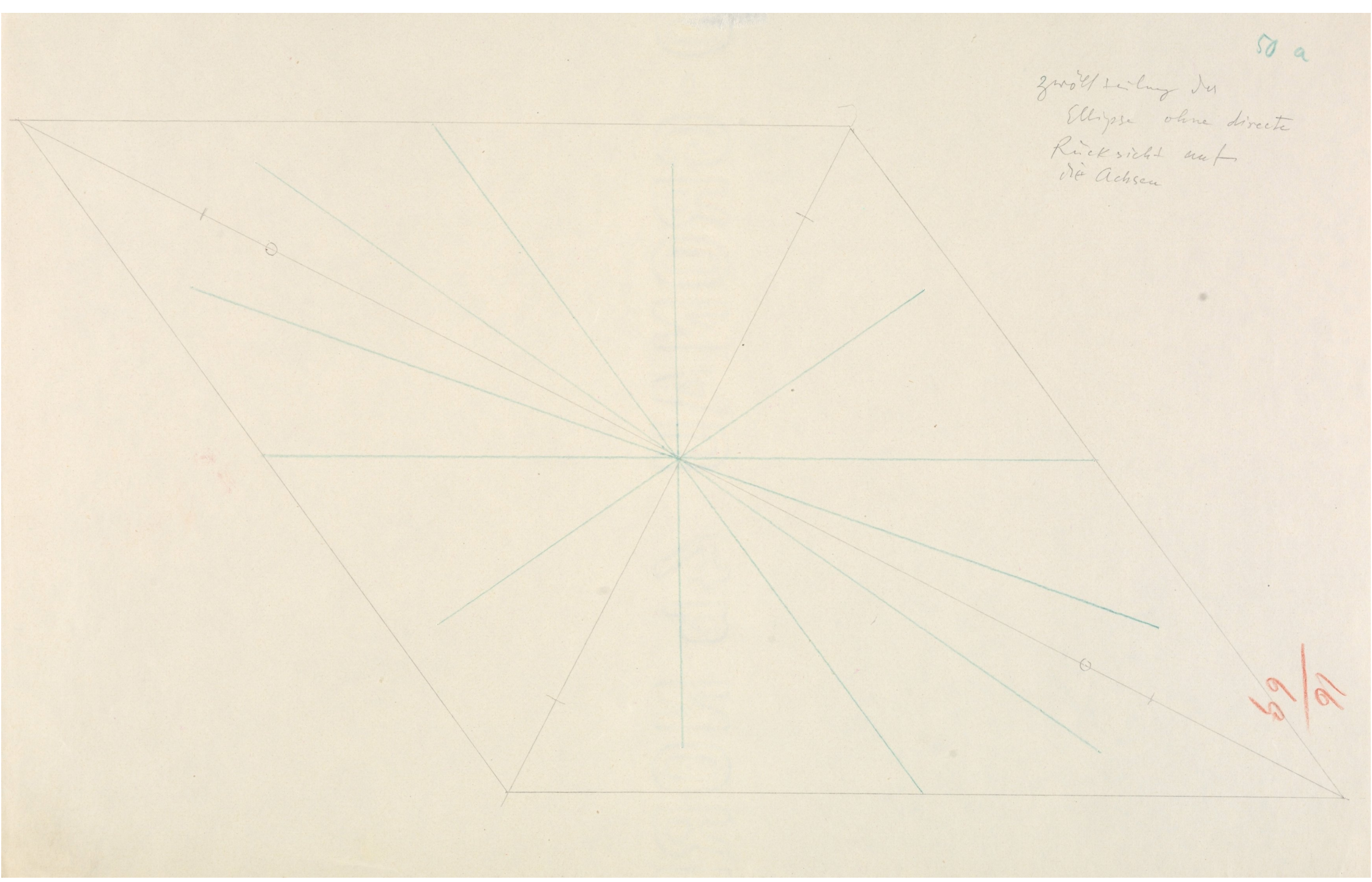
49

Kleine Ellipsenachse

Grosse Ellipsenachse

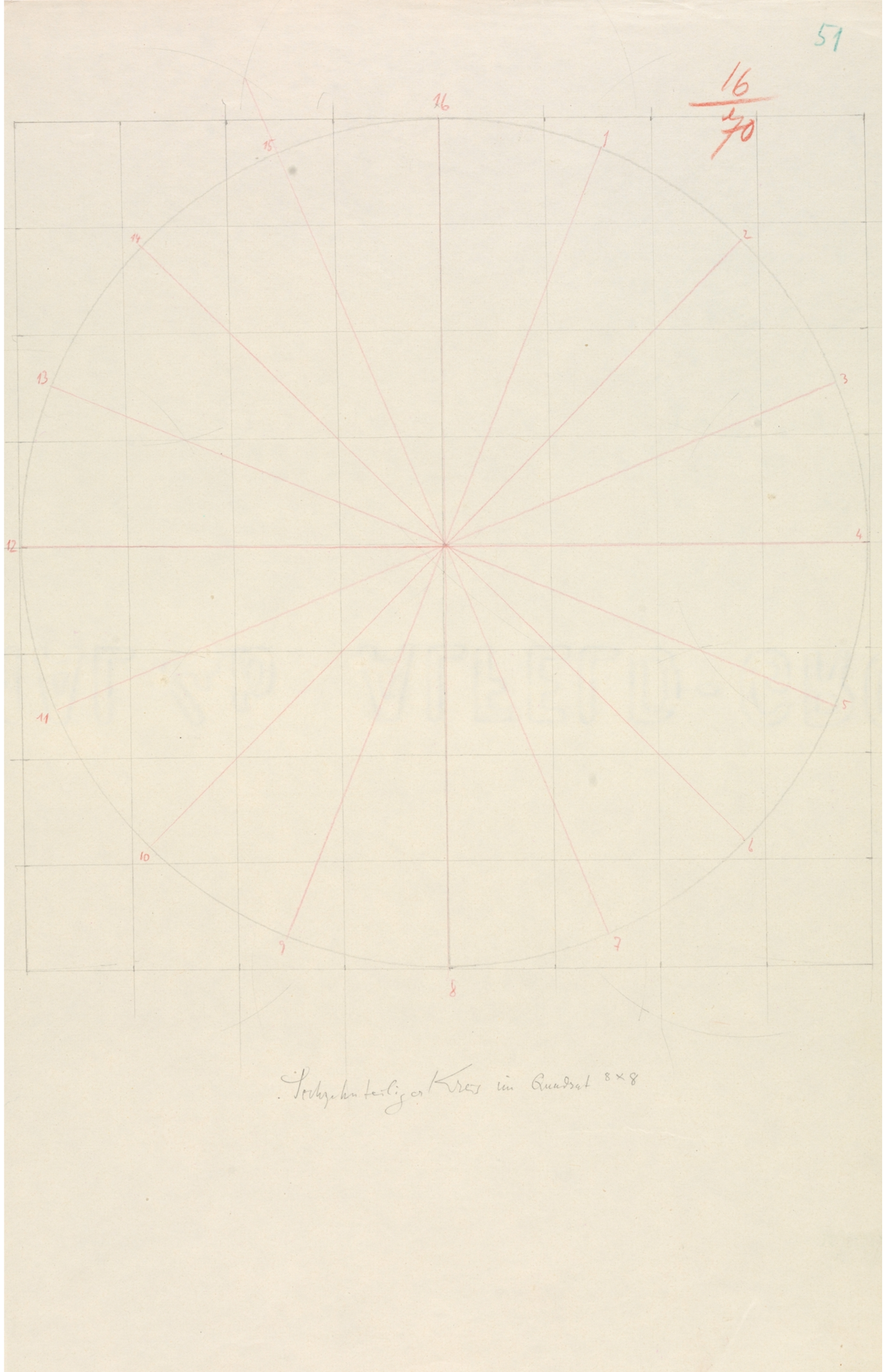


Paul Klee, II.16 Kegelschnitte, BG II.16/80

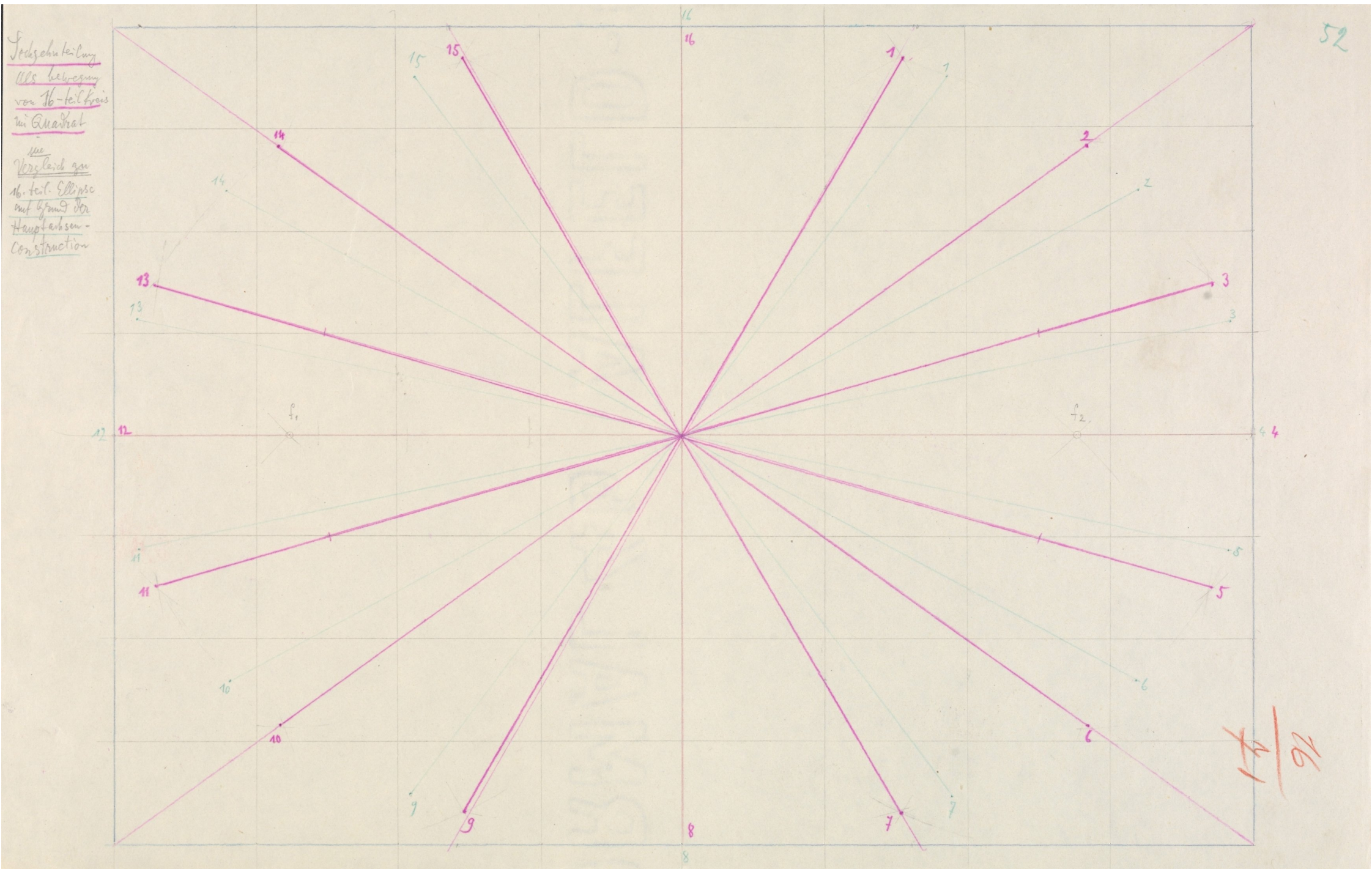


50 a

Zwölfteilung der
Ellipse ohne directe
Rücksicht auf
die Achsen

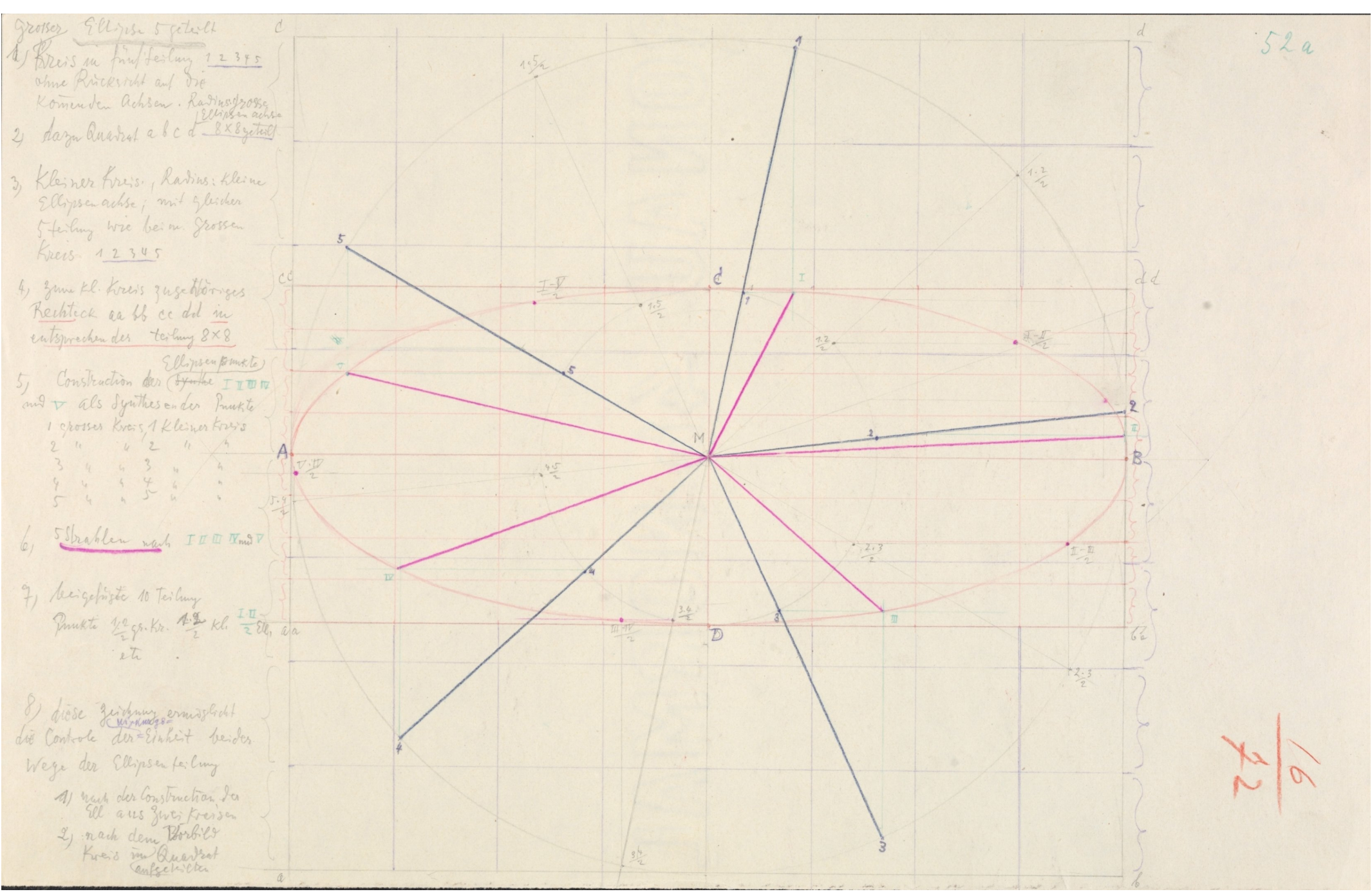


Sechzehnteiliger Kreis im Quadrat 8 x 8



Sechzehnteilung
als bewegung
von 16-teil Kreis
im Quadrat
im
Vergleich zu
16. teil. Ellipse
auf Grund der
Hauptachsen-
construction

52



52 a

Ellipse 5 geteilt

1, [1]Grosser Kreis in fünfteilung 1 2 3 4 5 ohne Rücksicht auf die kommenden Achsen. Radiusgrosse Ellipsenachse

2, dazu Quadrat a b c d 8 x 8 geteilt

3, kleiner Kreis, Radius: kleine Ellipsenachse; mit gleicher 5teilung wie beim grossen Kreis 1 2 3 4 5

4, zum kl. Kreis zugehöriges Rechteck aa bb cc dd in entsprechender teilung 8 x 8

5, Construction der Ellipsenpunkte[2] I II III IV und V als Synthesen der Punkte
1 grosser Kreis, 1 kleiner Kreis
2 „ „ 2 „ „
3 „ „ 3 „ „
4 „ „ 4 „ „
5 „ „ 5 „ „

6, 5 Strahlen nach I II III IV und V

7, beigefügte 10 Teilung
Punkte 1,2/2 gr. Kr. 1.2/2 kl. I II / 2 Ell.
etc

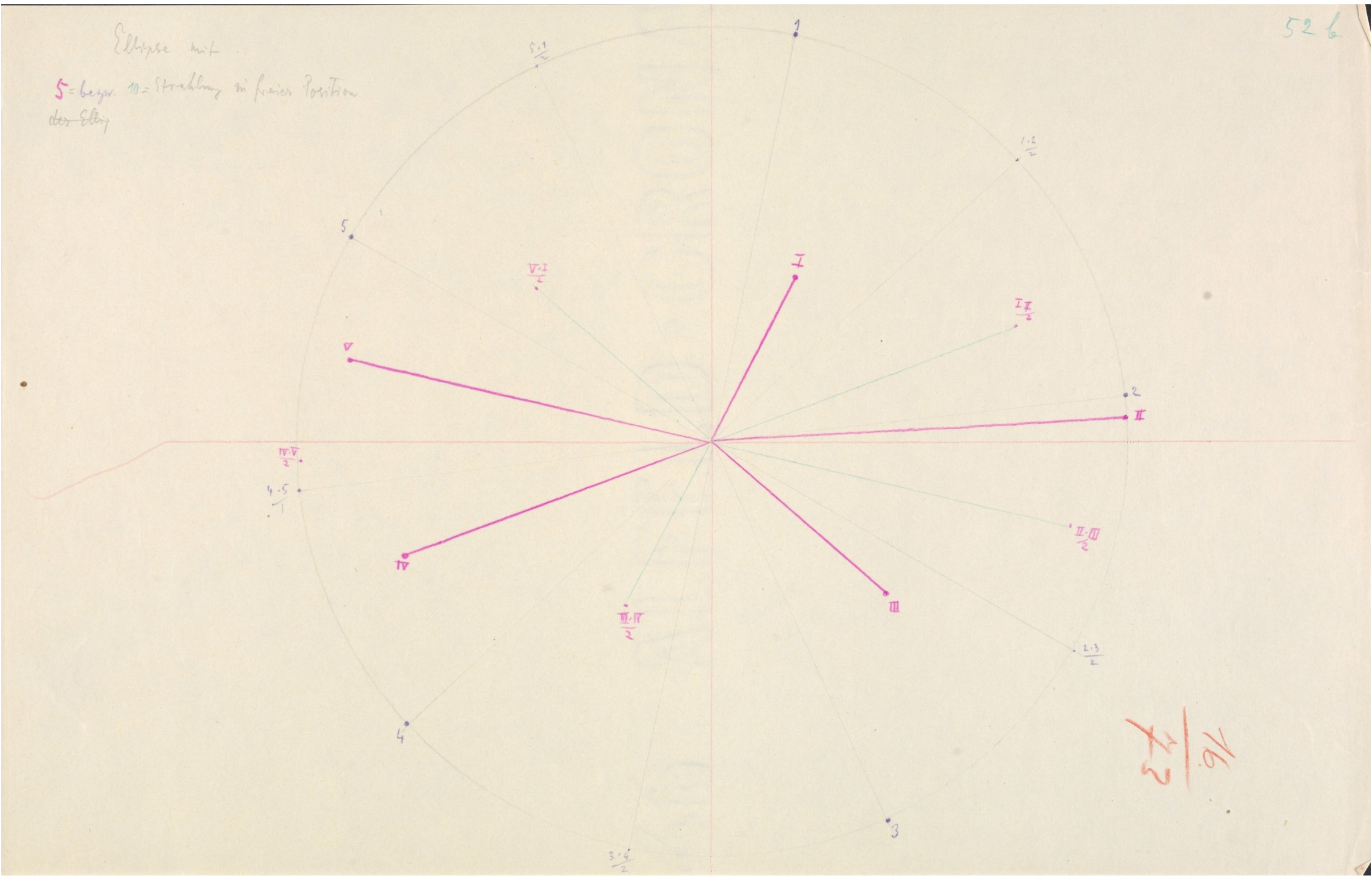
8, diese Zeichnung ermöglicht die Control/e der Wirkungseinheit[3] beider Wege der Ellipsenteilung
1, nach der Construction der Ell aus Zwei Kreisen
2, nach dem Vorbild Kreis im aufgeteilten[4] Quadrat

[1] \ Grosser /

[2] \ Ellipsenpunkte / ~~synthe~~

[3] \Wirkungs=/=Einheit

[4] / aufgeteilten \



Ellipse mit

5 = bezw. 10 = Strahlung in freier Position[1]

[1] Position // ~~der Ellip~~

16
74

Trapez

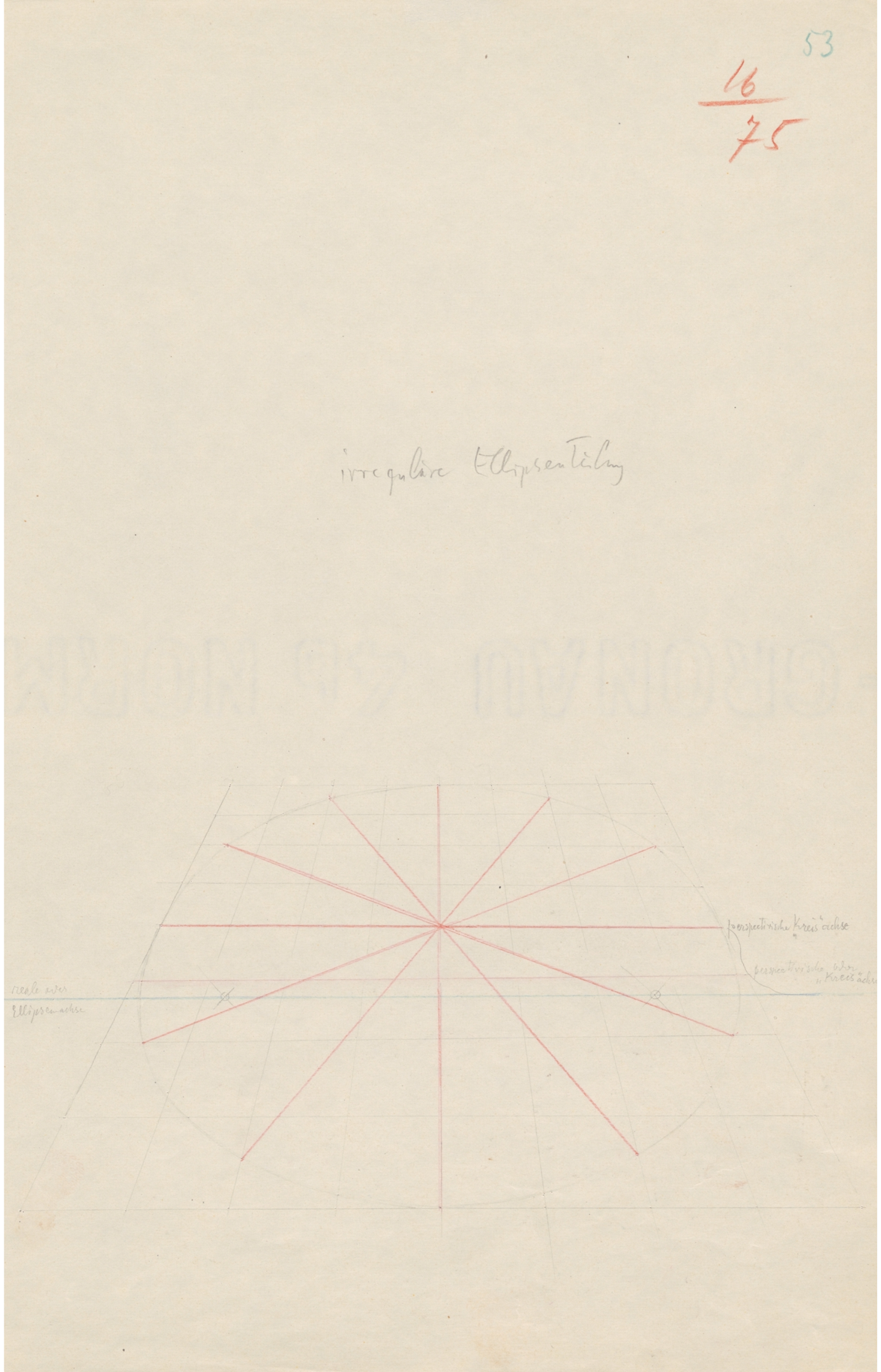
liefert irreguläre Teilungen

(Blatt 53 – 57)

Trapez

liefert irreguläre Teilungen

(Blatt 53 – 57)



irreguläre Ellipsen Teilung

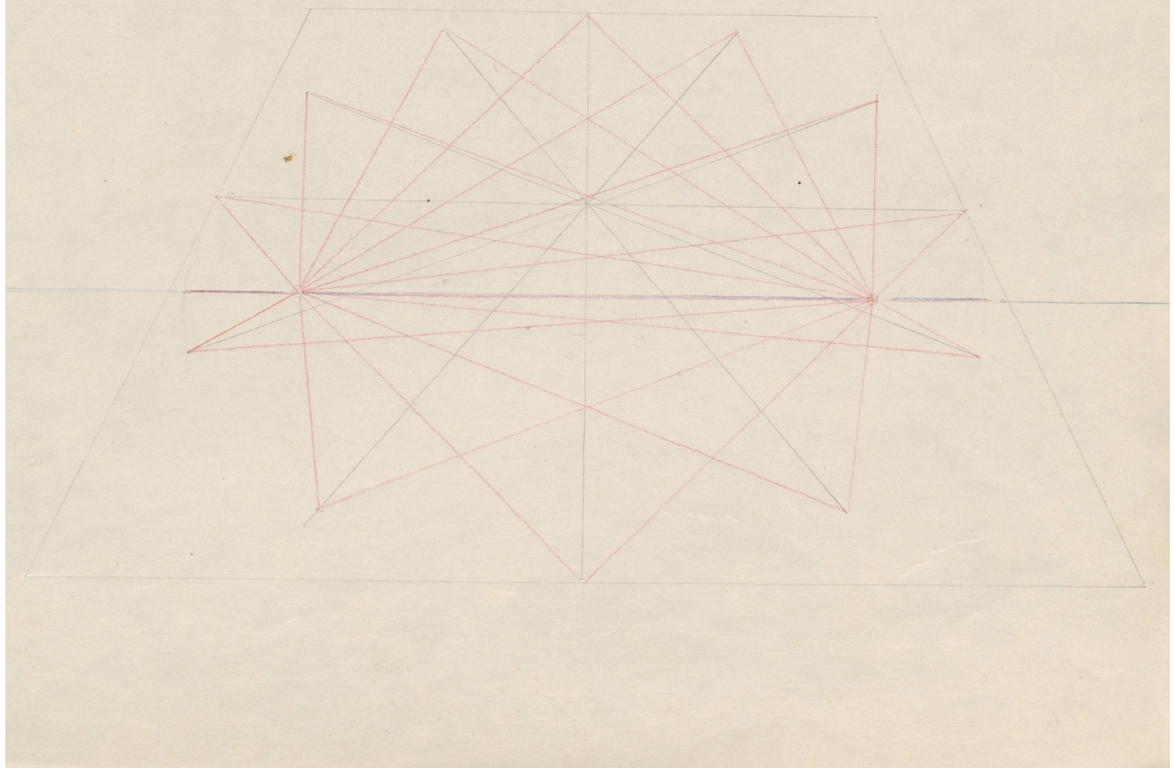
perspektivische „Kreis"achse

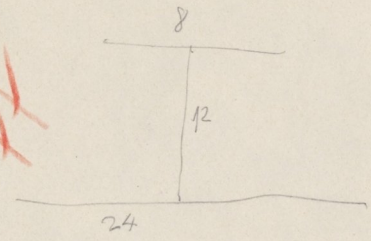
reale oder
Ellipsenachse

perspektivische oder
„Kreis"achse

54

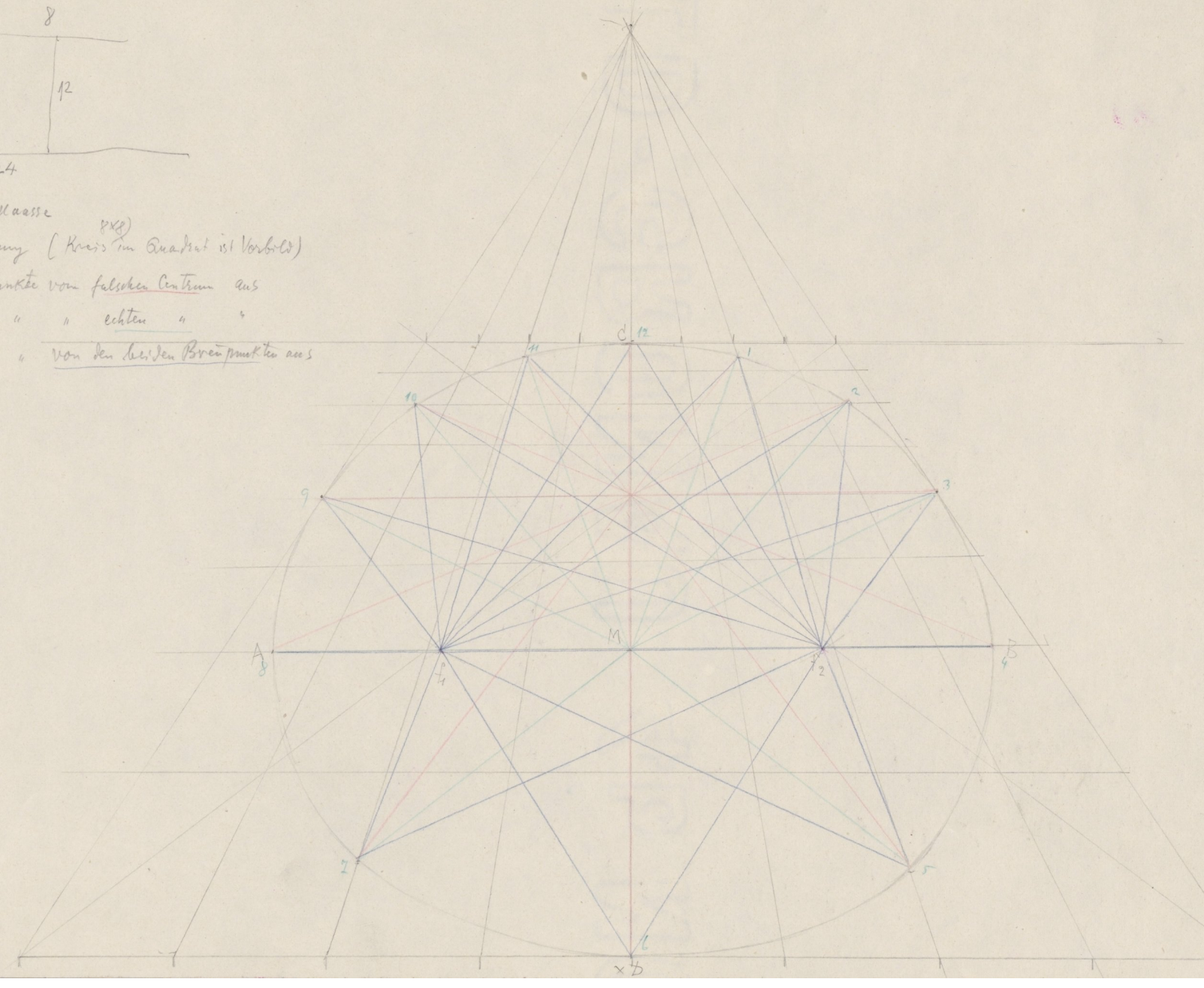
16
76





№ 1/24

a) Trapez obiger Maasse
b) Anormale 12 Teilung (Kreis 8x8 im Quadrat ist Vorbild)
c) bestrahlung der 12 Punkte vom falschen Centrum aus
d) " " " " " echten " "
e) " " " " von den beiden Brennpunkten aus



Trapez Maasse 55

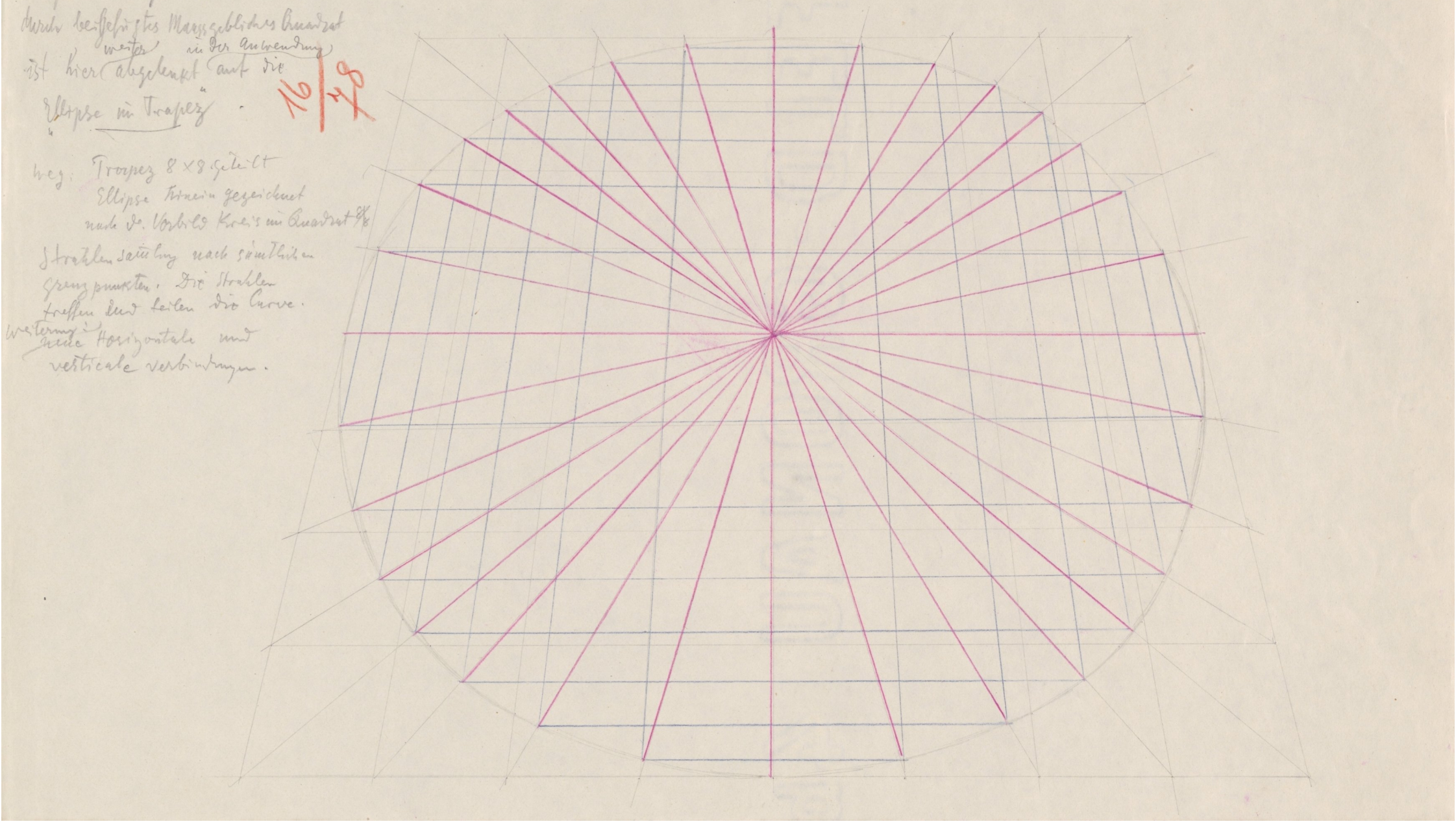
a, Trapez obiger Maasse
b, Anormale 12 Teilung (Kreis 8 x 8[1] im Quadrat ist Vorbild)
c, bestrahlung der 12 Punkte vom falschen Centrum aus
d, „ „ „ „ „ echten „ „
e, „ „ „ „ von den beiden Brennpunkten aus

[1] \ 8 x 8 /

Das
~~Als~~ latente Vorbild, nämlich:
irreguläre Teilung eines Kreises
durch beigefügtes Maassgebliches Quadrat
ist hier weiter abgelenkt in der Anwendung auf die
Ellipse im Trapez.

16/28

weg: Trapez 8 x 8 geteilt
Ellipse hinein gezeichnet
nach d. Vorbild Kreis im Quadrat 8x8
Strahlensammlung nach sämtlichen
Grenzpunkten. Die Strahlen
treffen und teilen die Curve.
Weiterung: neue Horizontale und
verticale Verbindungen.



Das[1] latente Vorbild, nämlich:
irreguläre Teilung eines Kreises
durch beigefügtes Maassgebliches Quadrat
ist hier weiter[2] abgelenkt in der Anwendung[3] auf die
„Ellipse im Trapez".
Weg: Trapez 8 x 8 geteilt
Ellipse hinein gezeichnet
nach d. Vorbild Kreis im Quadrat 8x8
Strahlensammlung nach sämtlichen
Grenzpunkten. Die Strahlen
treffen und teilen die Curve.
Weiterung:[4] neue Horizontale und
verticale Verbindungen.

[1] ~~Als~~ \ Das /

[2] \ weiter /

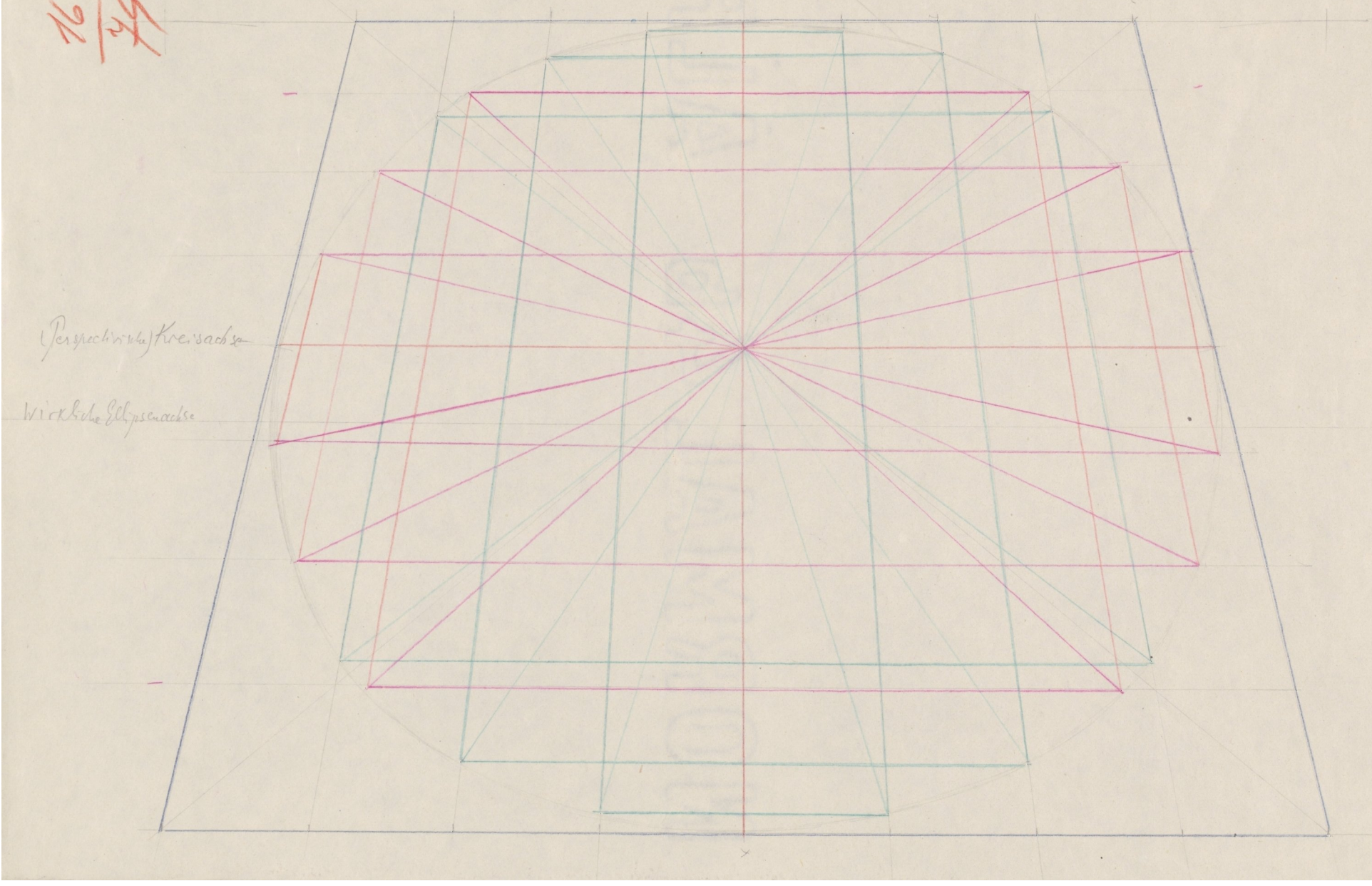
[3] \ in der Anwendung /

[4] \ Weiterung: /

Ellipsenteilung durch Zuhilfenahme des symmetrischen Trapezes 8 x 8 geteilt
auf der Curve notieren sich dadurch grüne Punkte wo sie mit den Verbindungslinien oben-unten zusammentrifft
und rote „ „ „ „ „ „ links-rechts „ „
entsprechen ordnet sich die Strahlung in rot und grün.

57

16/29

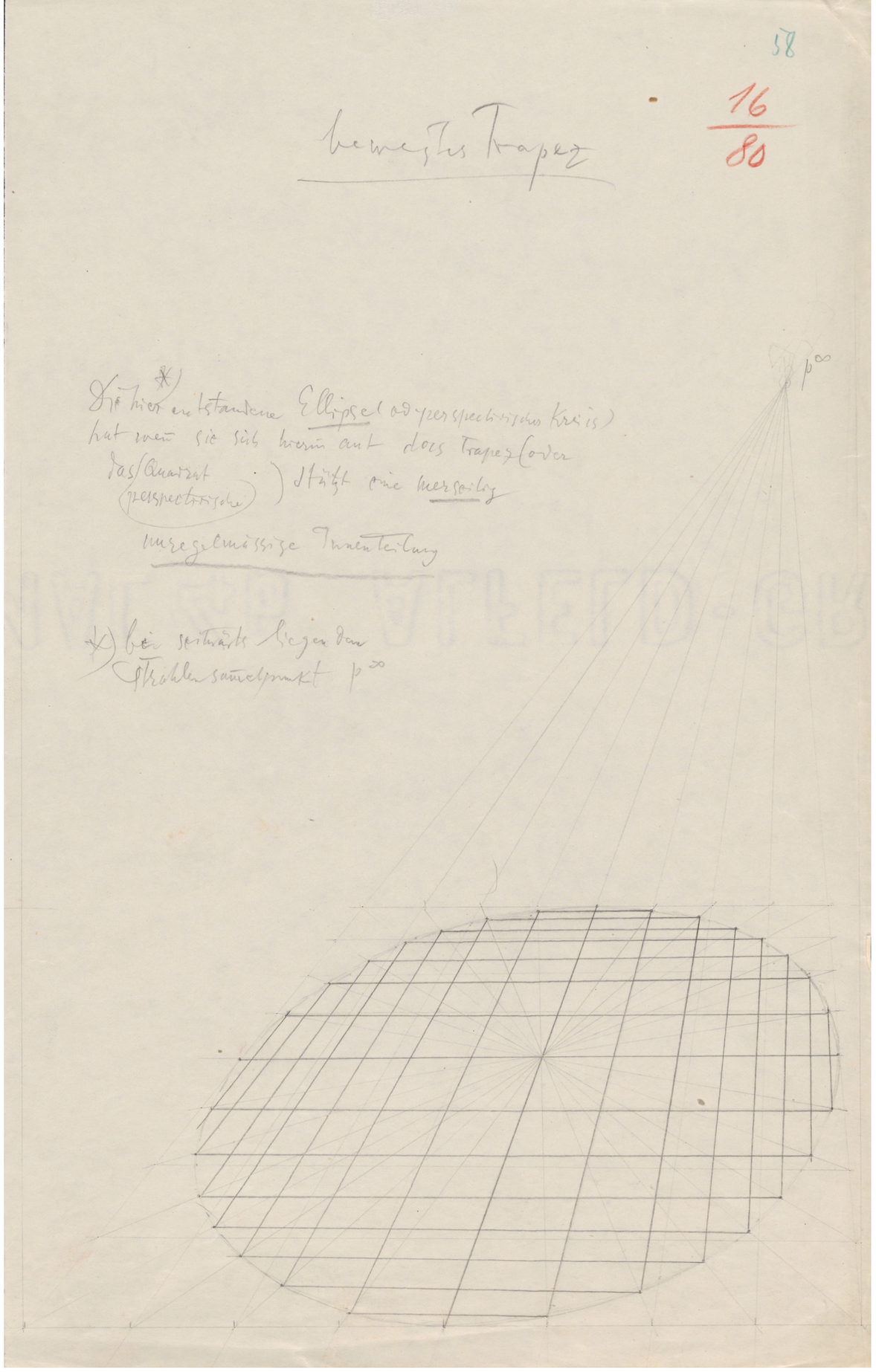


Ellipsenteilung durch Zuhilfenahme des symmetrischen Trapezes 8 x 8 geteilt
auf der Curve notieren sich dadurch grüne Punkte wo sie mit den Verbindungslinien oben-unten zusammentrifft
und rote „ „ „ „ „ „ links-rechts „ „
entsprechen ordnet sich die Strahlung in rot und grün.

57

(Perspectivische) Kreisachse

wirkliche Ellipsenachse



bewegtes Trapez

Die hier *)[1] entstandene Ellipse (od. perspectivischer Kreis)
hat wenn sie sich hierin auf das Trapez (oder
das perspectivische[2] Quadrat) stützt eine me*h*rseitig

unregelmässige Innenteilung

*) bei seitwärts liegenden

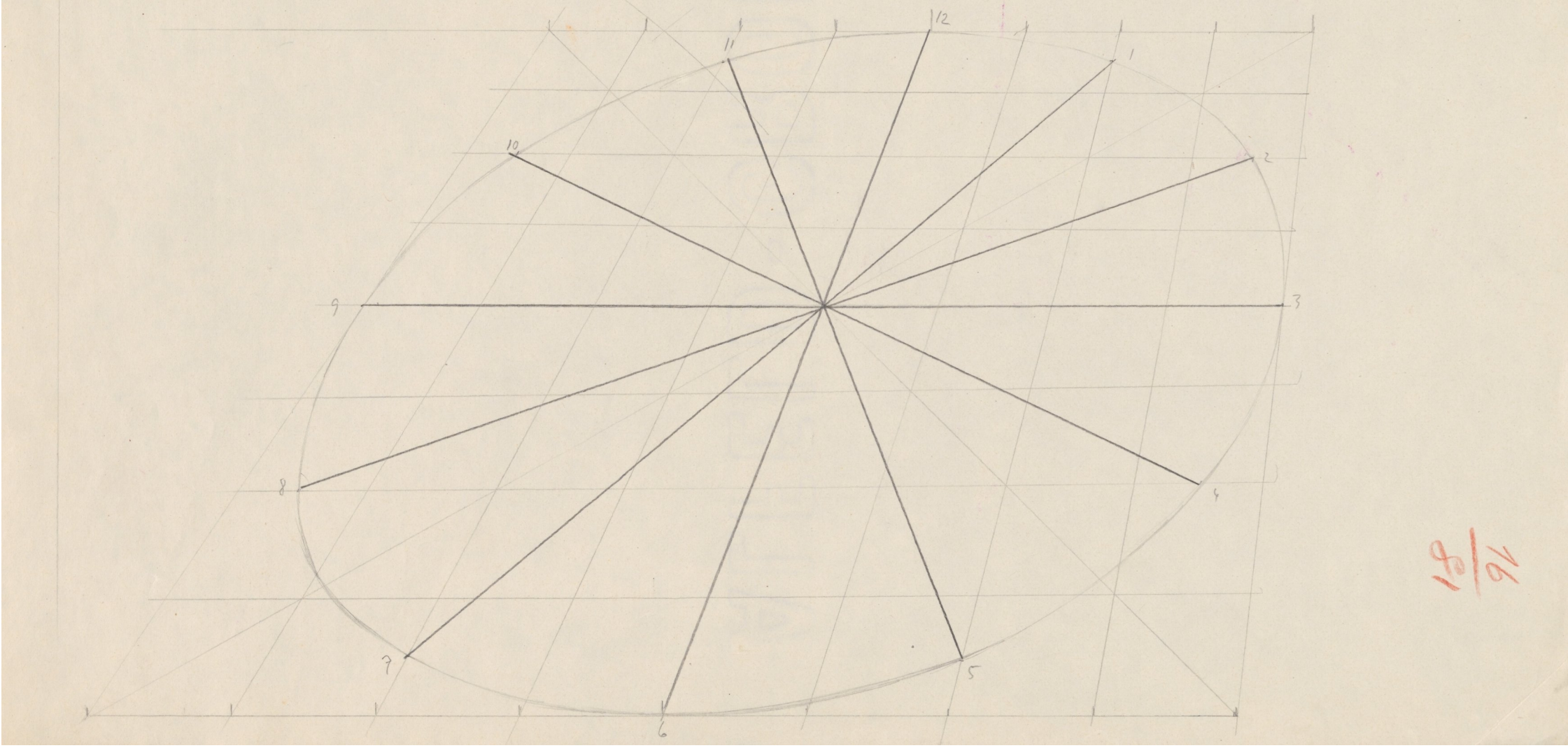
Strahlensammelpunkt p∞

[1] \ *) /

[2] / perspectivische \

Schiefes Trapez 12/

. normale Ellipsenteilung ohne Rücksicht auf die Hauptachsen

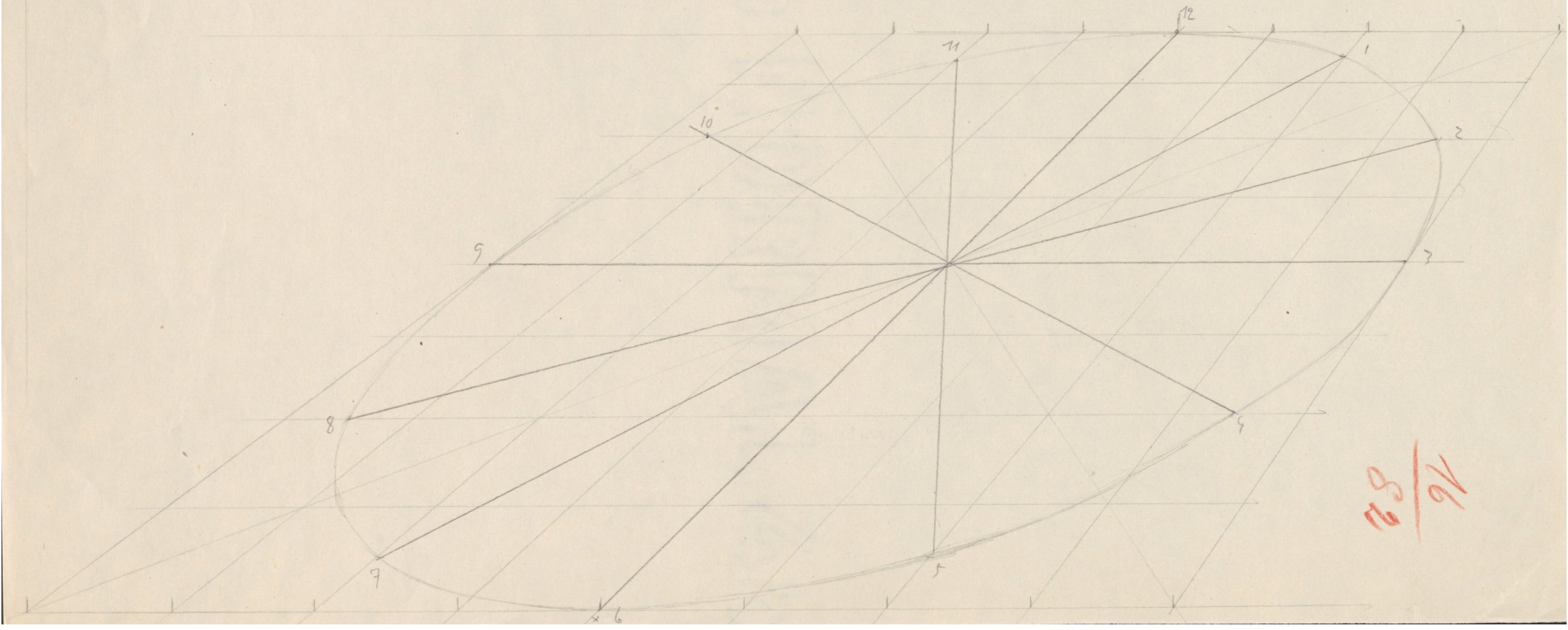


Schiefes Trapez 59

normale Ellipsen 12[1] Teilung ohne Rücksicht auf die Hauptachsen

[1] \ 12 /

60



do

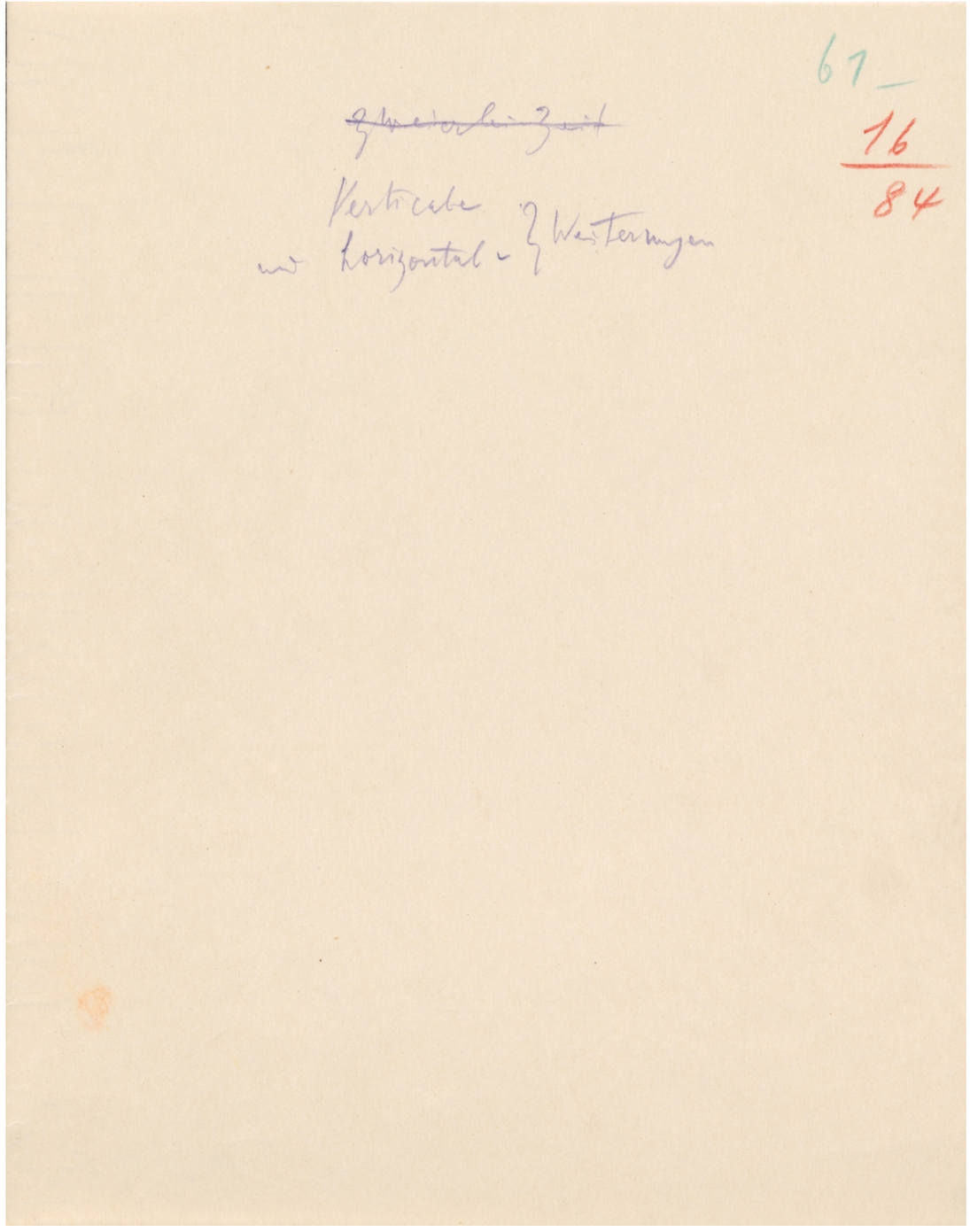
anormale Ellips.Zwölfteilung 60

ohne Rücksicht auf die Hauptachsen

Ellipsen — Constructive Weiterungen (Bl. 61–111)

16
83

Ellipsen Constructive Weiterungen

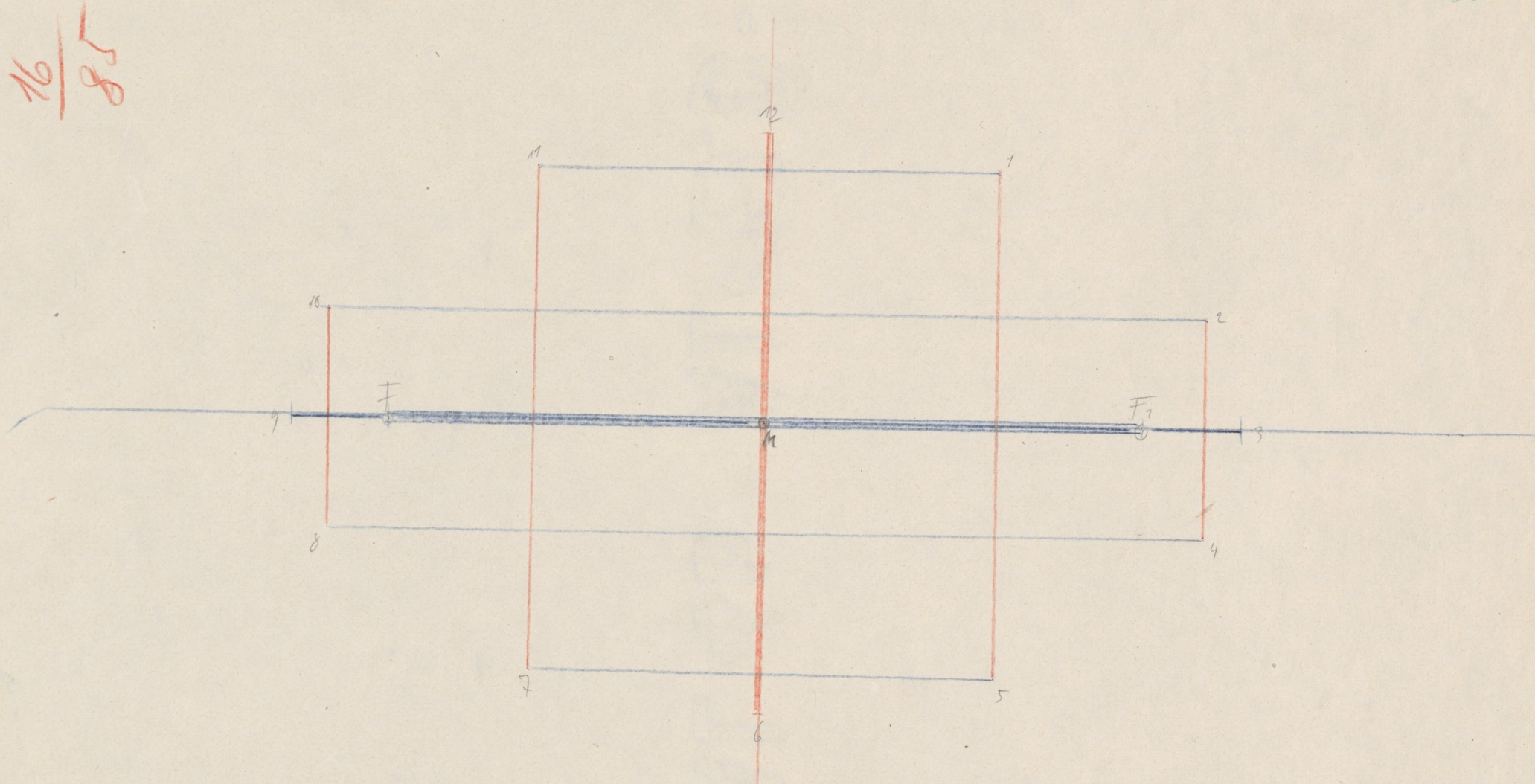


[1]Verticale
} Weiterungen
und horizontale

[1] ~~zweierlei Zeit~~ // Verticale

Ell. teilg. (2 Kreise)

61 ~~11~~



Primären= und Secundären= Statische Regelsammlung
auf Grund der Ellipse 14,9 18,8
die Teilung der selben aufgefasst als 2 Regulärgeteilte, sich berührende Kreise in F und F_1

Ell. teilg. (2 Kreise)

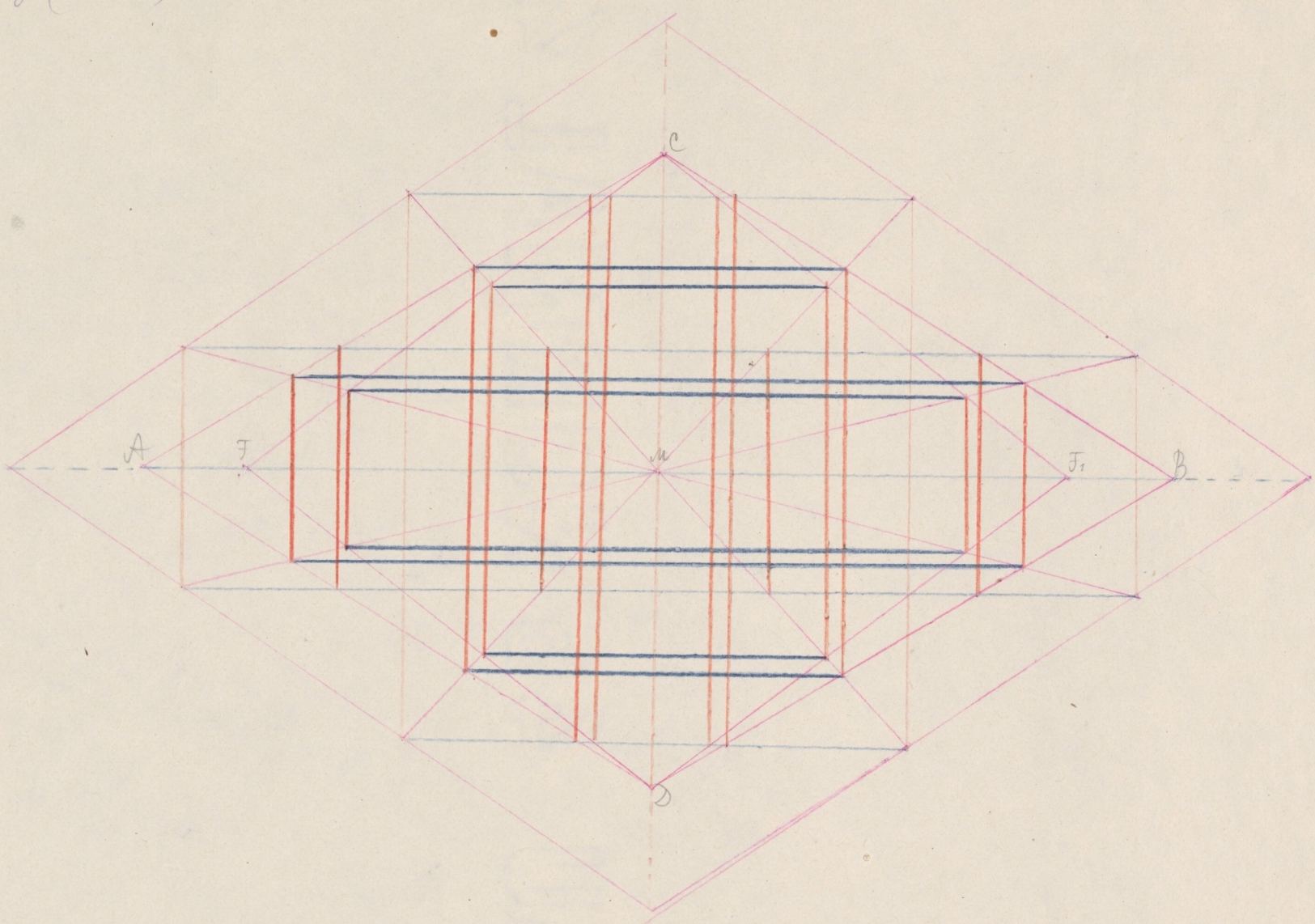
61 ~~11~~

Primären= und Secundären= Statische Regelsammlung
auf Grund der Ellipse 14,9 18,8
die Teilung der selben aufgefasst als 2 Regulärgeteilte, sich berührende Kreise in F und F_1

Ellips. teilung (2 Kreise)

16/86

62 ~~13~~



Primär= Secundär= und Tertiär – Regeln total und erweitert

Ellips. teilung (2 Kreise)

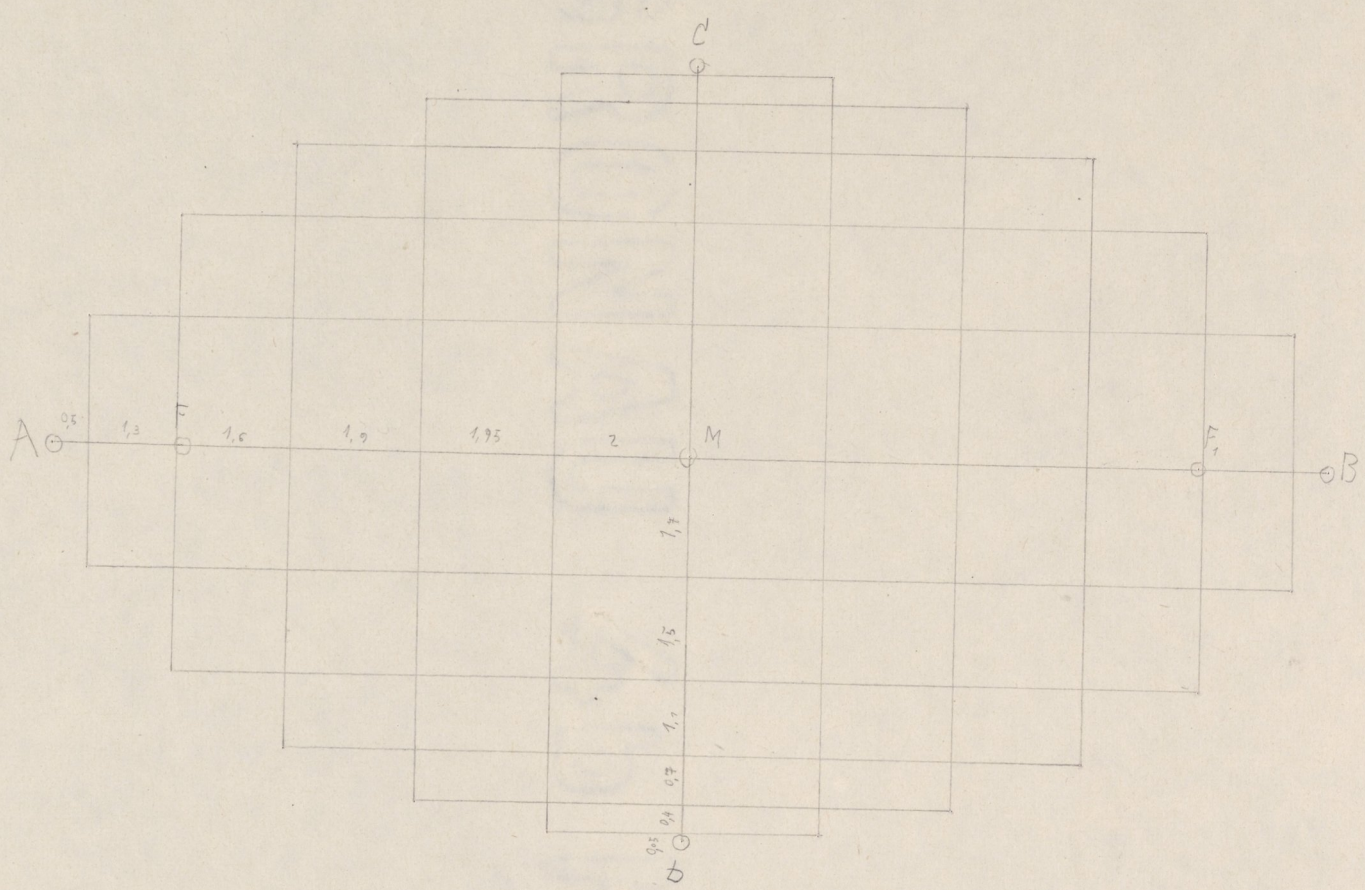
62 ~~13~~

Primär= secundär= und Tertiär – Regeln total und erweitert

Ellipse durch abstecken in 24 gleiche Segmente geteilt
und Progression der primären und secundären Regeln

16/84

63 16

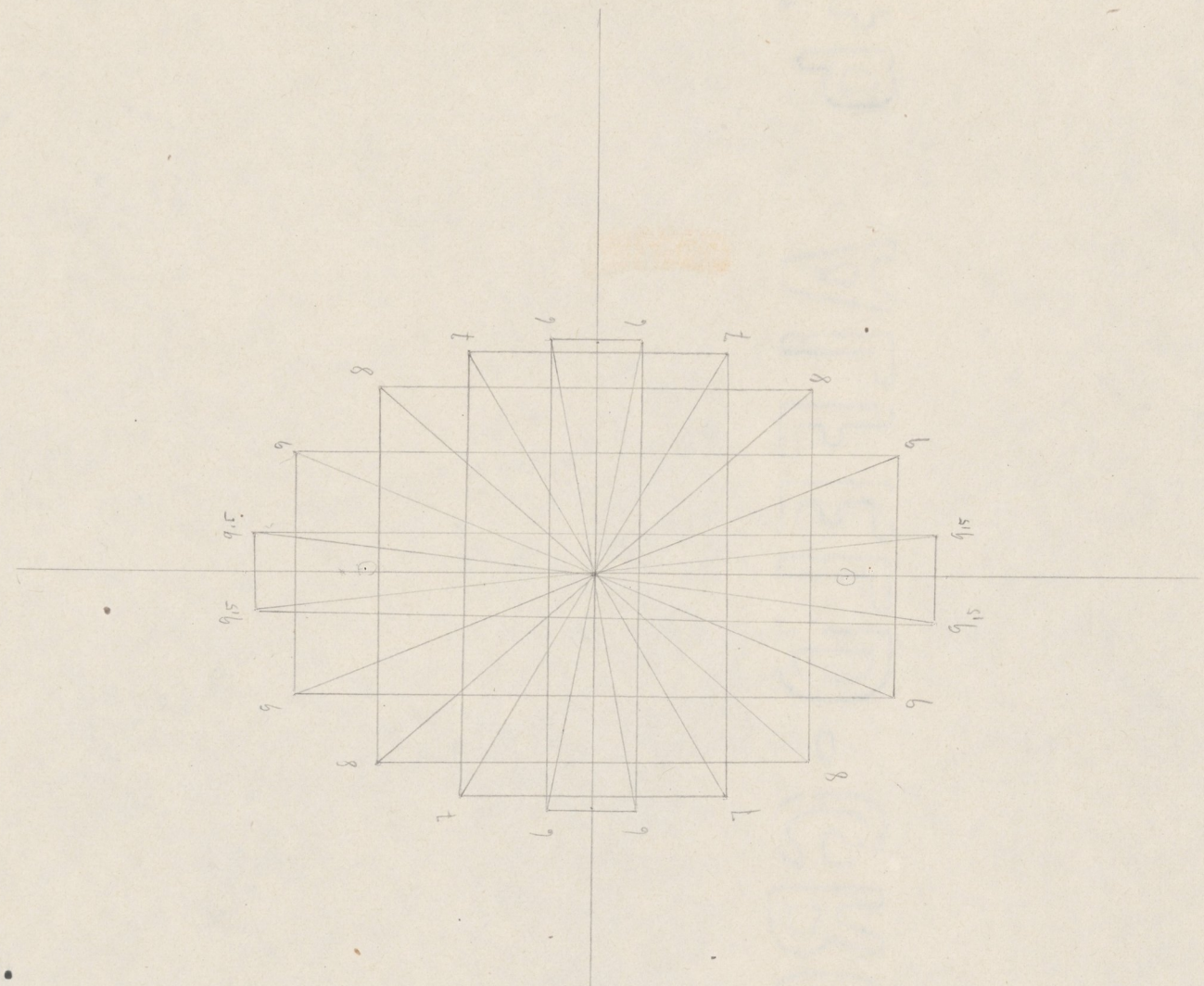


Ellipse durch Abstecken in 24 gleiche Segmente geteilt

und Progression der primären und secundären Regeln

63 ~~16~~

16/88



Verhältnis der Lagen, Lote und Diagonalstrahlen in der Ellipse 8.11.

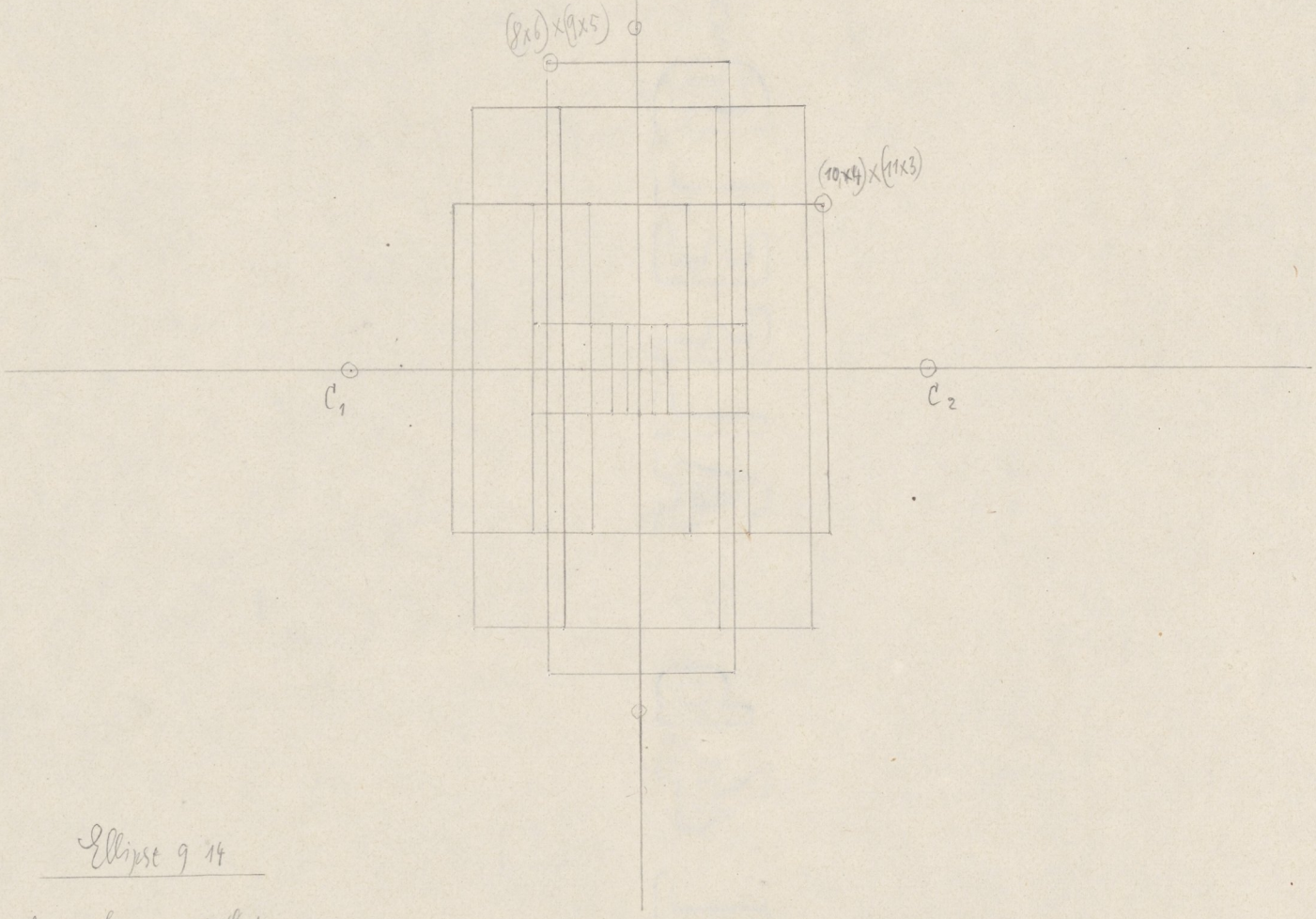
Lagen Lote Diagonal strahlung hauptsächlich nach Ganzzahlenpunkten der Ellipse 8.11:

~~19~~ 64

Verhältnis der Lagen, Lote und Diagonalstrahlen in der Ellipse 8.11.

Lagen Lote Diagonal strahlung hauptsächlich[1] nach Ganzzahlenpunkten der Ellipse 8.11.

[1] \ hauptsächlich /



Ellipse 9 14

neue Lagen und Lote

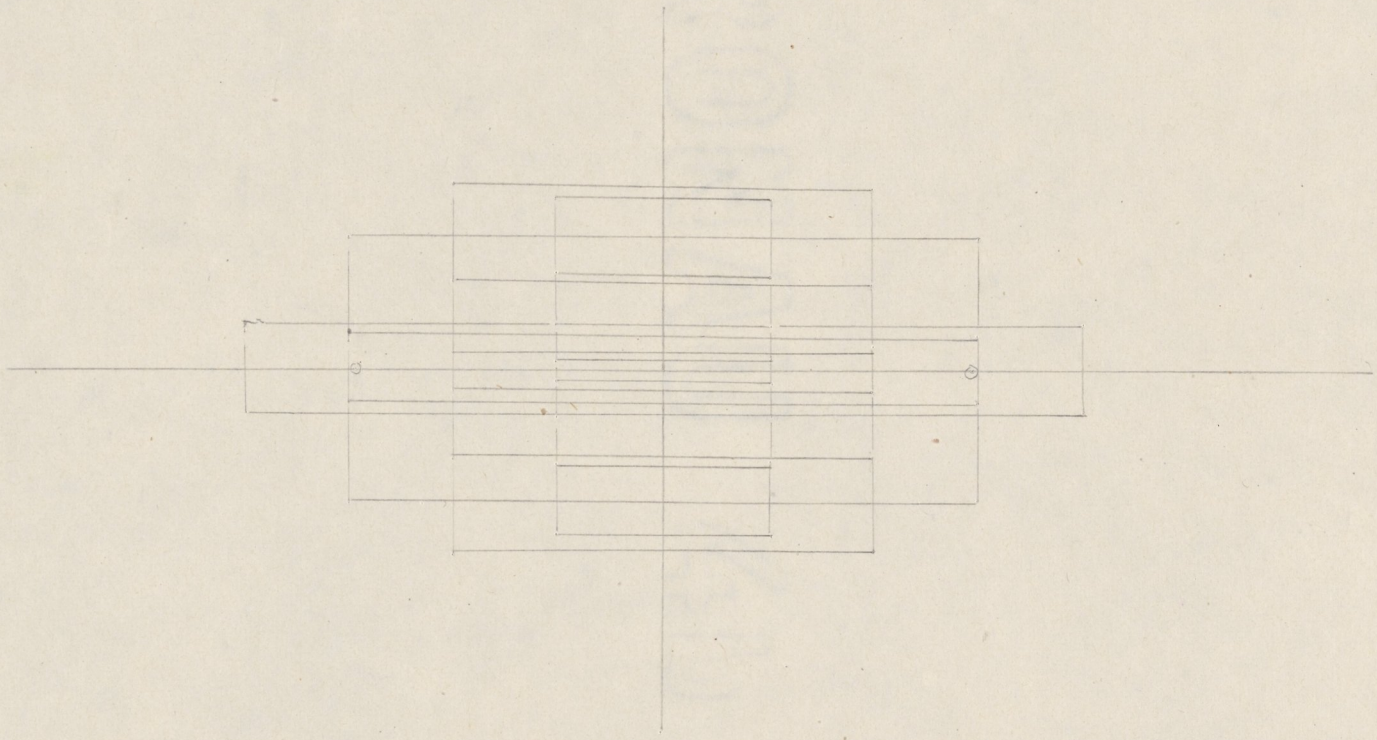
(auf Grund der Schnittpunkte von Lagen und Diagonalstrahlung)

Ellipse 9 14

neue Lagen und Lote

(auf Grund der Schnittpunkte von Lagen und Diagonalstrahlung)

16/30



Ellipse 9.14 neue Lagen und Lote (auf Grund der Schnittpunkte von Loten und Diagonalstrahlung)

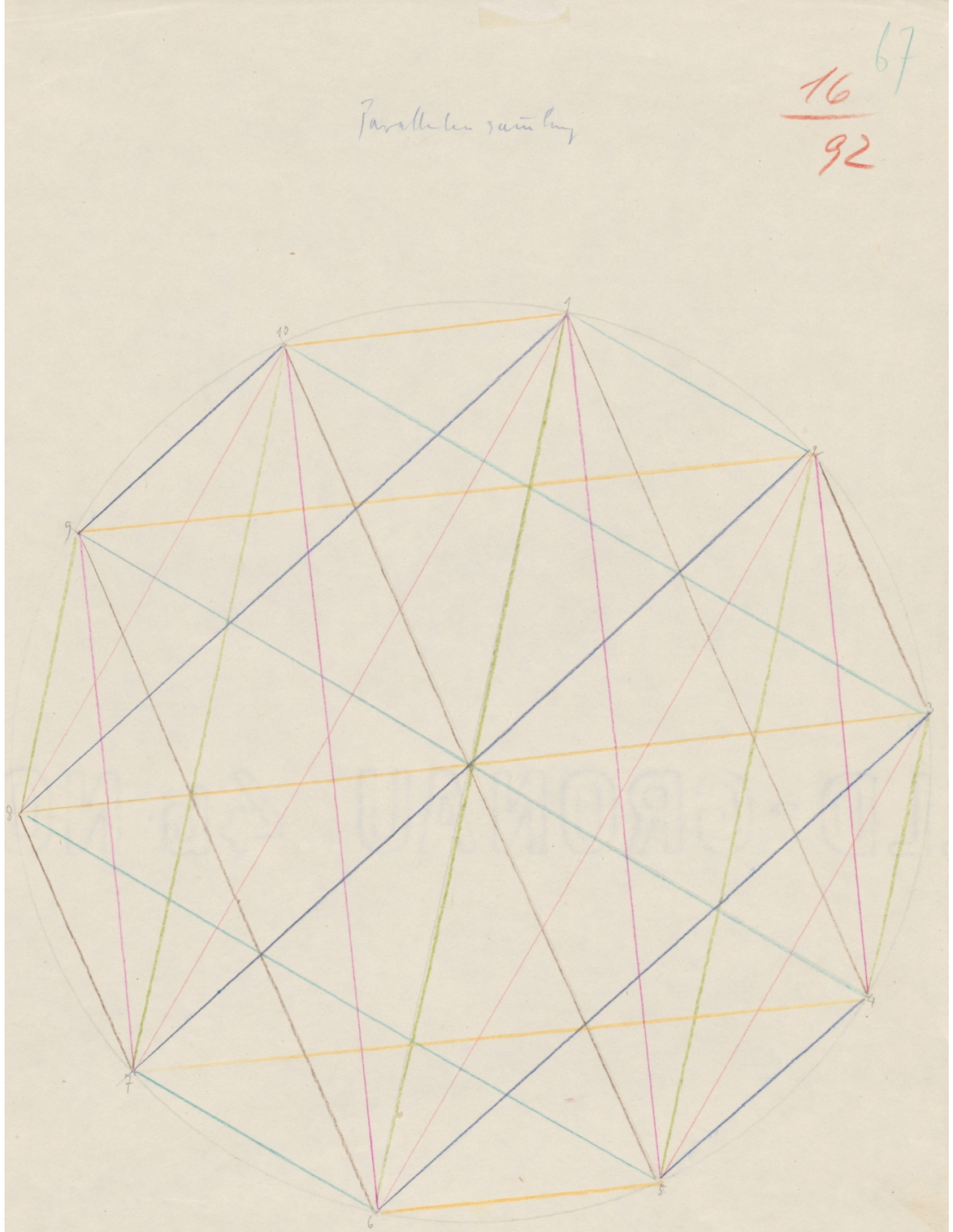
Ellipse 9.14 neue Lagen und Lote (auf Grund der Schnittpunkte von Loten und Diagonalstrahlung)

67 —
16
91

Parallelismus

Parallelismus

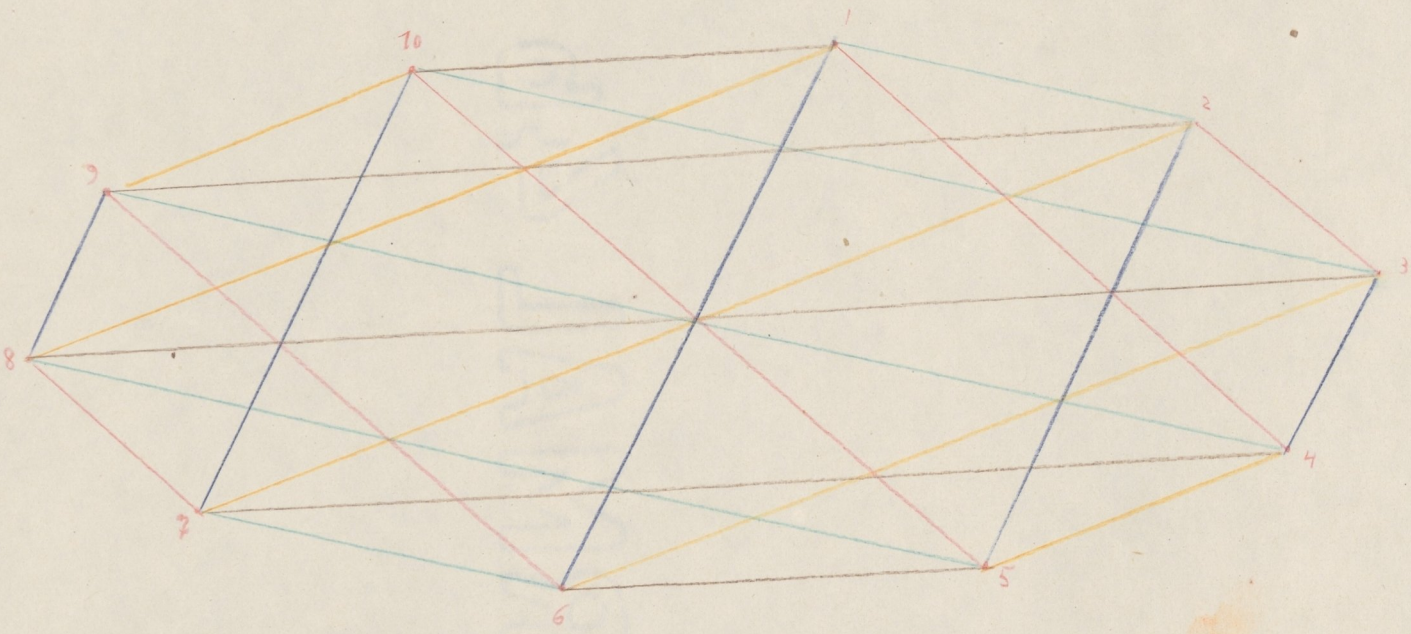
Parallelensammlung



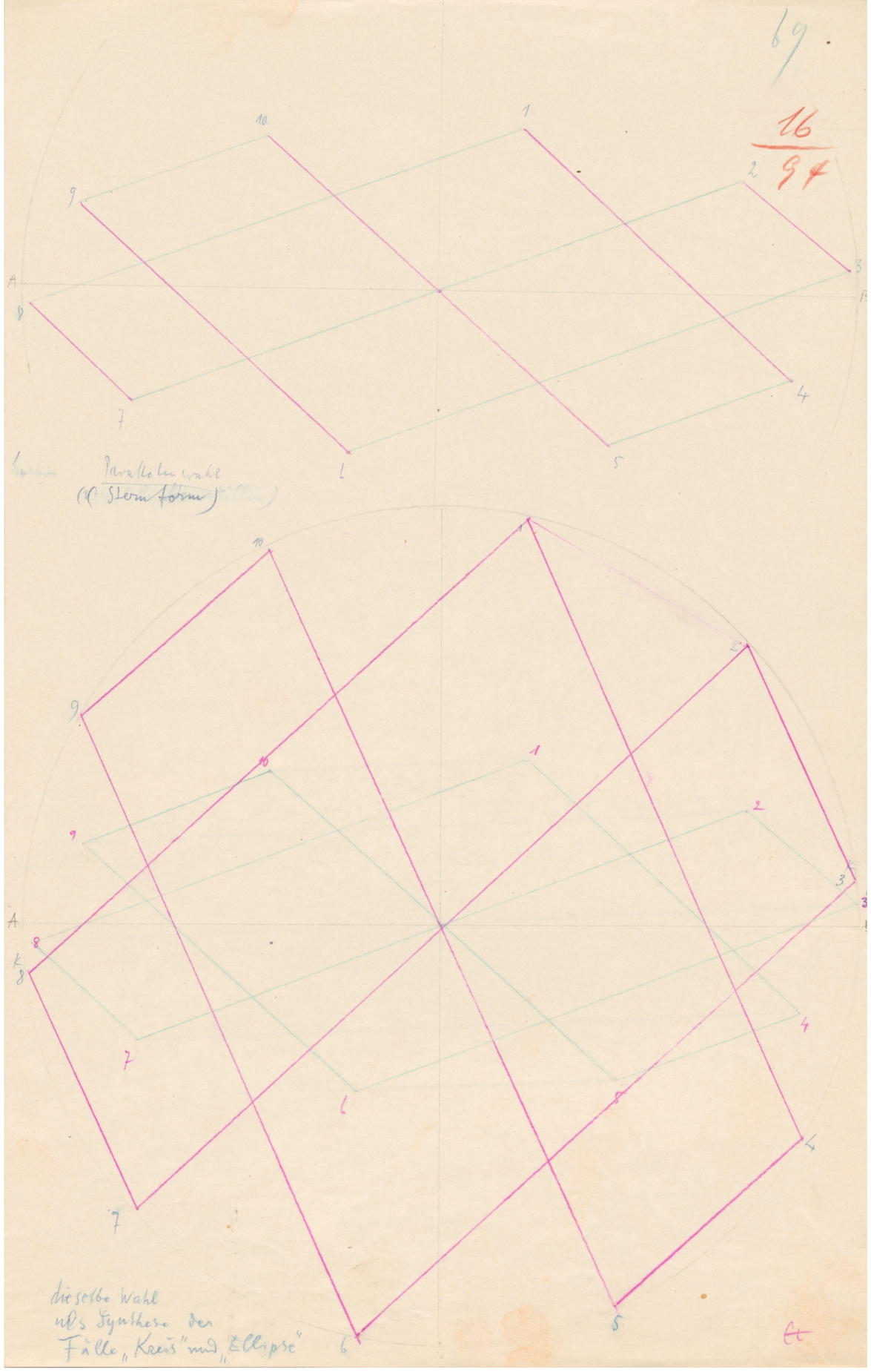
16/93

Parallelensammlung

68



Paul Klee, II.16 Kegelschnitte, BG II.16/105

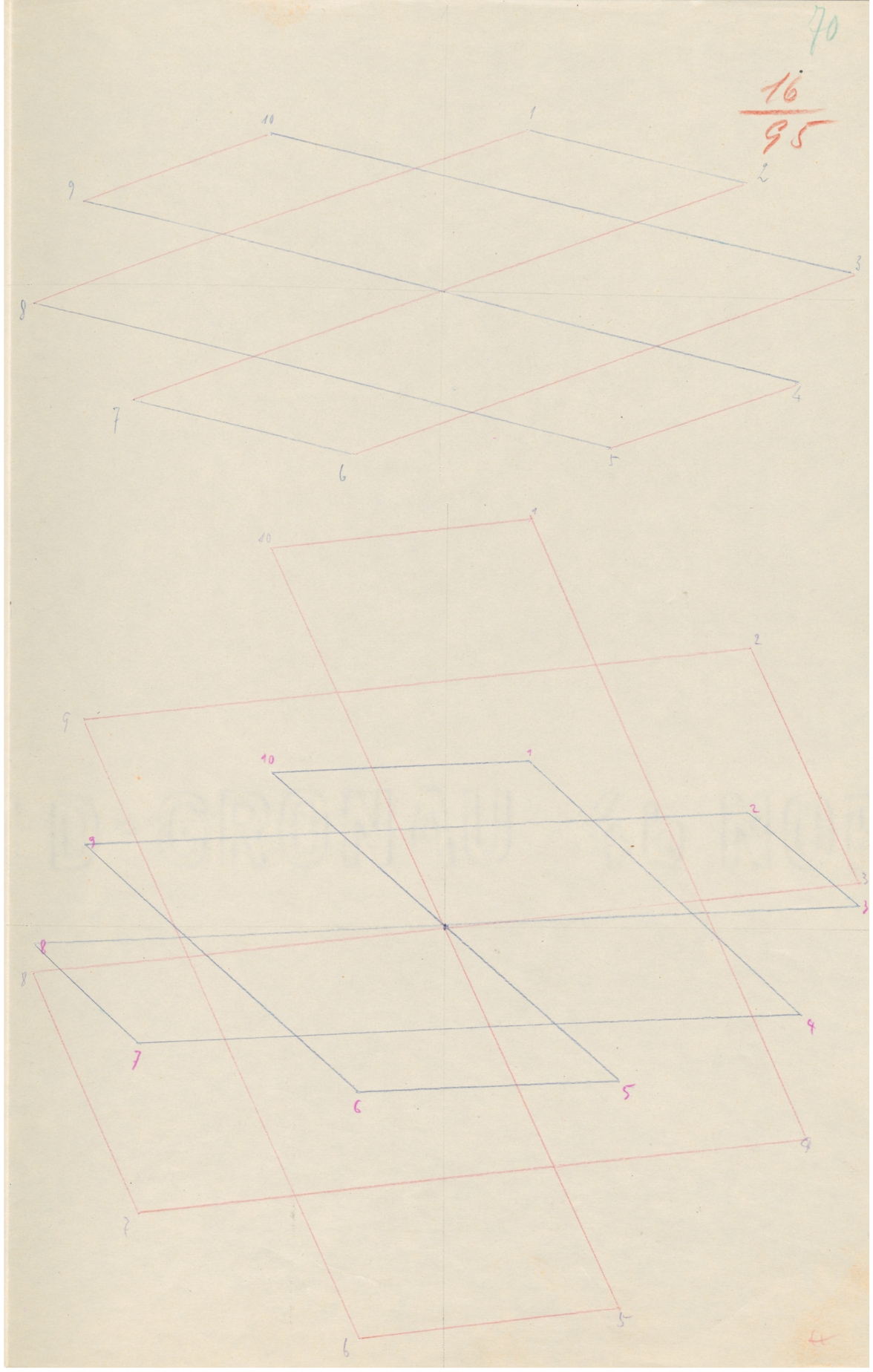


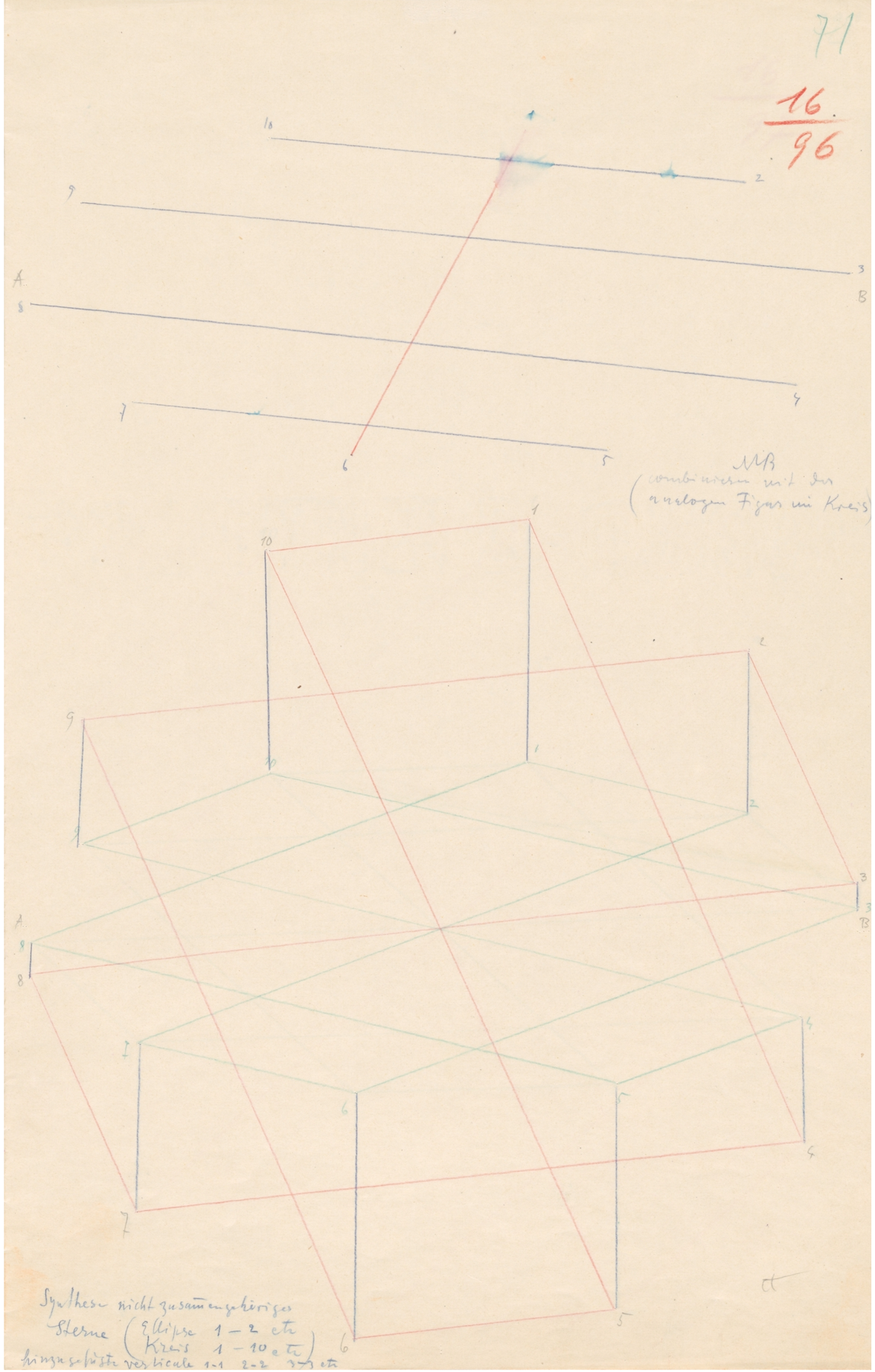
Parallelenwahl
(Sternform)

dieselbe Wahl
als Synthese der
Fälle „Kreis" und „Ellipse"

70

16
95



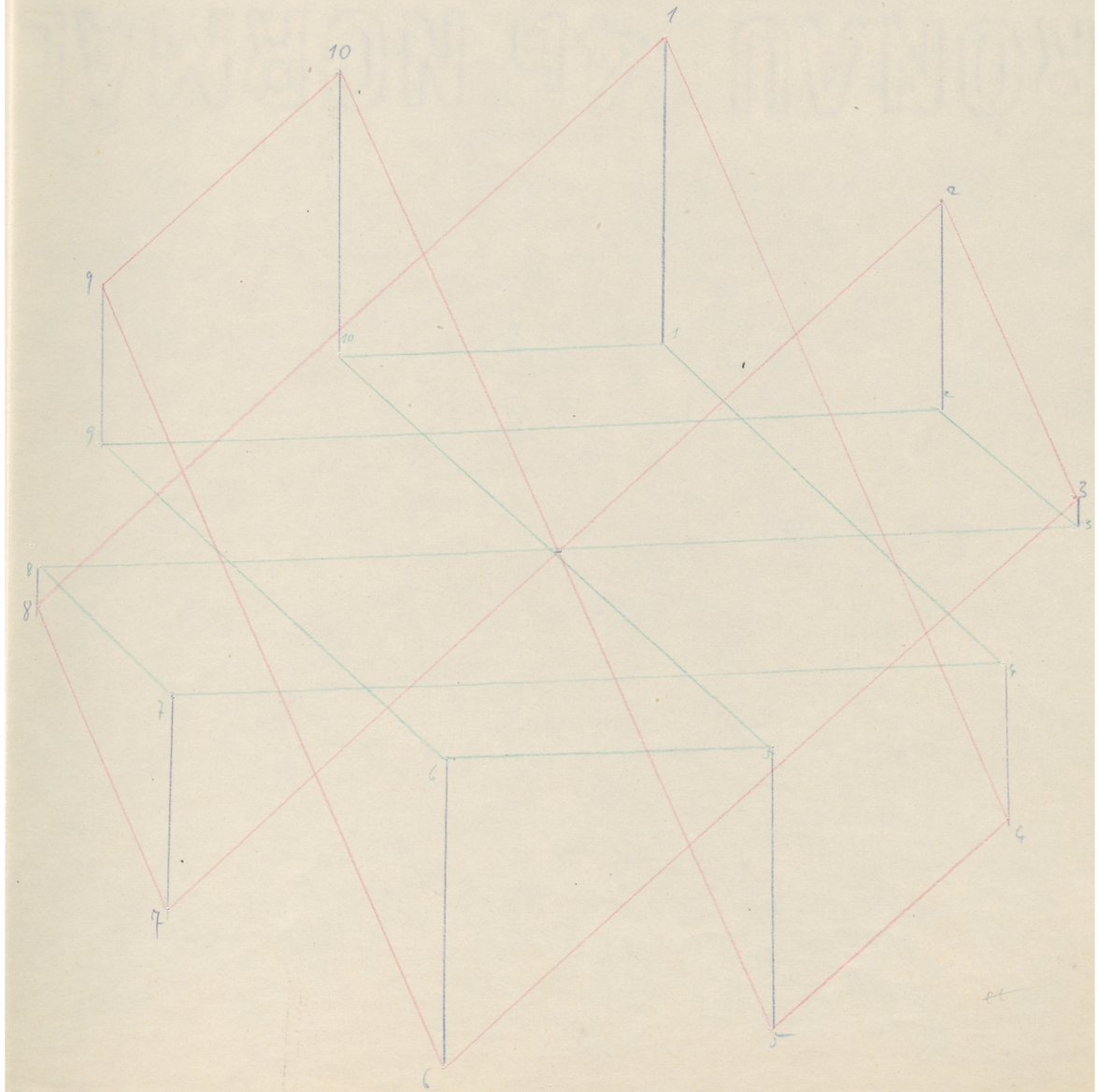


NB
(combinieren mit der
analogen Figur im Kreis)

Synthese nicht zusammengehöriger
Sterne (Ellipse 1 – 2 etc
Kreis 1 – 10 etc)
hinzugefügte verticale 1-1 2-2 3-3 etc

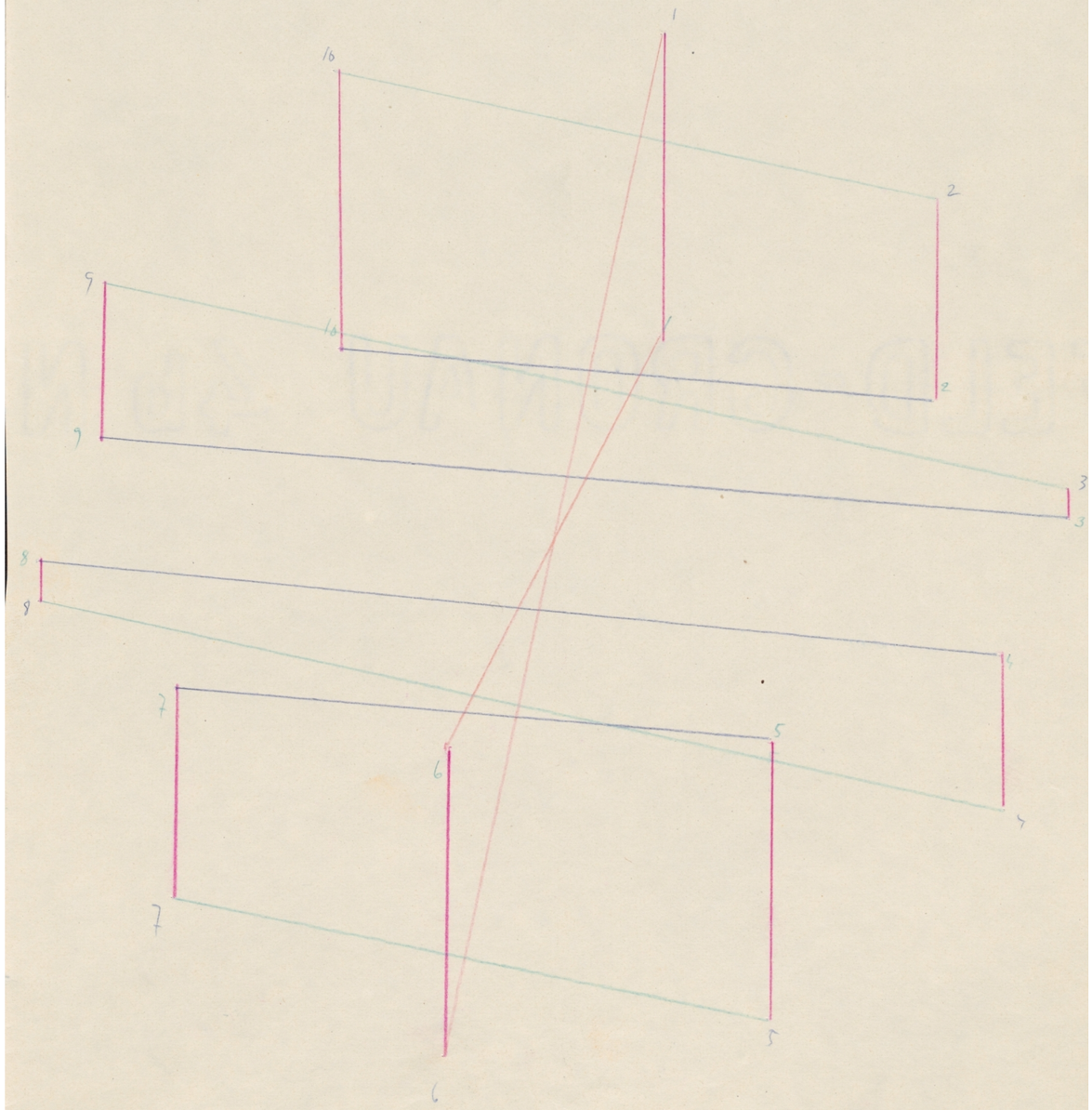
72°

16
97



73

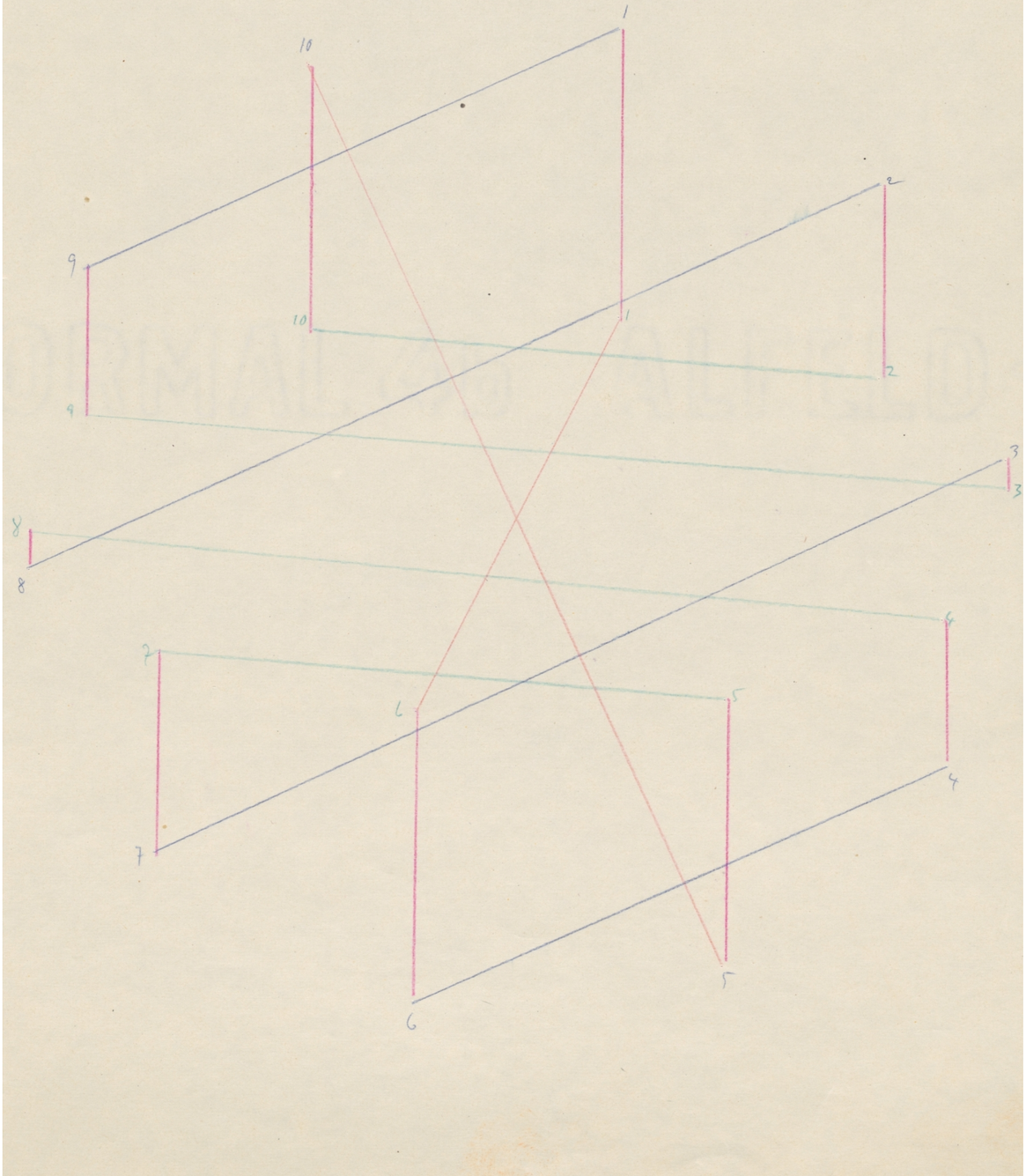
16/98

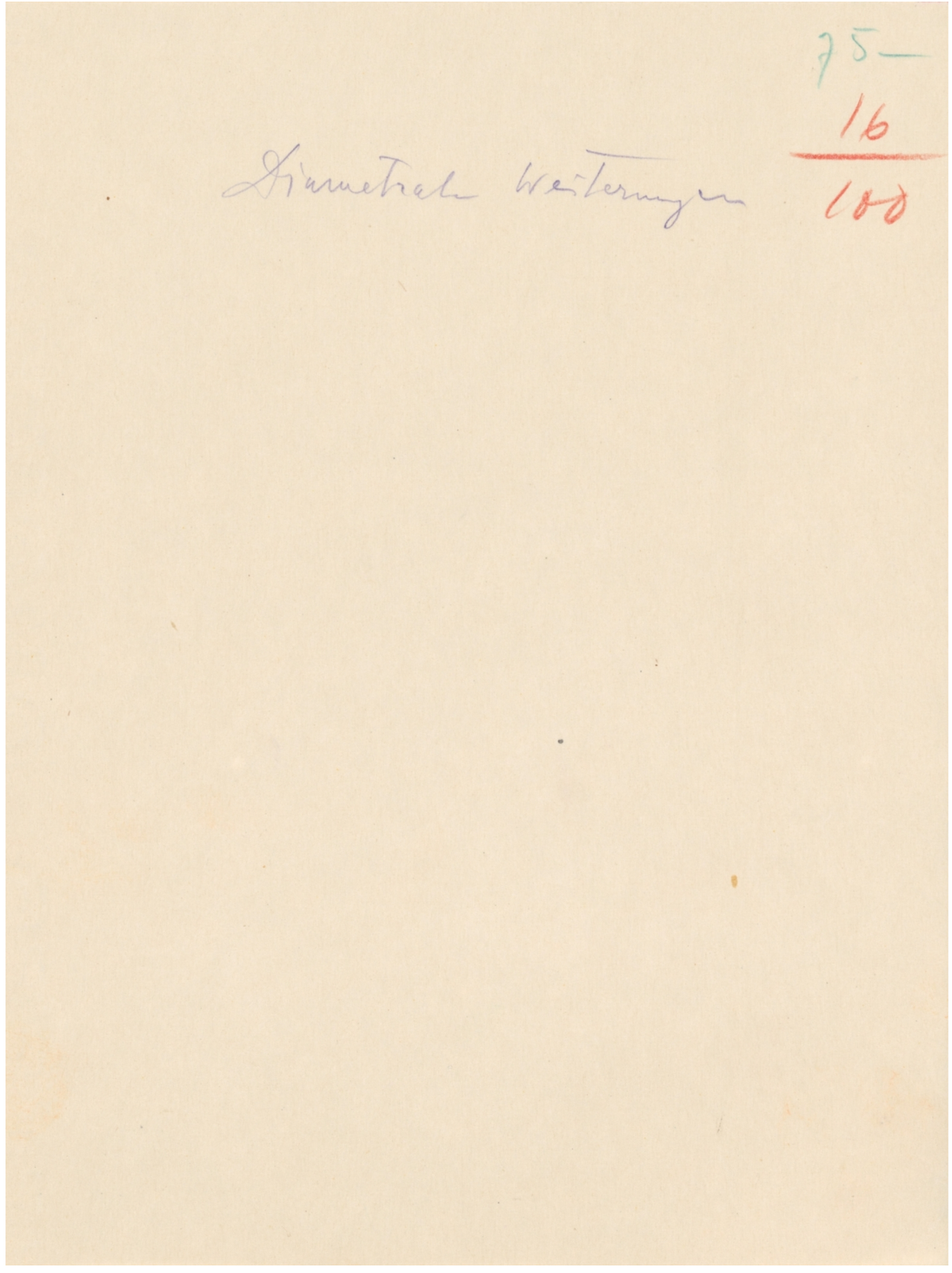


74

16

99



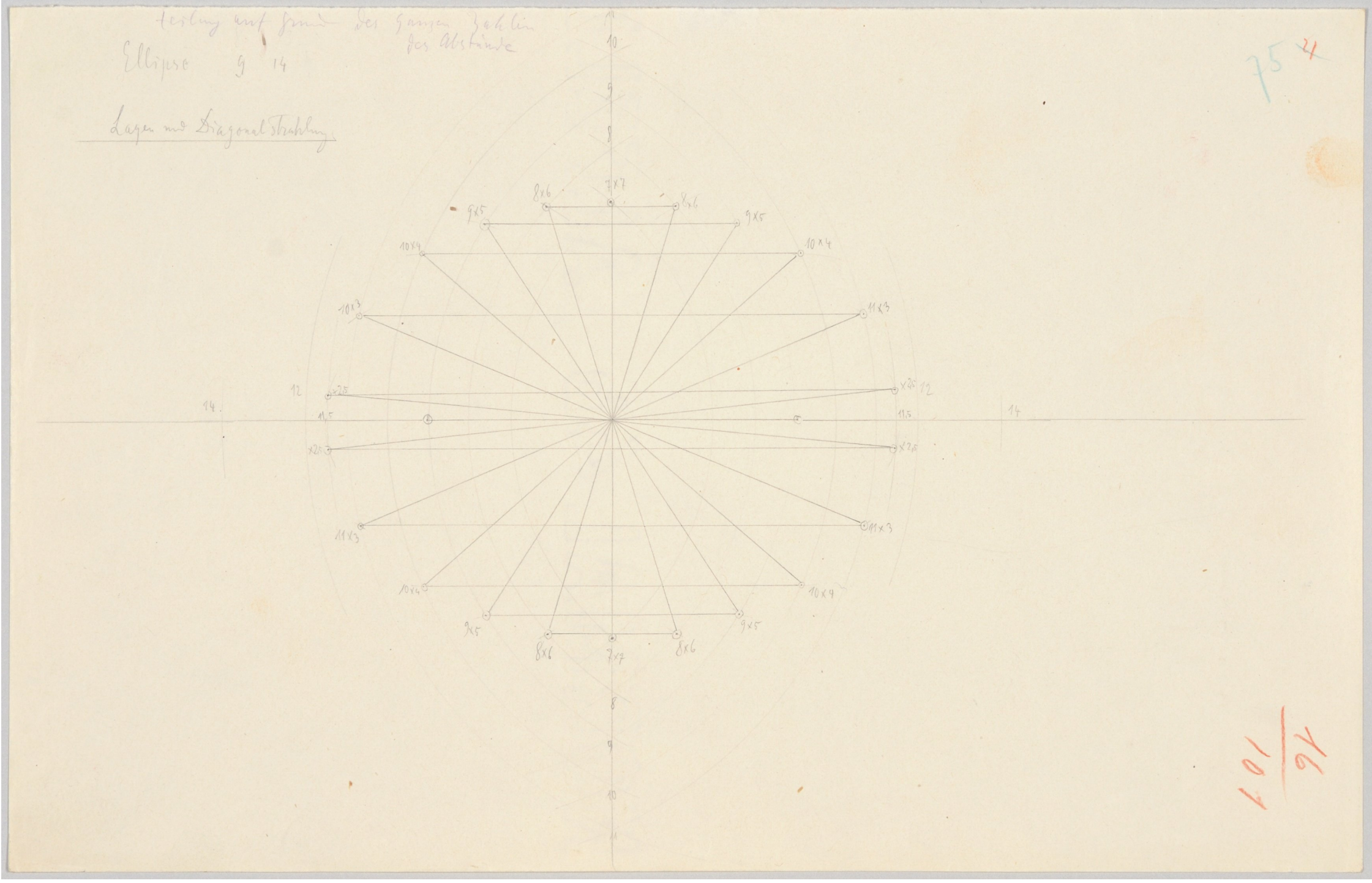


Diametrale Weiterungen

Teilung auf Grund der ganzen Zahlen
der Abstände

Ellipse 9 14

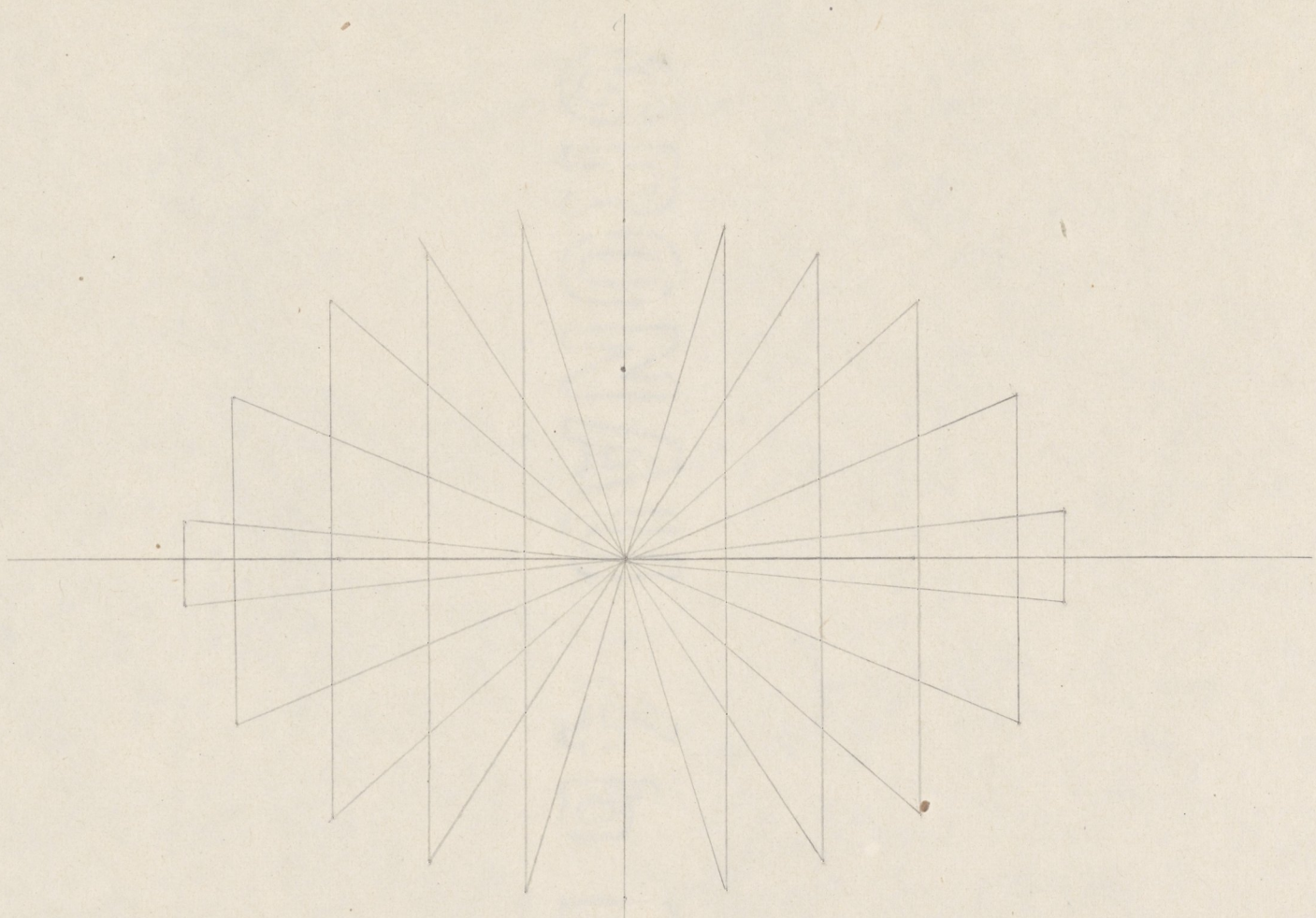
Lagen und Diagonalstrahlung



75 21

16/102

76 22

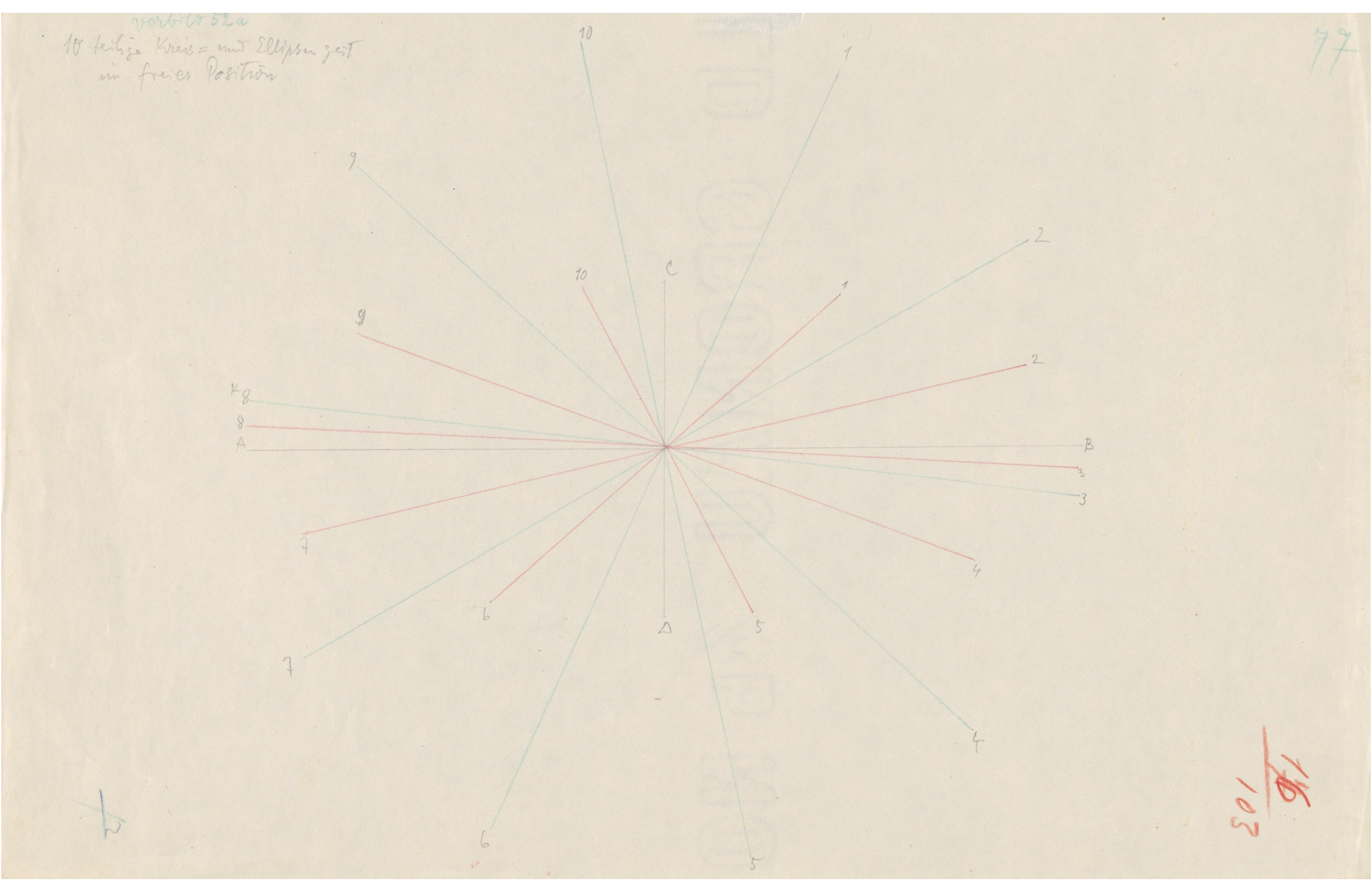


Ellipse 9.14. Lote und Diagonalstrahlung

22
76

Ellipse 9.14. Lote und Diagonalstrahlung

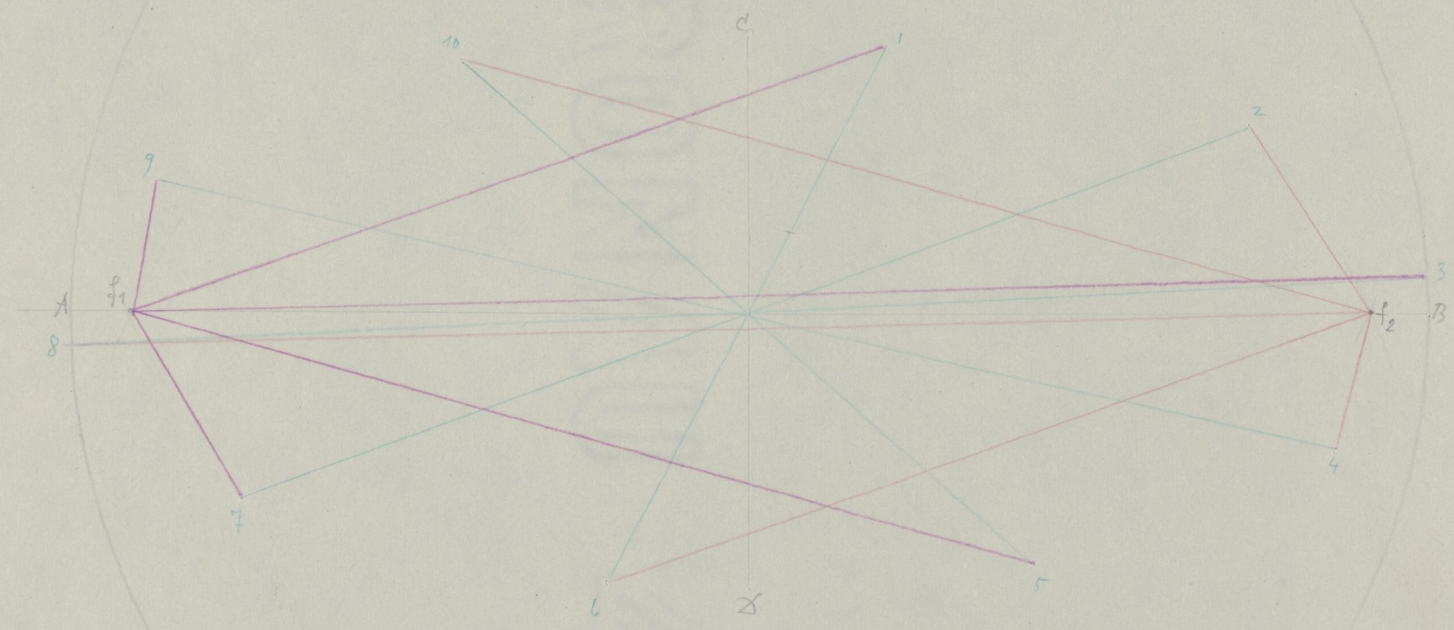
Vorbild 52a
10 teilige Kreis= und Ellipsen zeit
in freier Position



auf Grund von 52a

78

zehngeteilte Ellipse
mit Betonung der 5 teiligkeit
(10 = 2 x 5)

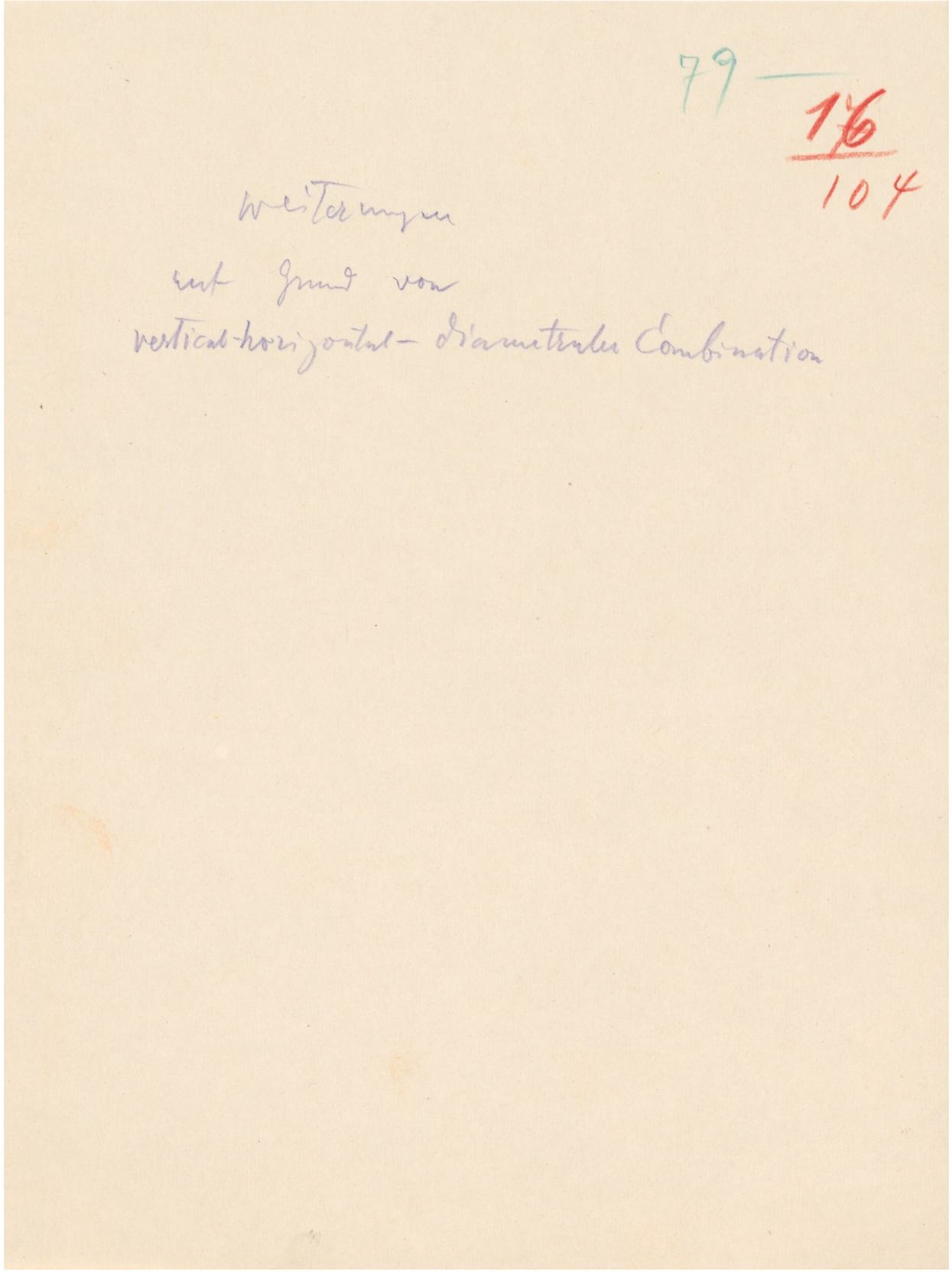


auf Grund von 52a

78

zehngeteilte Ellipse
mit Betonung der 5 teiligkeit
(10 = 2 x 5)

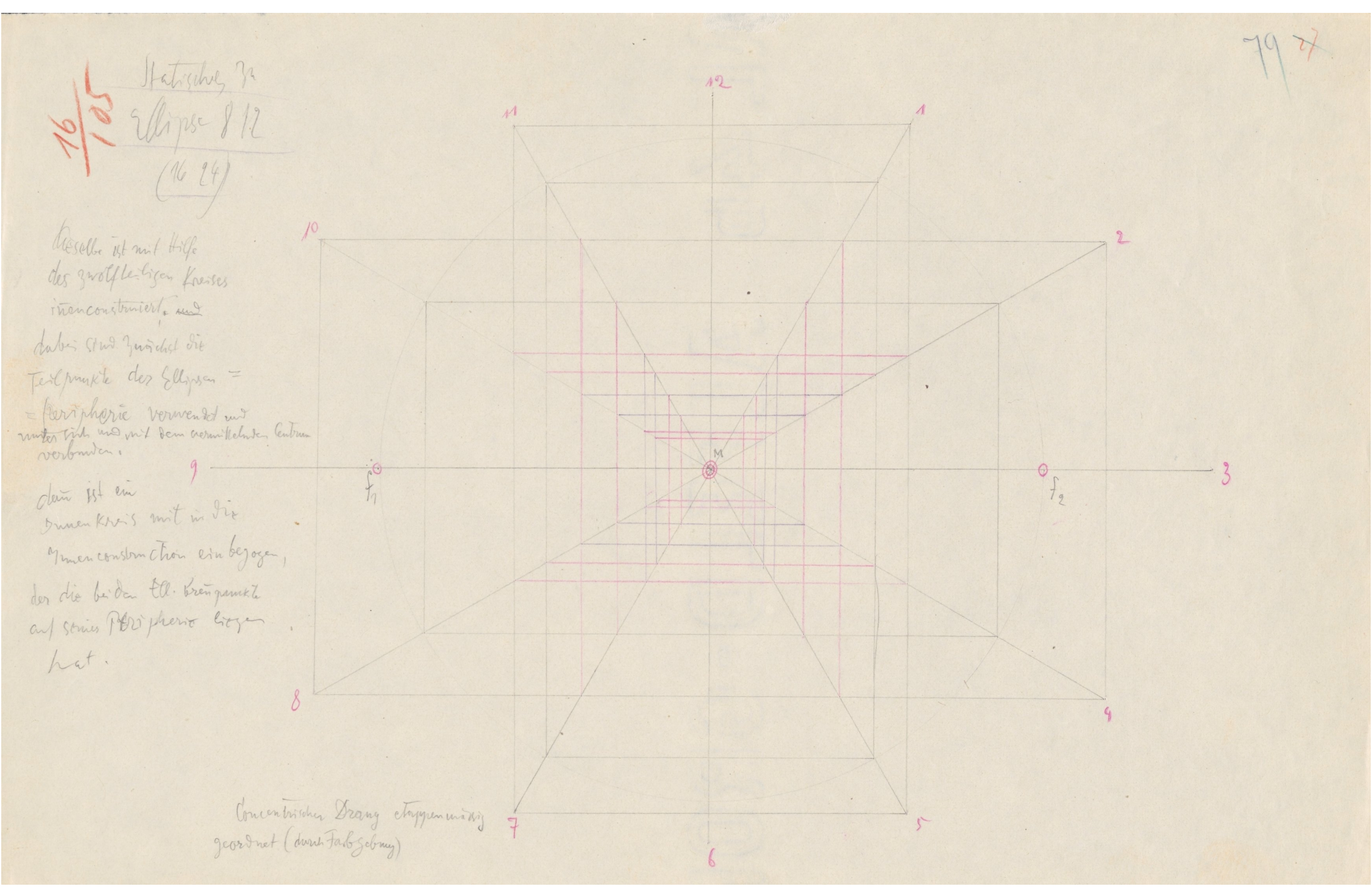
wenden



Weiterungen

auf Grund von

verticl-horizontal-diametraler Combination



79 27

Statisches zu

Ellipse 8 12

(16 24)

dieselbe ist mit Hilfe
des zwölfteiligen Kreises
innenconstruiert.

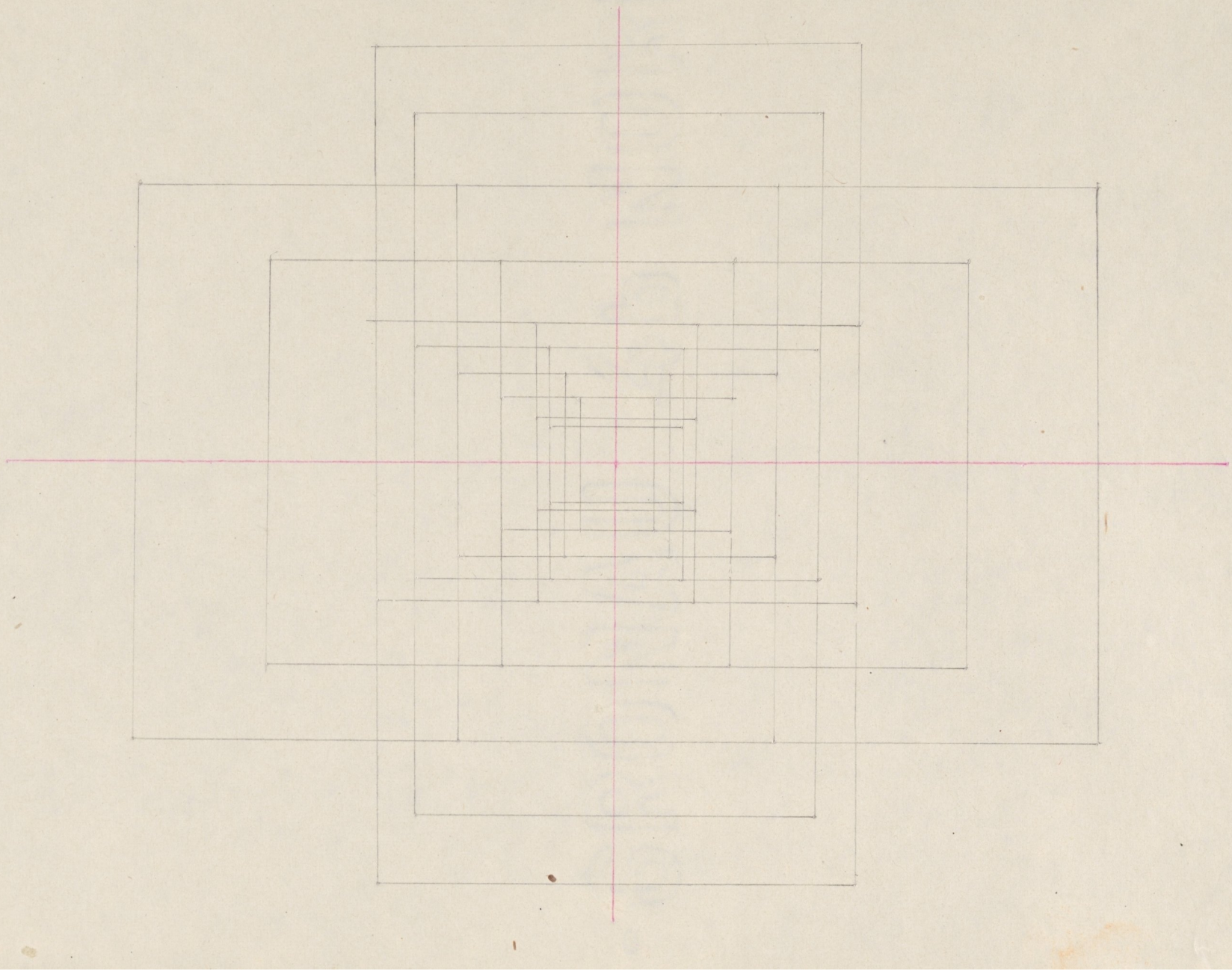
dabei sind zunächst die
Teilpunkte der Ellipsen=
=peripherie verwendet und
unter sich und mit dem vermittelnden Centrum
verbunden.

dann ist ein
Innenkreis mit in die
Innenconstruction einbezogen,
der die beiden Ell. brennpunkte
auf seiner Peripherie liegen
hat.

Concentrischer Drang etappenmässig
geordnet (durch Farbgebung)

16/106

80 ~~28~~

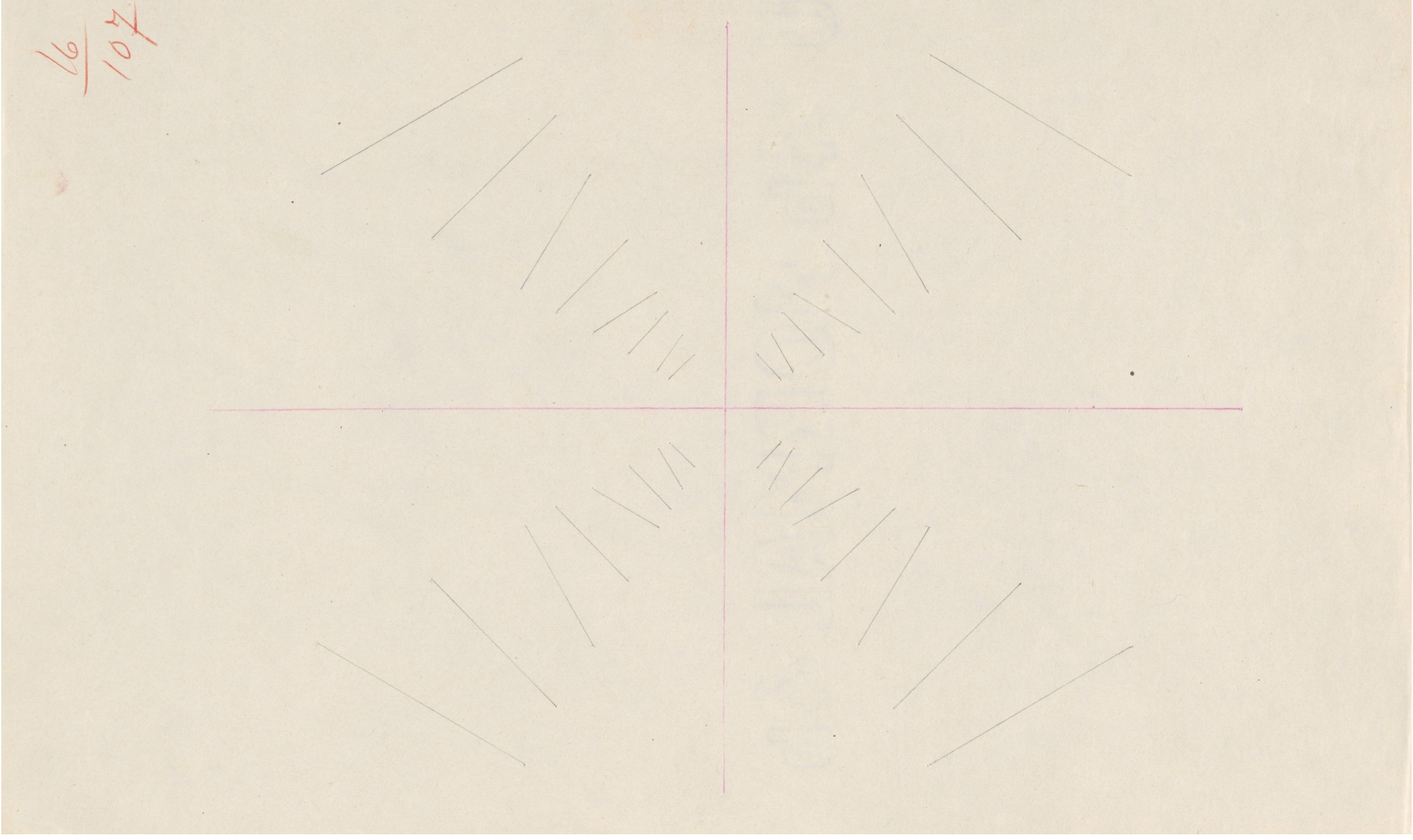


80 ~~28~~

Paul Klee, II.16 Kegelschnitte, BG II.16/119

16/107

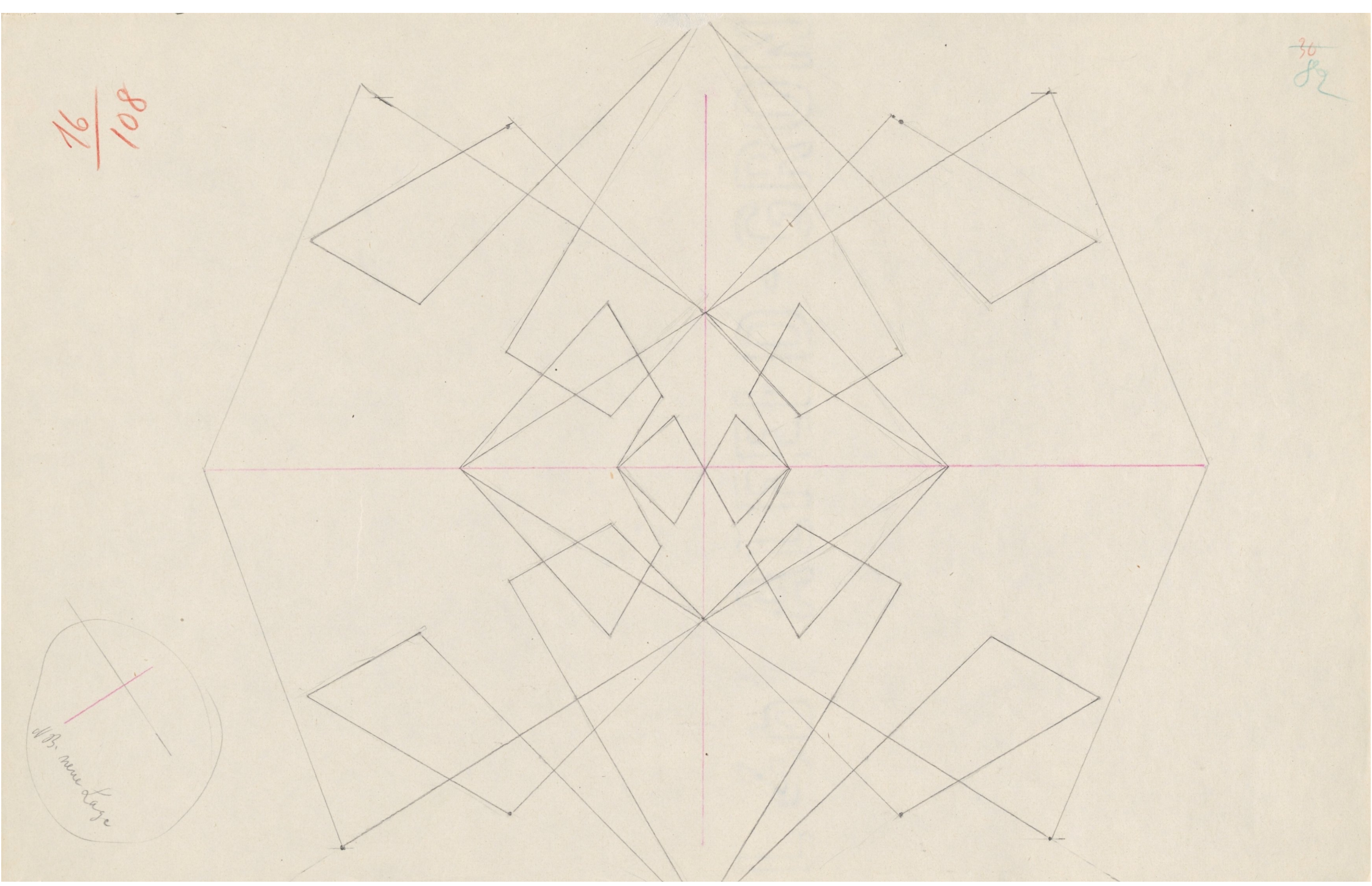
84



Paul Klee, II.16 Kegelschnitte, BG II.16/120

16/108

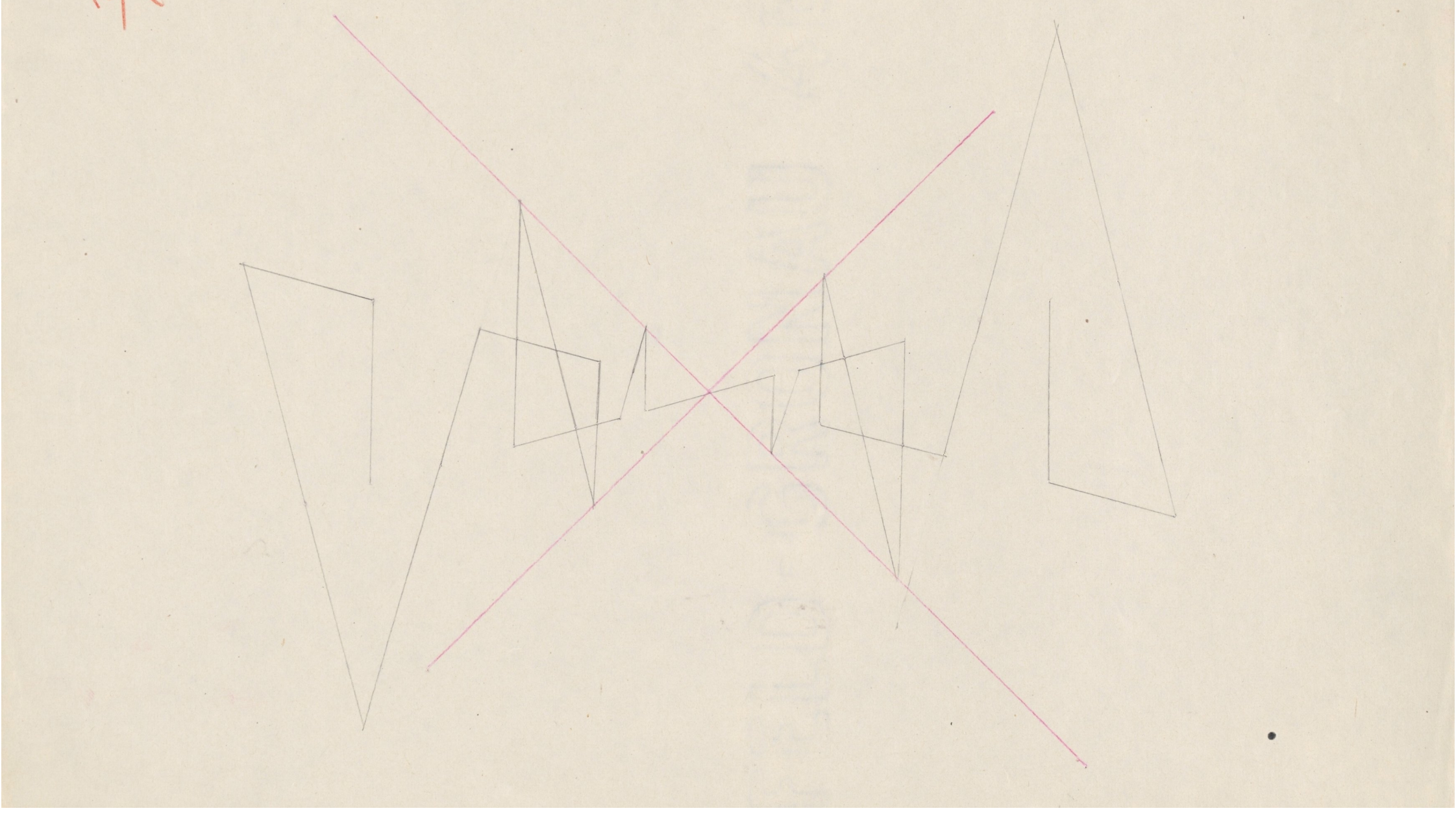
30
82



30
82

16/109

83 ~~31~~



83 ~~31~~

Paul Klee, II.16 Kegelschnitte, BG II.16/122

16 84
110

Weiterungen auf Grund der Brenn=

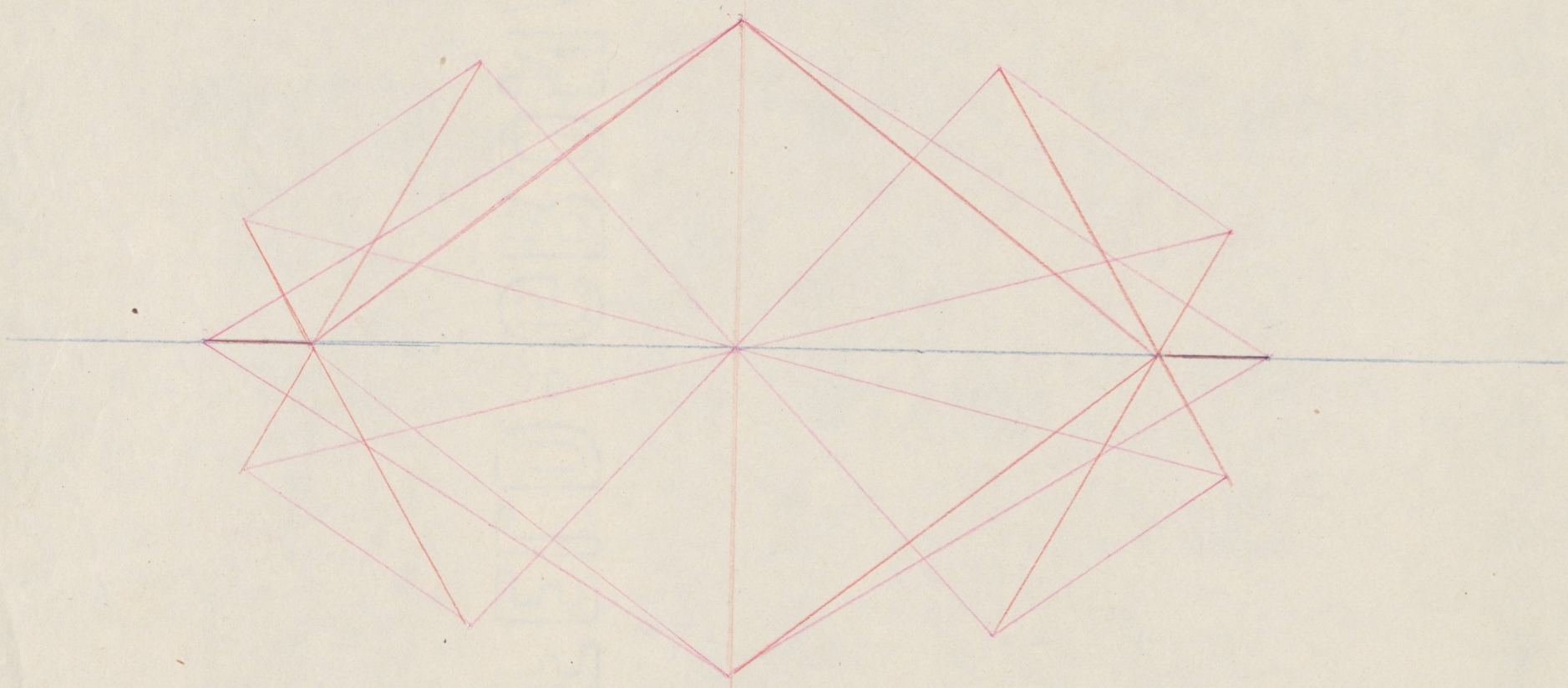
punkt= bezw Fahrstrahlen – function

(Brennpunkte!)

Weiterungen auf Grund der Brenn=

punkt= bezw Fahrstrahlen – function

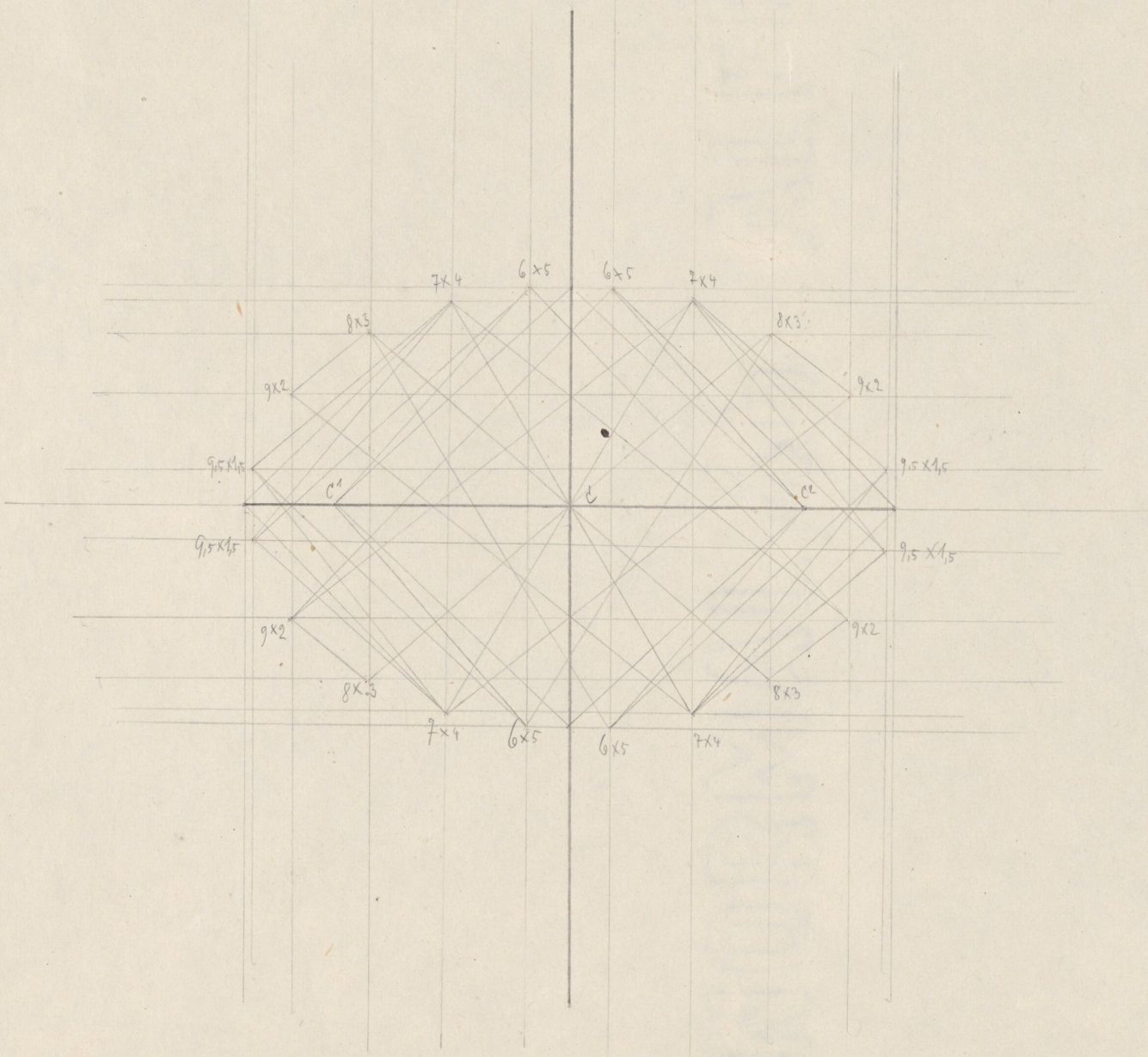
(Brennpunkte!)



Ell. teilg. (2 Kreise)

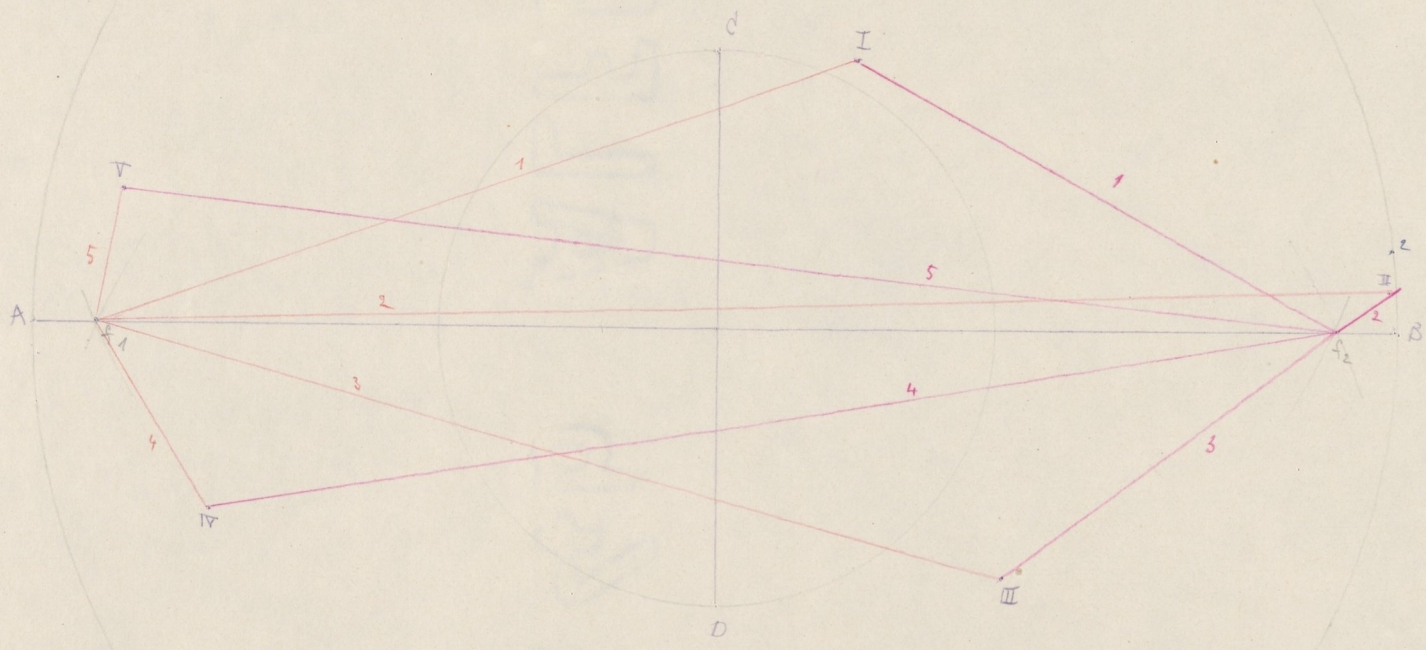
~~12~~

84

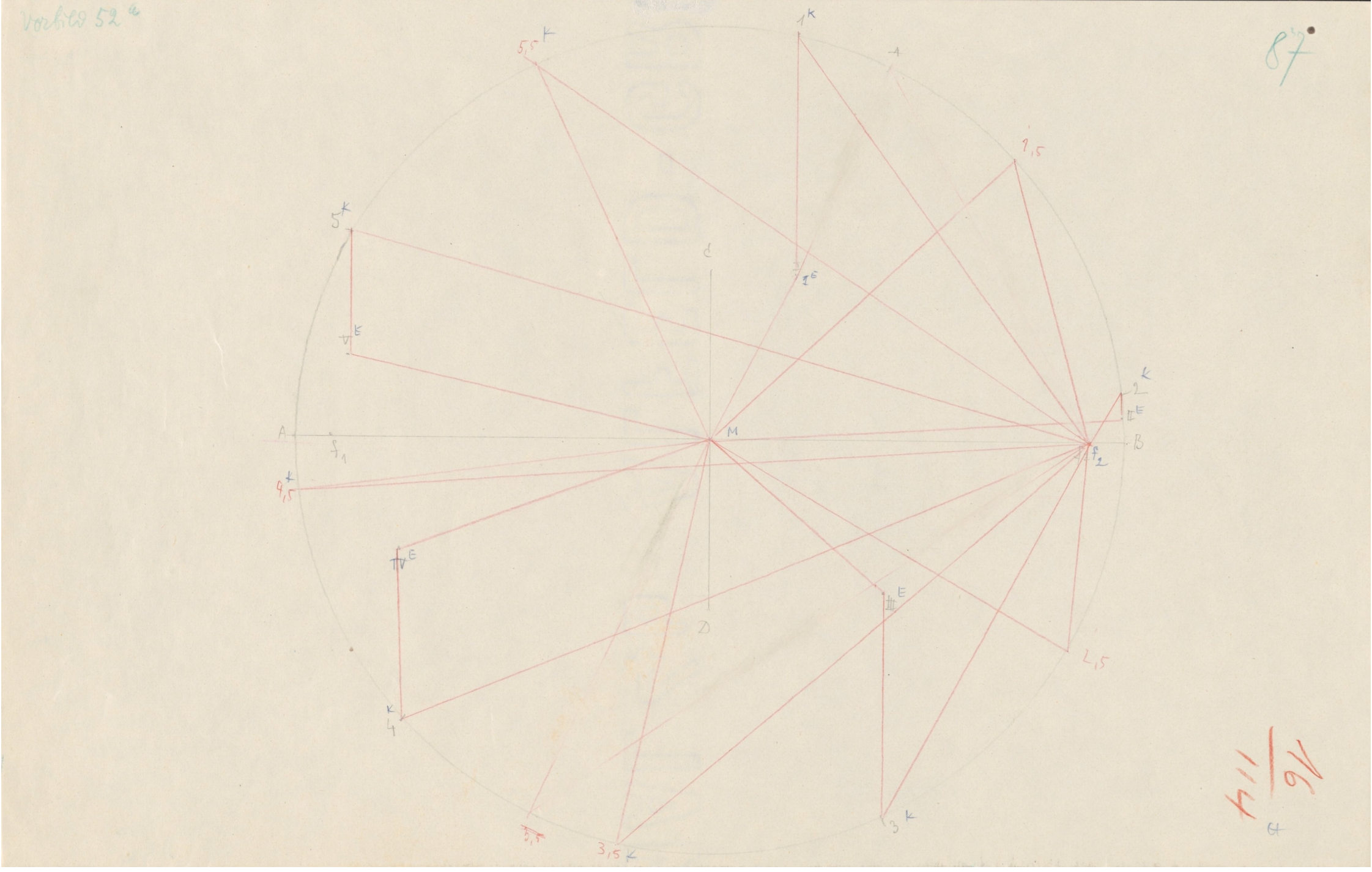

7x4
6x5
6x5
7x4
8x3
8x3
9x2
9x2
9,5x1,5
9,5x1,5
C1
C2
9,5x1,5
9,5x1,5
9x2
9x2
8x3
8x3
7x4
6x5
6x5
7x4

85 ~~20~~

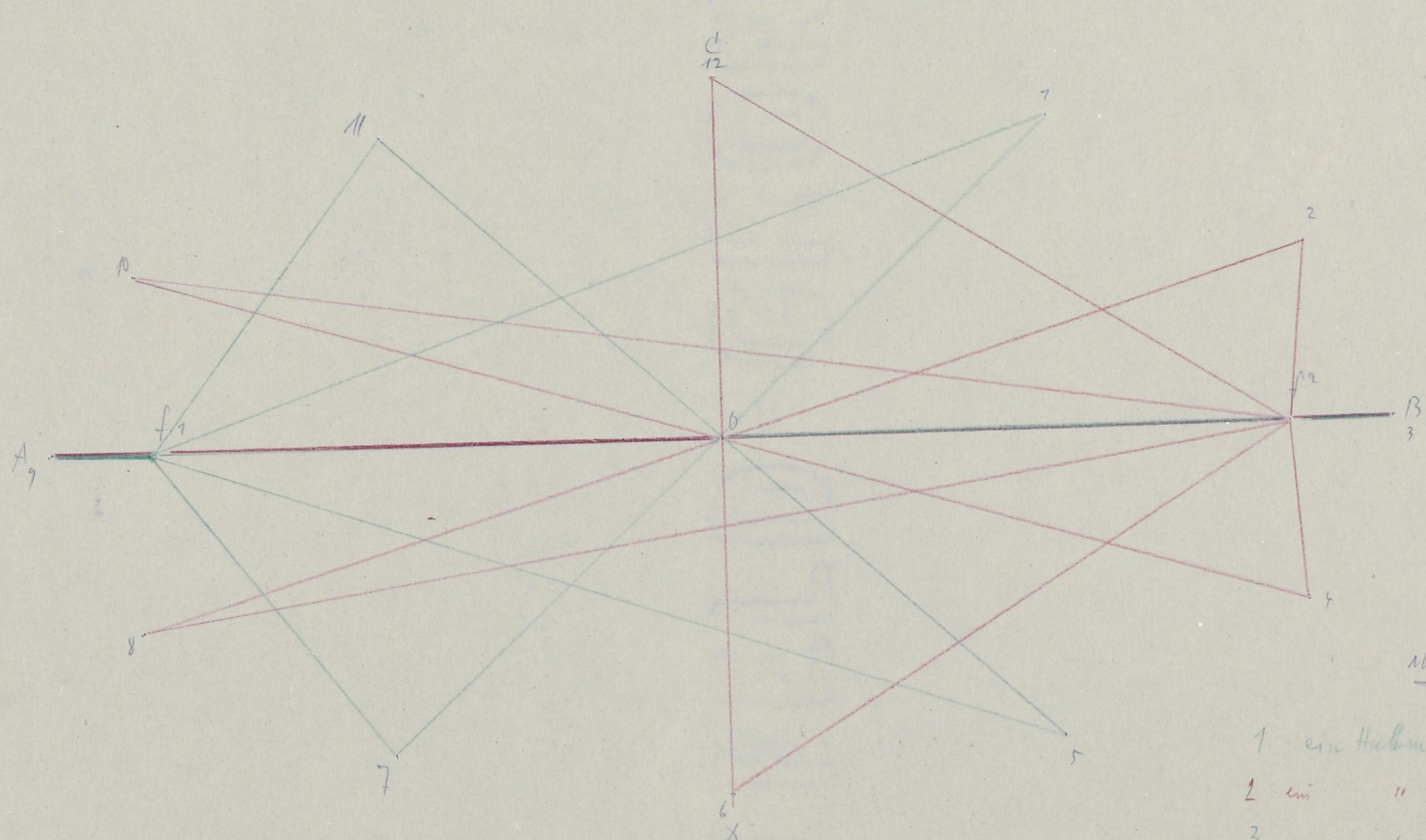
auf Grund von 52 a



86


1 K
5,5 K
1,5
5 K
1 E
d
A
M
B
f1
f2
2 K
II E
4,5 K
IV E
III E
D
4 K
5,5
3,5 K
3 K
2,5
III
IV

Vorbild 52 a



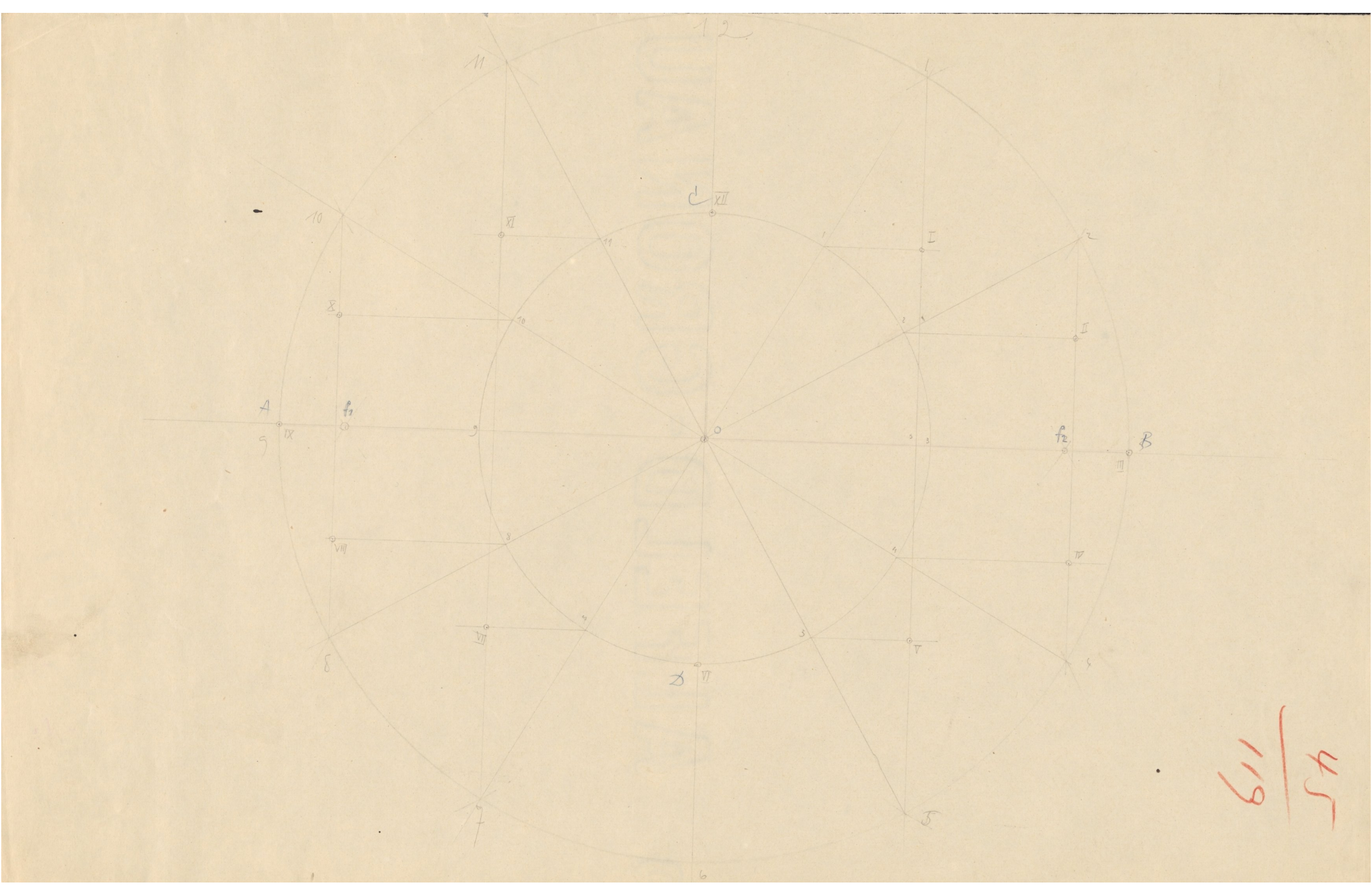
innere Polarität

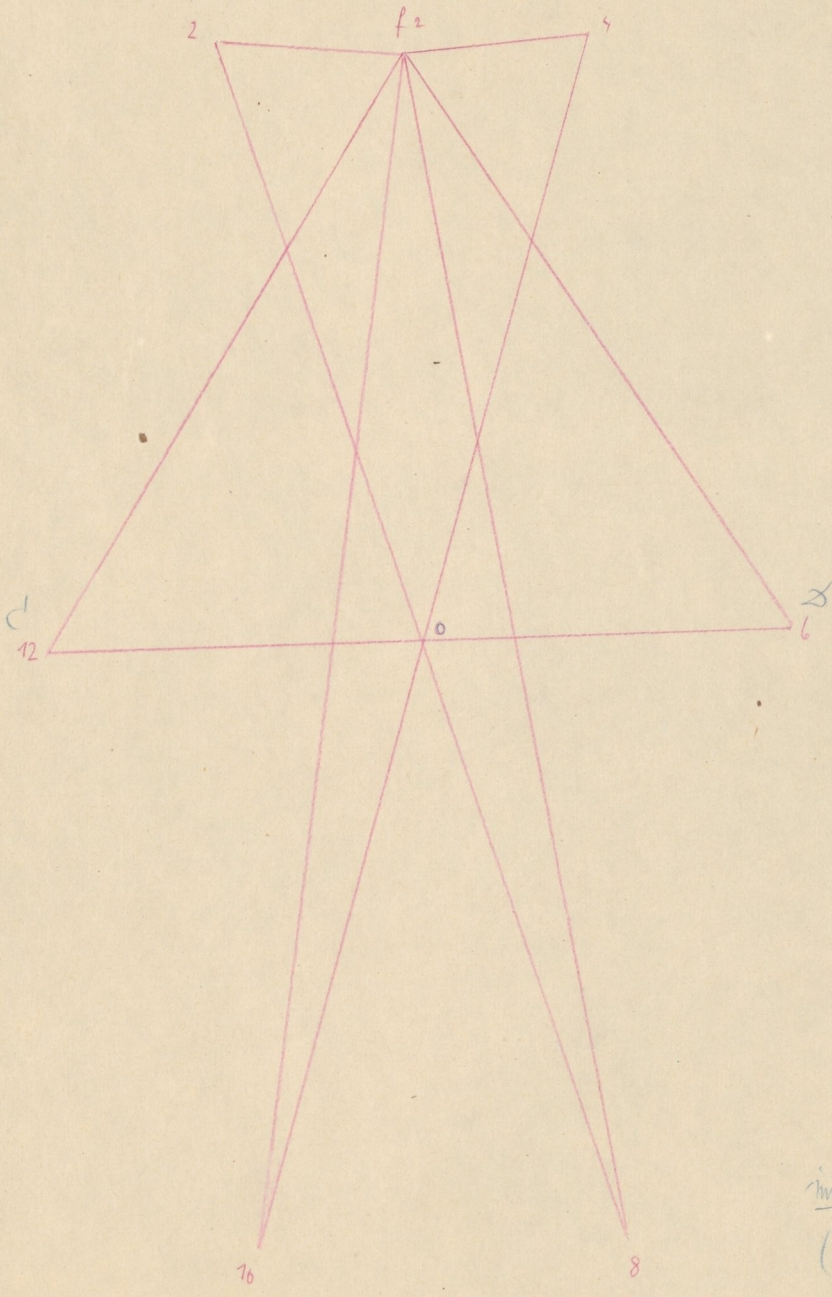
1 ein Halbmesser und ein Fahrstrahl nach f1
2 ein „ „ „ „ „ f2
3 „ „ „ „ „ f1
4 „ „ „ „ „ „ f2
etc. etc.

(AB Trennung der beiden Figuren folgt)

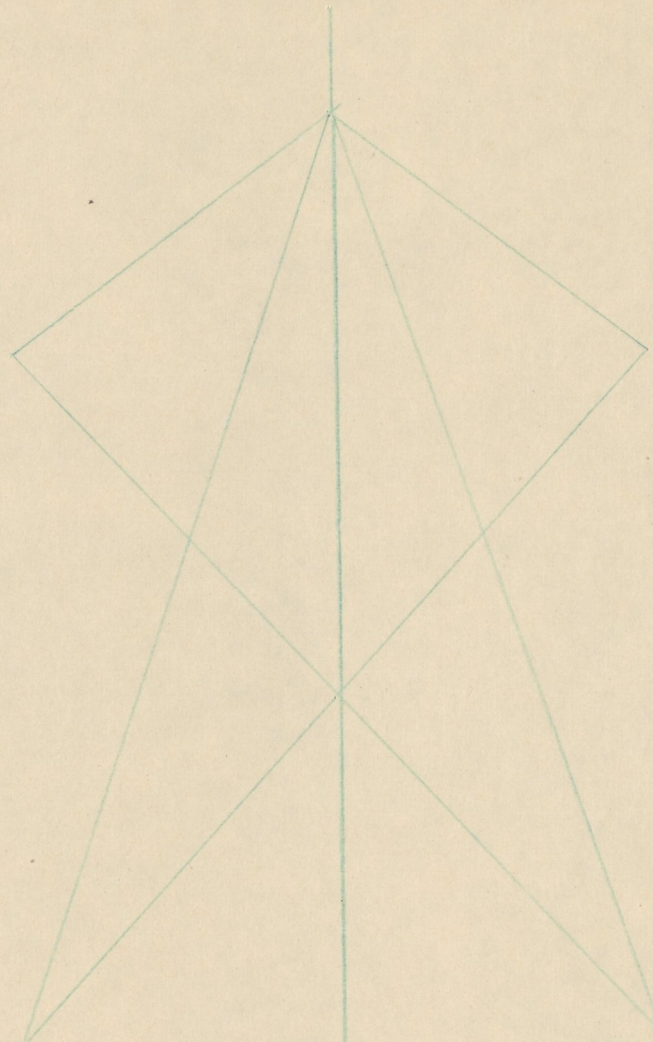
119/2

[1] Halbmess\er/


12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
XII
XI
X
IX
VIII
VII
VI
V
IV
III
II
I
A
B
f1
f2
O
119/45



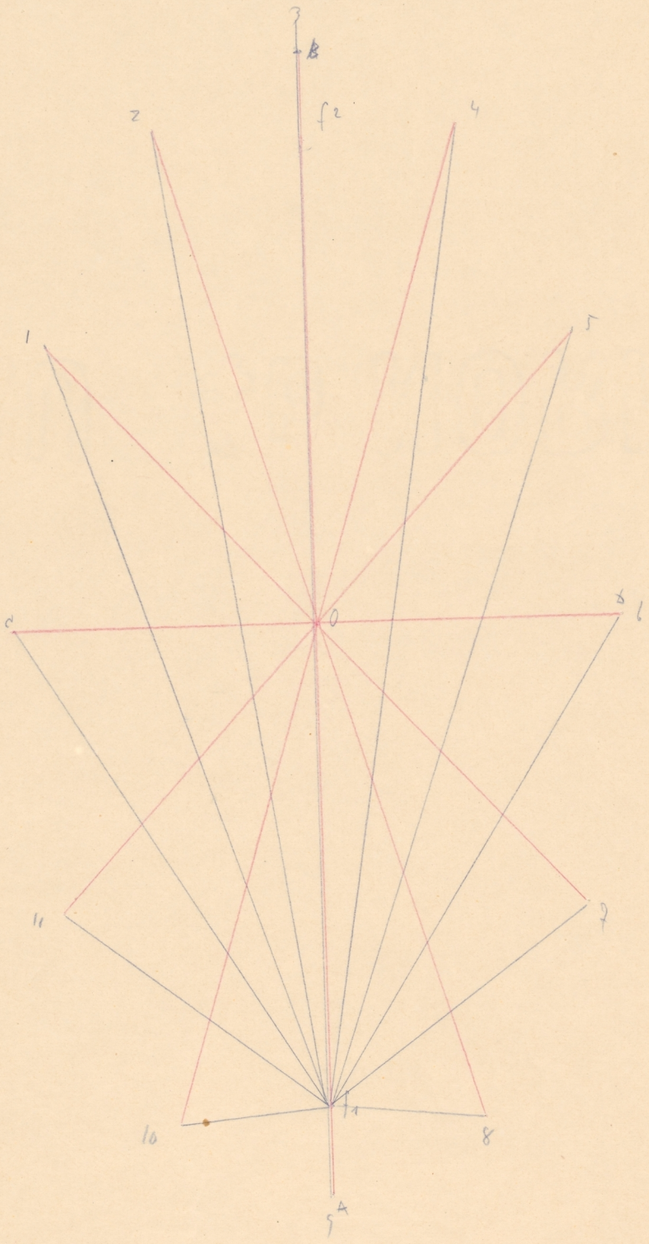
innenpolare Figuren der Ellipse; (getrennt)
(von der Polarität der Position
ist abgesehen)



120/45

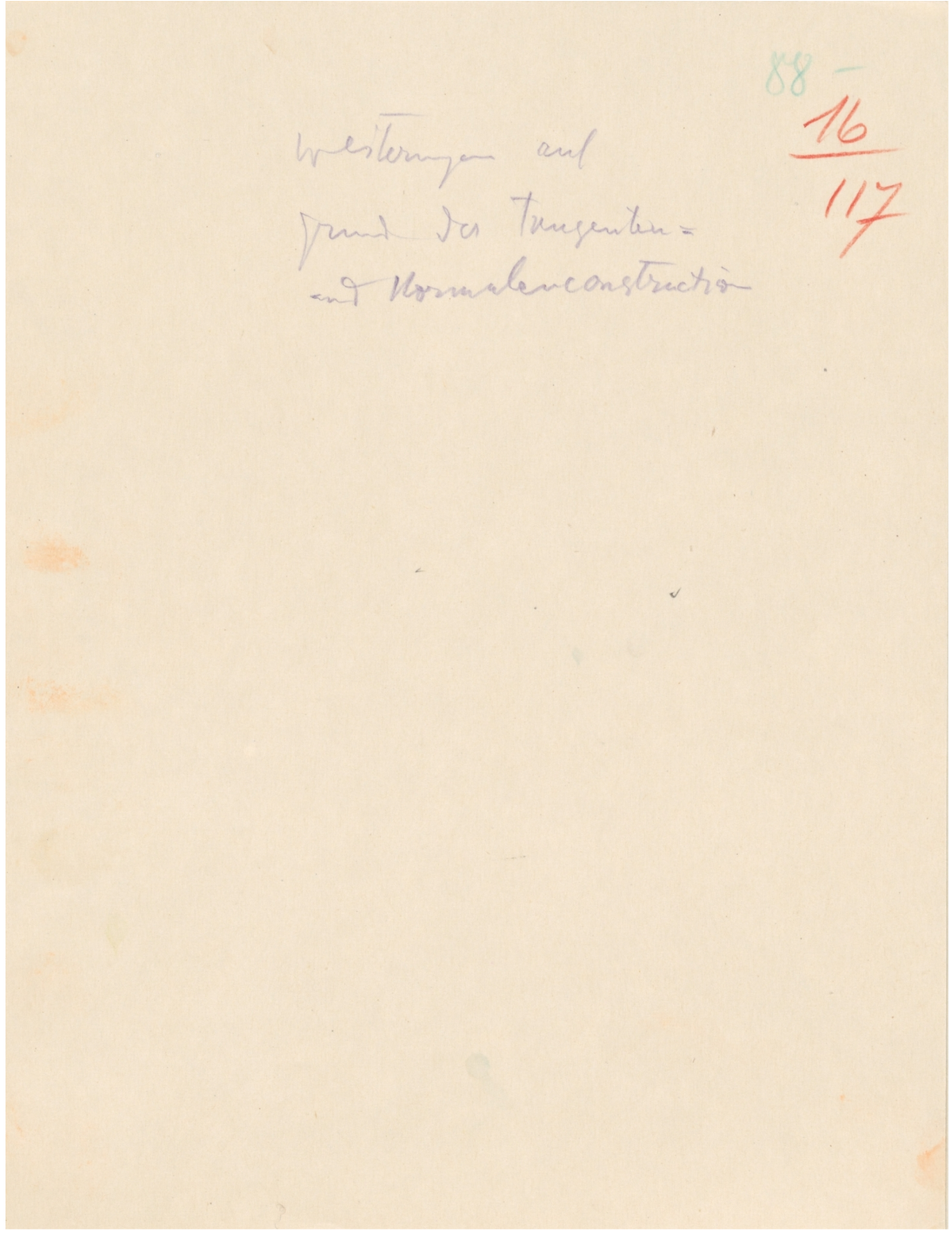
innenpolare Figuren der Ellipse; (getrennt)
(von der Polarität der Position
ist abgesehen)

45
121



von jedem Teilpunkte der Ellipse aus: 1 Halbmesser und ein Fahrstrahl (unter Ausschaltung des andern Brennpunktes)

von jedem Teilpunkte der Ellipse aus: 1 Halbmesser und ein Fahrstrahl (unter Ausschaltung des andern Brennpunktes)



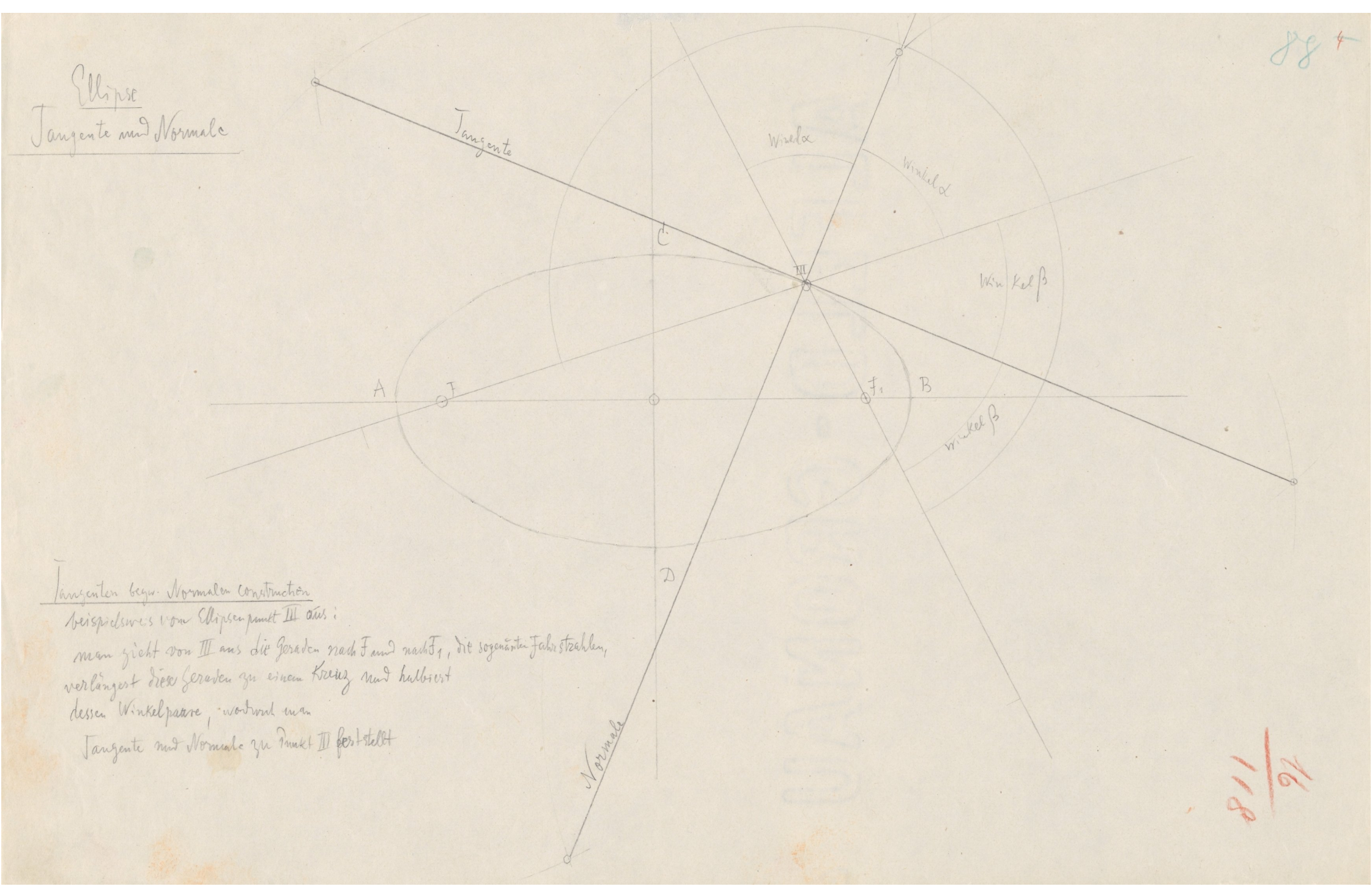
Weiterungen auf

Grund der Tangenten=

und Normalenconstruction

Ellipse

Tangente und Normale



Tangenten bezw. Normalen construction

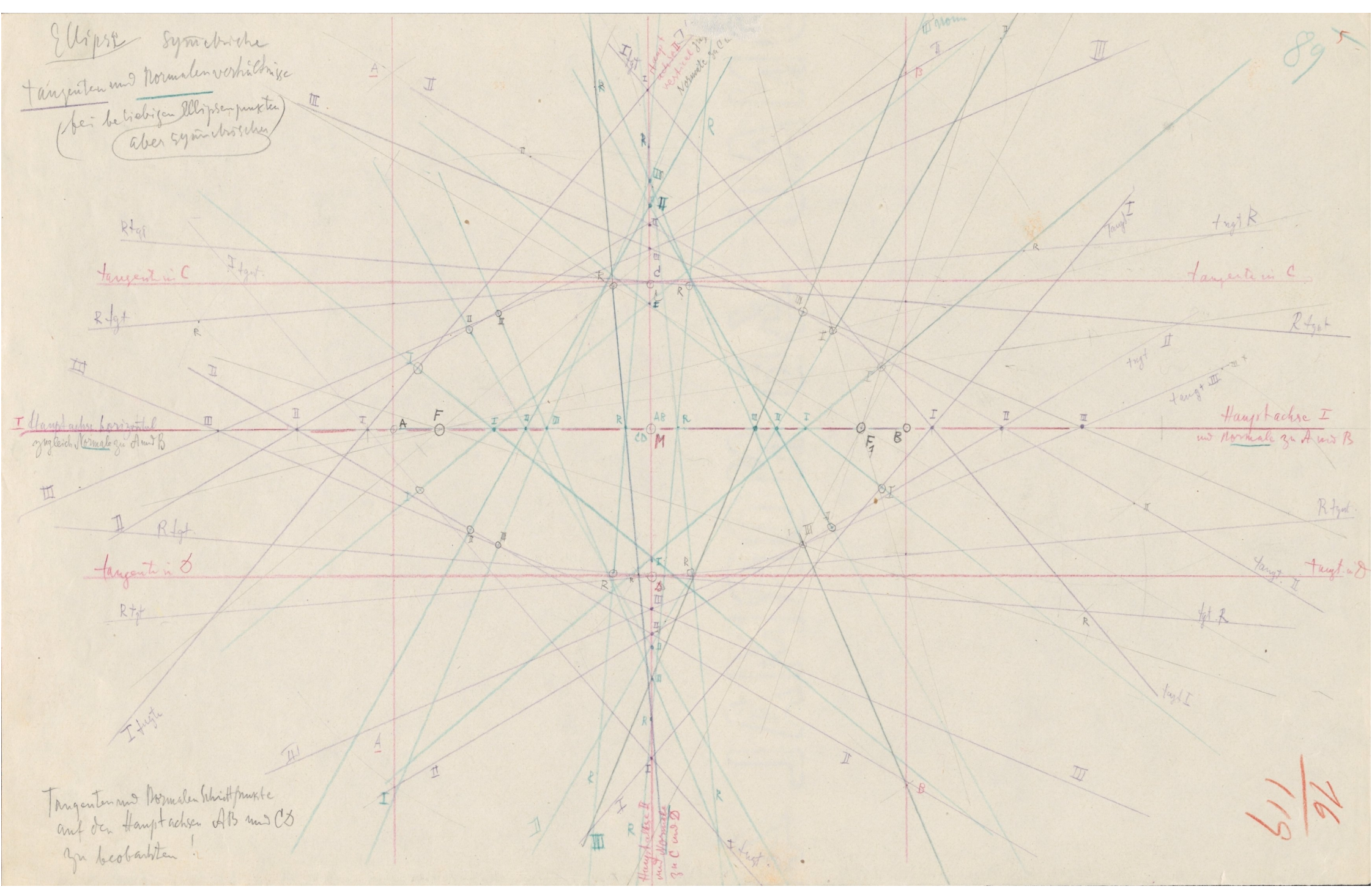
beispielsweise vom Ellipsenpunkt III aus:

man zieht von III aus die Geraden nach F und nach F1, die sogenannten Fahrstrahlen,

verlängert diese Gerade zu einem Kreuz und halbiert

dessen Winkelpaare, wodurch man

Tangente und Normale zu Punkt III feststellt



Ellipse Symmetrische Haupt ~~5~~
Tangenten und Normalenverhältnisse achse II 89
(bei beliebigen aber symmetrischen[1] Ellipsenpunkten) vertical zu[2]
Normale zu C[3]

I Hauptachse horizontal
zugleich Normale zu A und B

Hauptachse I
und Normale zu A und B

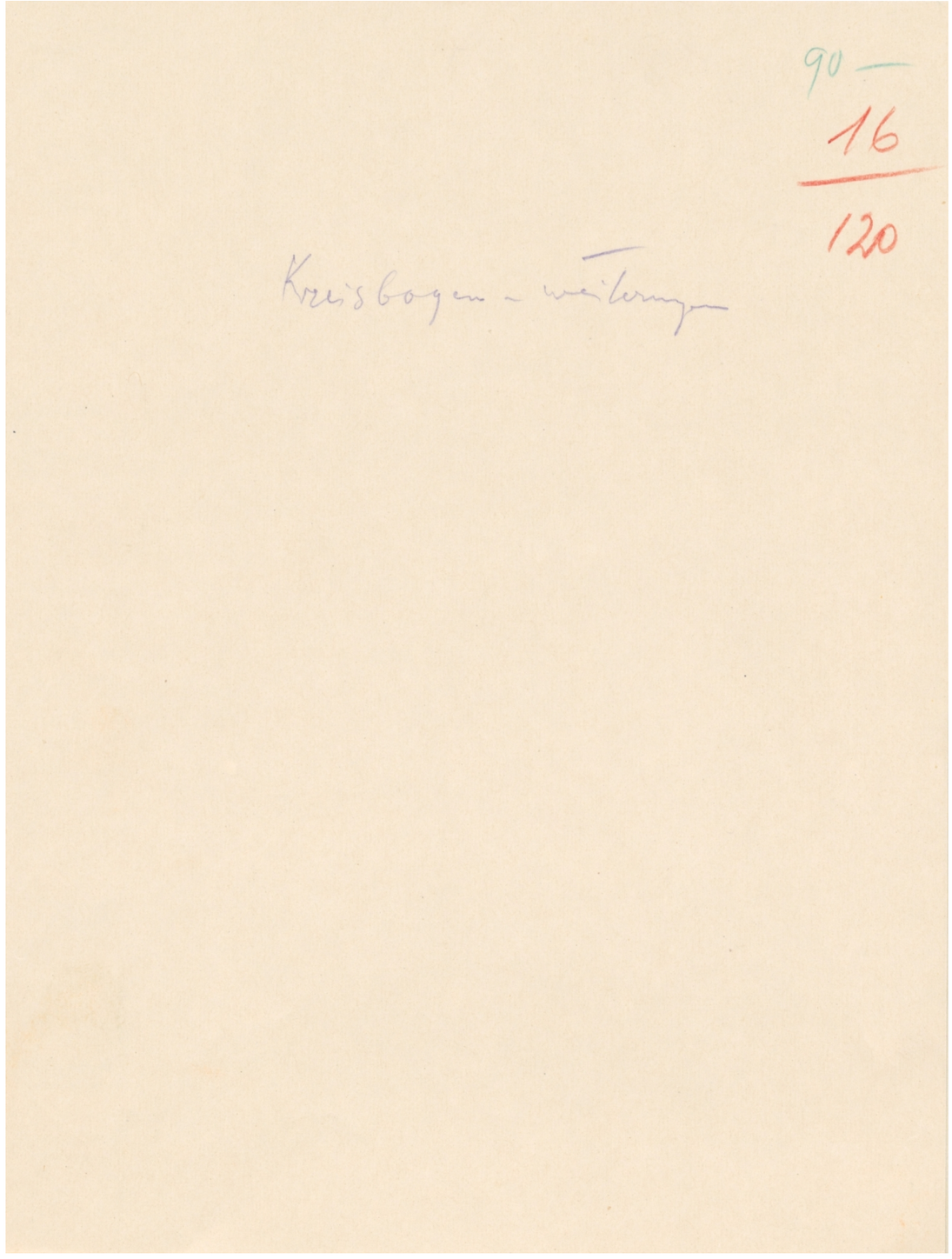
Tangenten und Normalen Schnittpunkte
auf den Hauptachsen AB und CD
zu beobachten!

Hauptachse II
und Normale
zu C und D

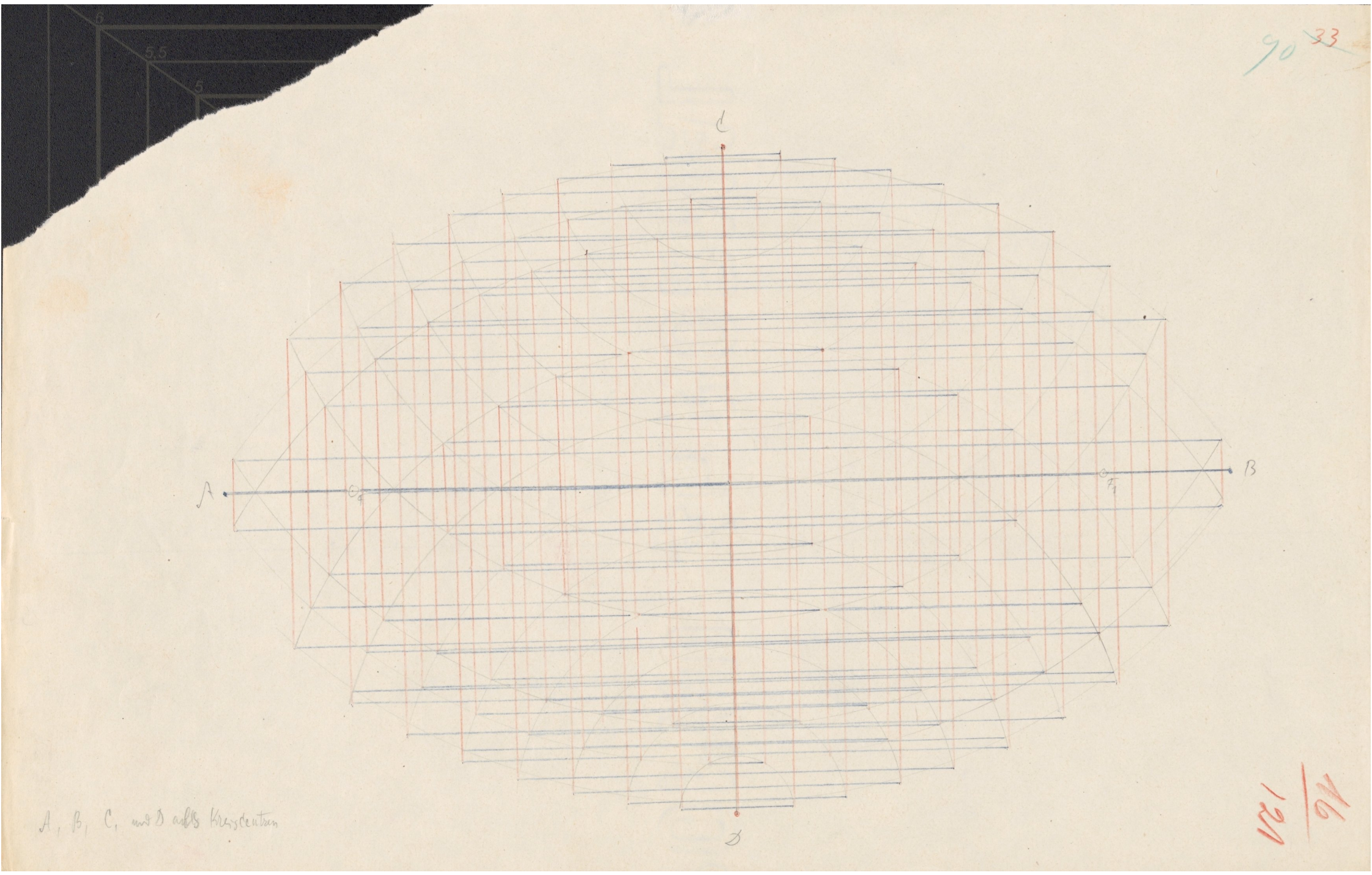
[1] / aber symmetrischen \

[2] zu *unleserlich*

[3] C *unleslerlich*



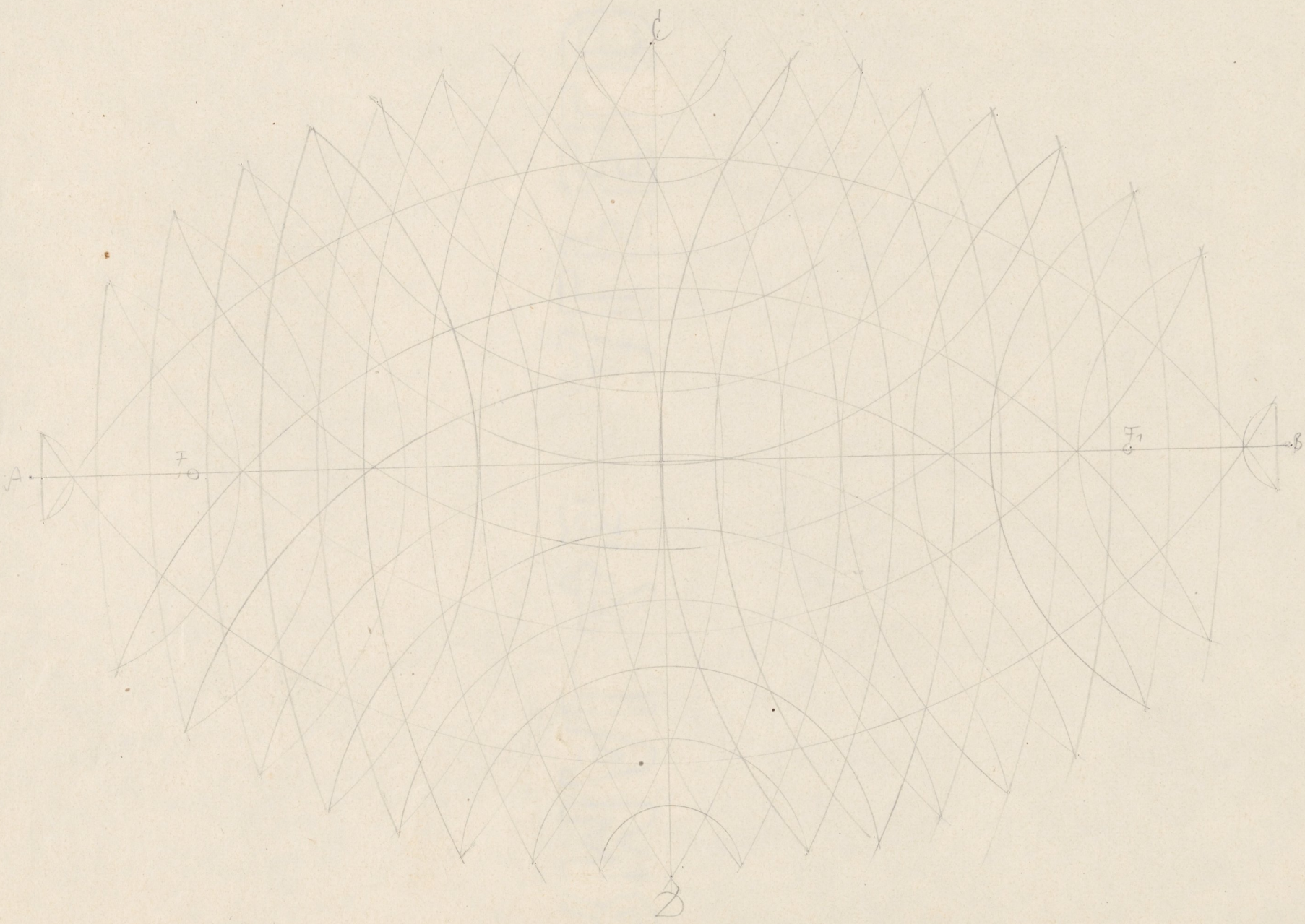
Kreisbogen - weiterungen



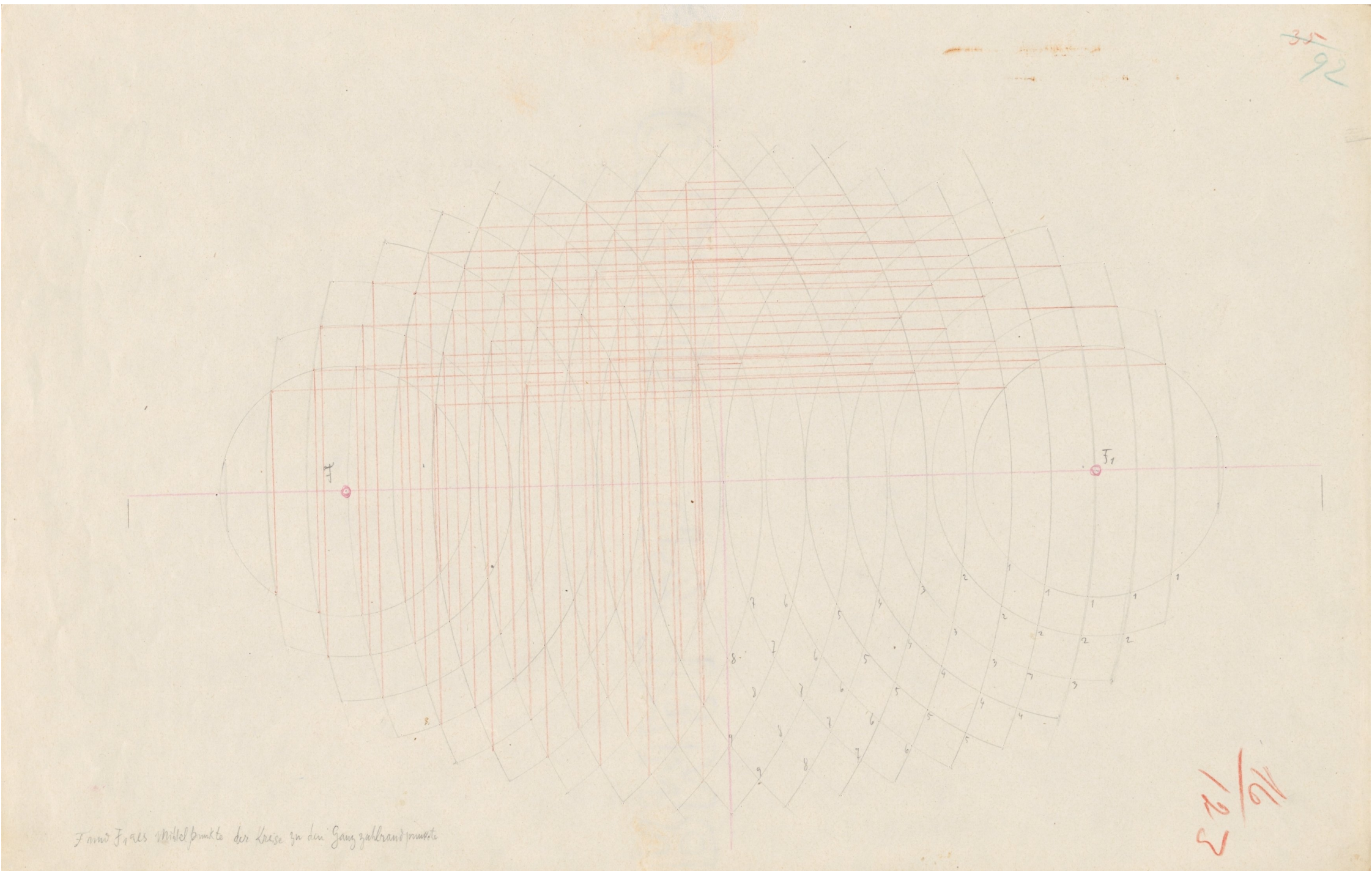
A, B, C, und D als Kreiscentren

90 33

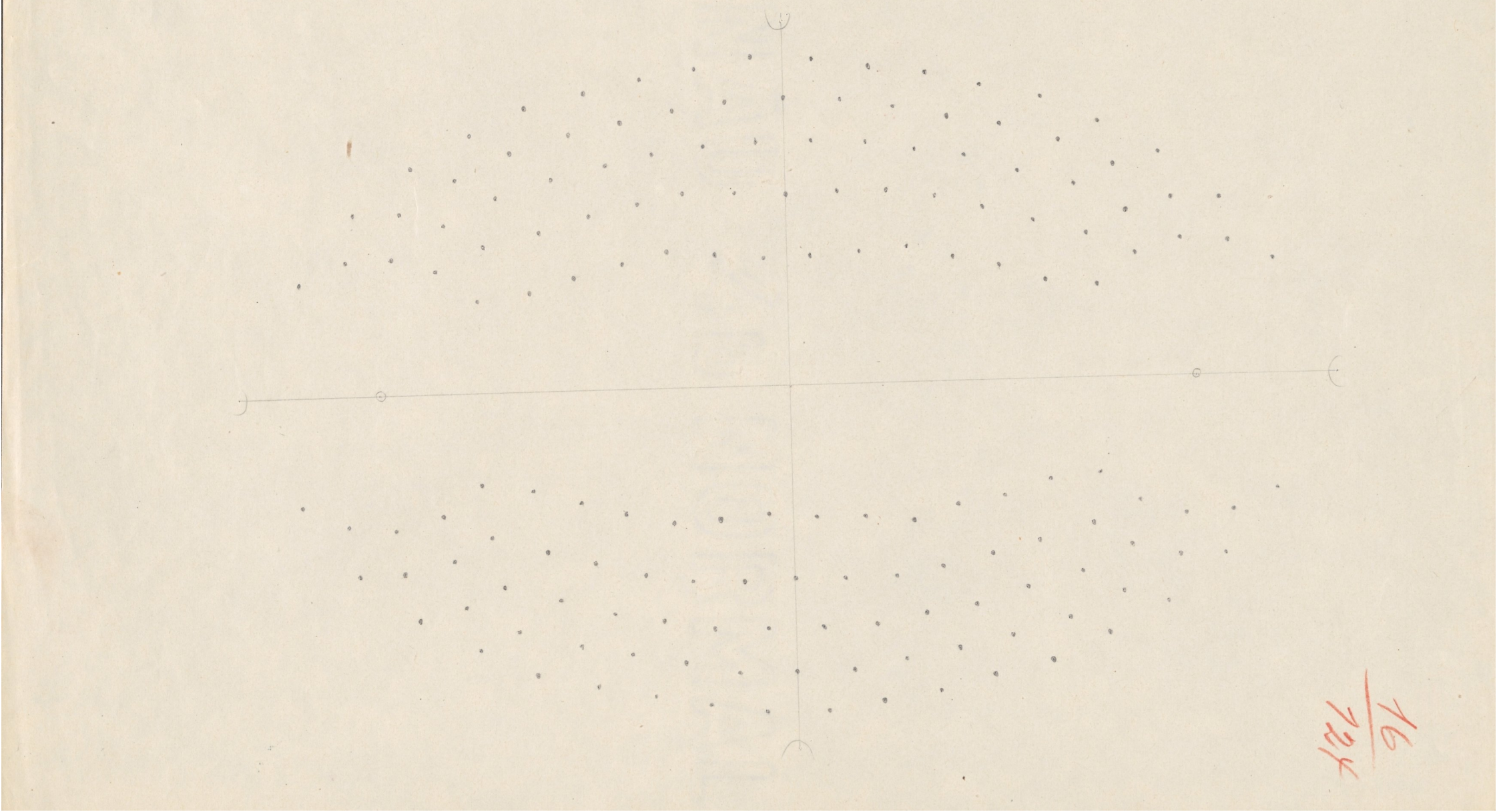
91 ~~34~~



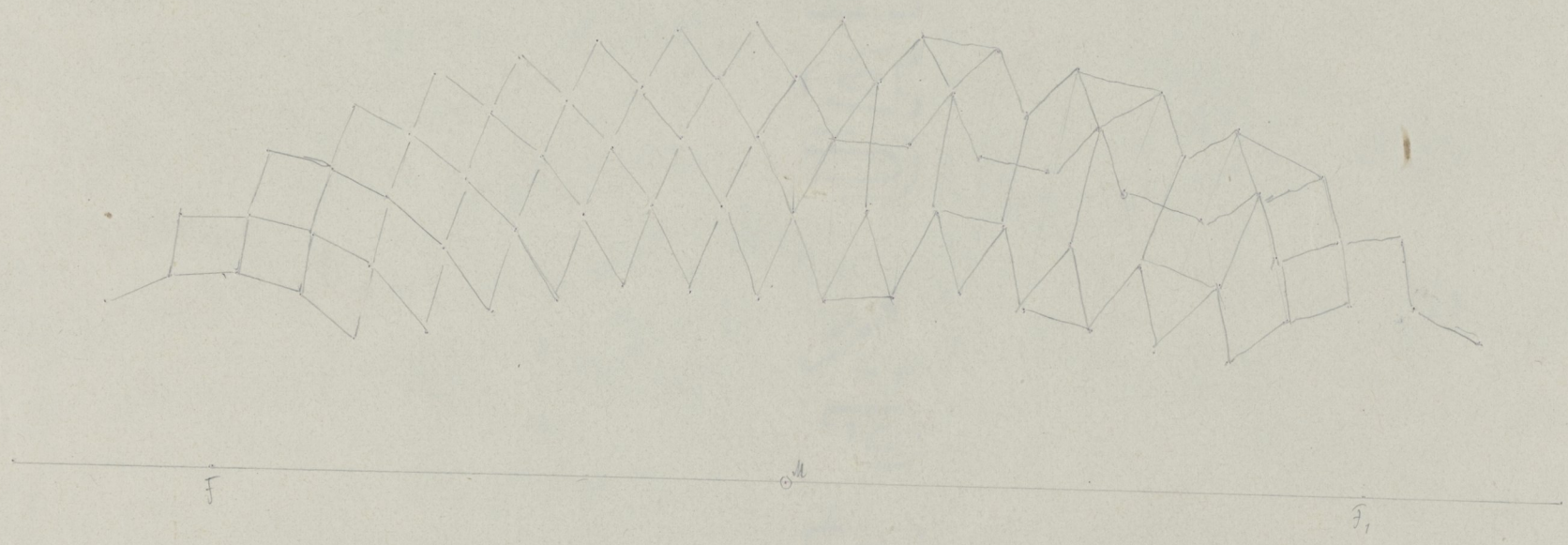
91 ~~34~~

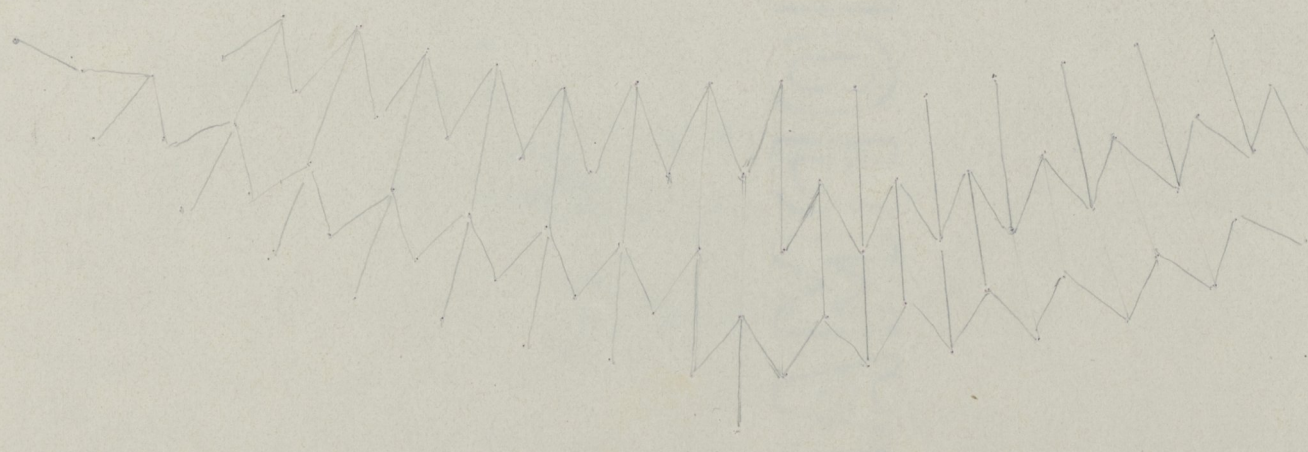


F und F_1 als Mittelpunkte der Kreise zu den Ganzzahlrandpunkte

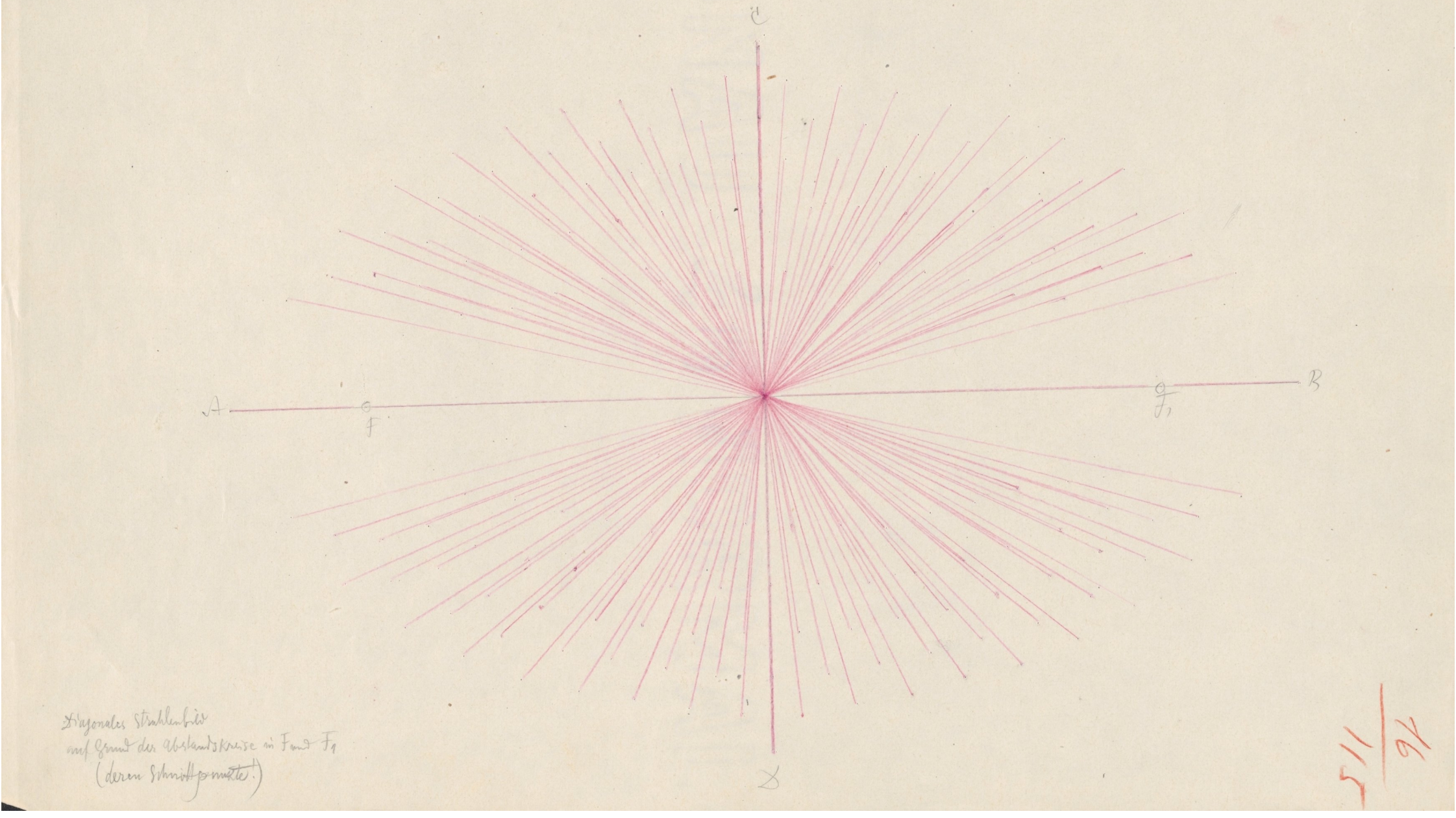


Paul Klee, II.16 Kegelschnitte, BG II.16/139

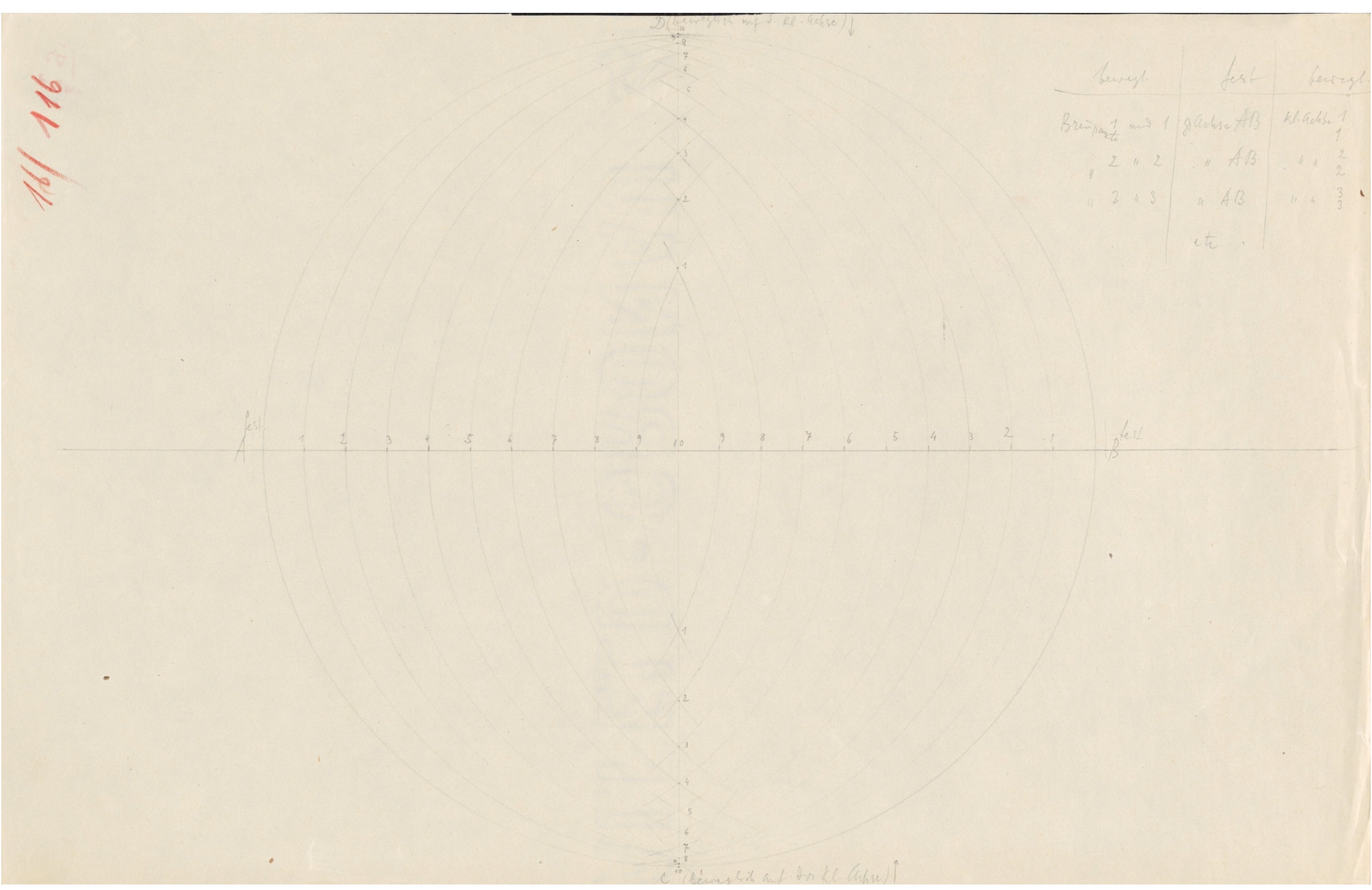




124/a



Diagonales Strahlenbild
auf Grund der Abstandskreise in F und F_1
(deren Schnittpunkte!)



D (beweglich auf d. kl. Achse) ↓

bewegl. fest bewegl.

Brennpunkte 1 und 1 gr Achse AB kl. Achse 1 1

„ 2 „ 2 „ AB „ „ 2 2

„ „ 2

„ 3 „ 3 „ AB „ „ 3 3

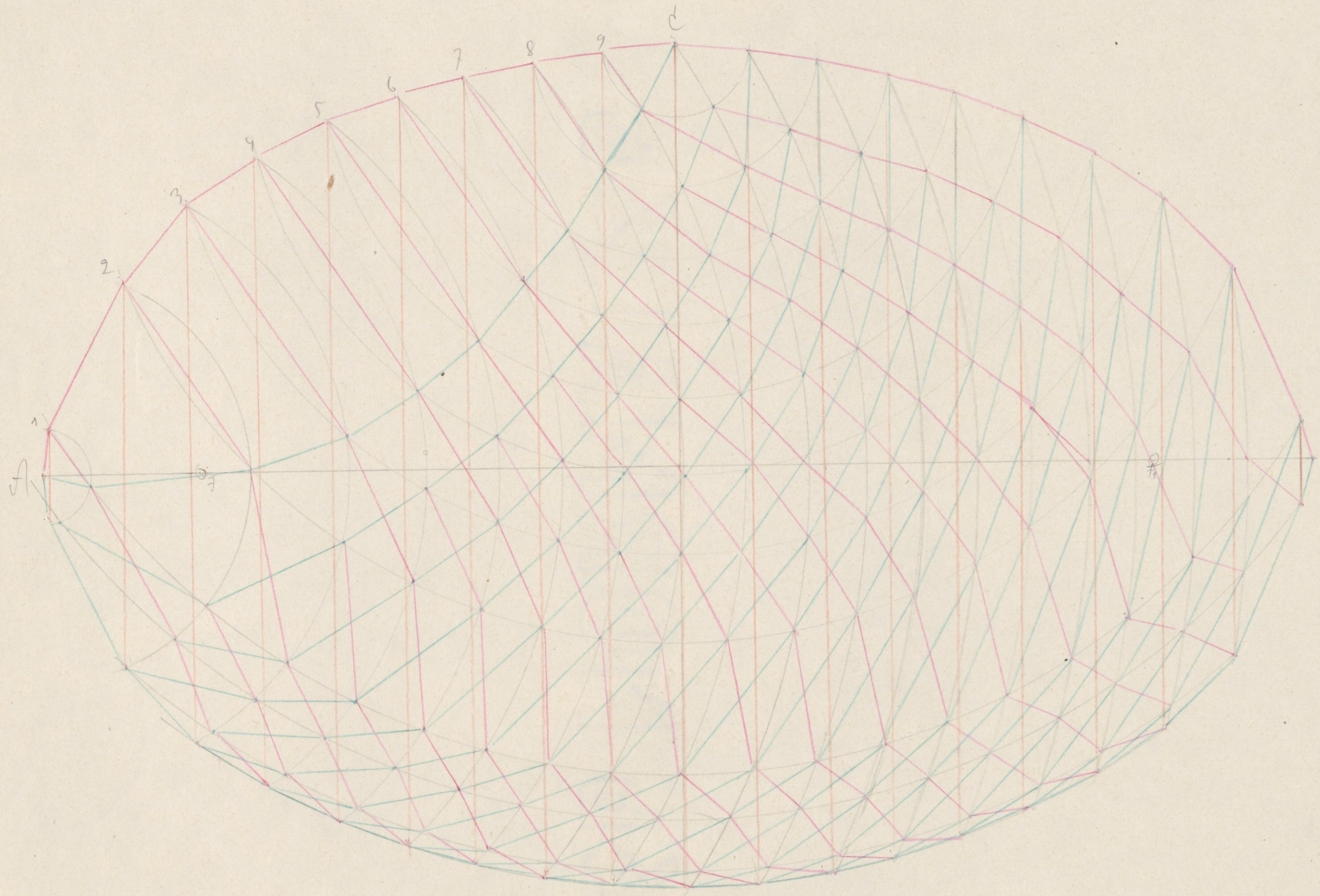
„ „ 3

ect.

fest A

fest B

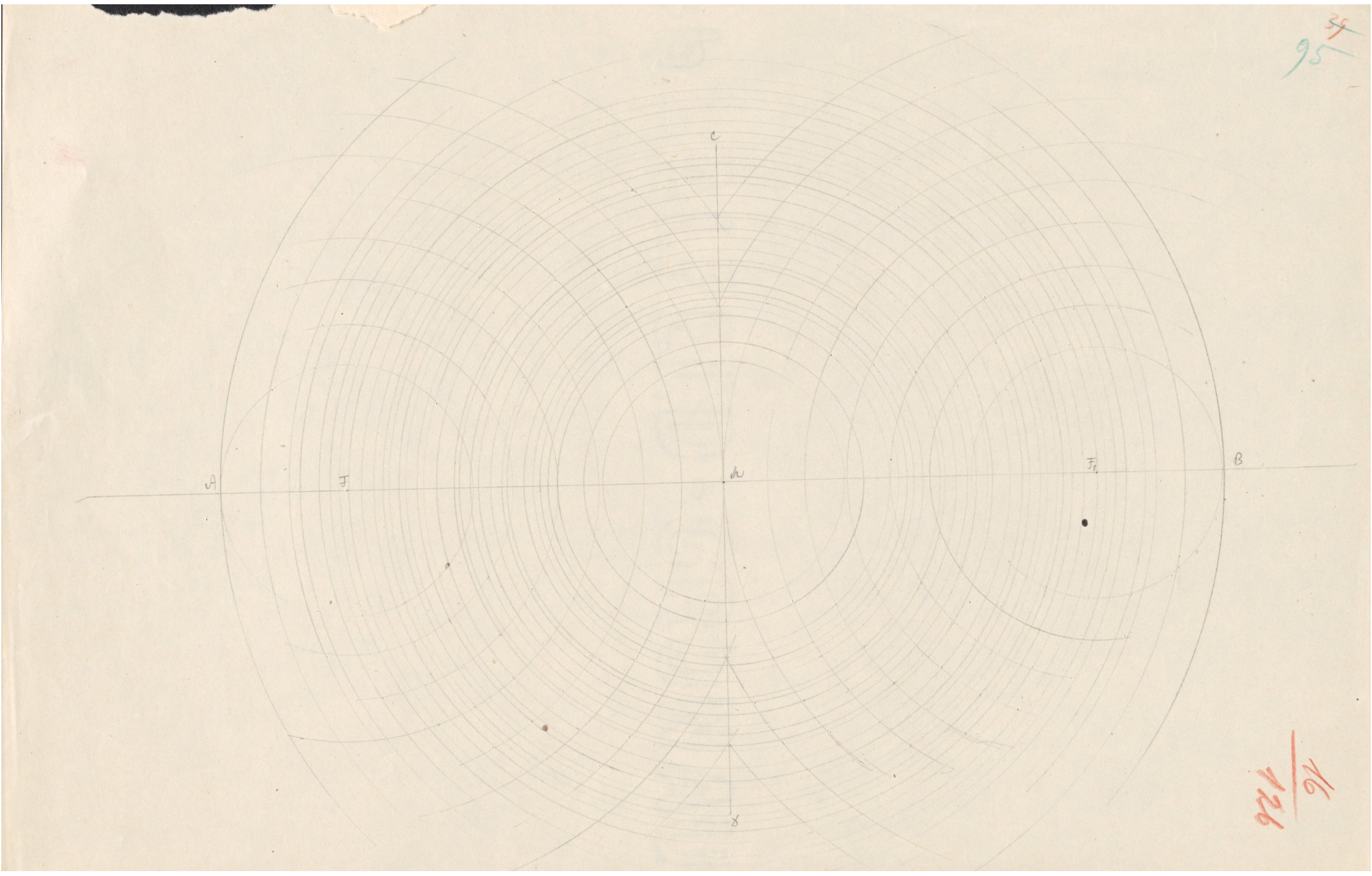
38
94a



Die ganzzahligen x)[1] Curvenpunkten von A und von C aus Kreisverbunden

x) 1: 3+21
2: 4+20
3: 5+19 etc

[1] \ x) /

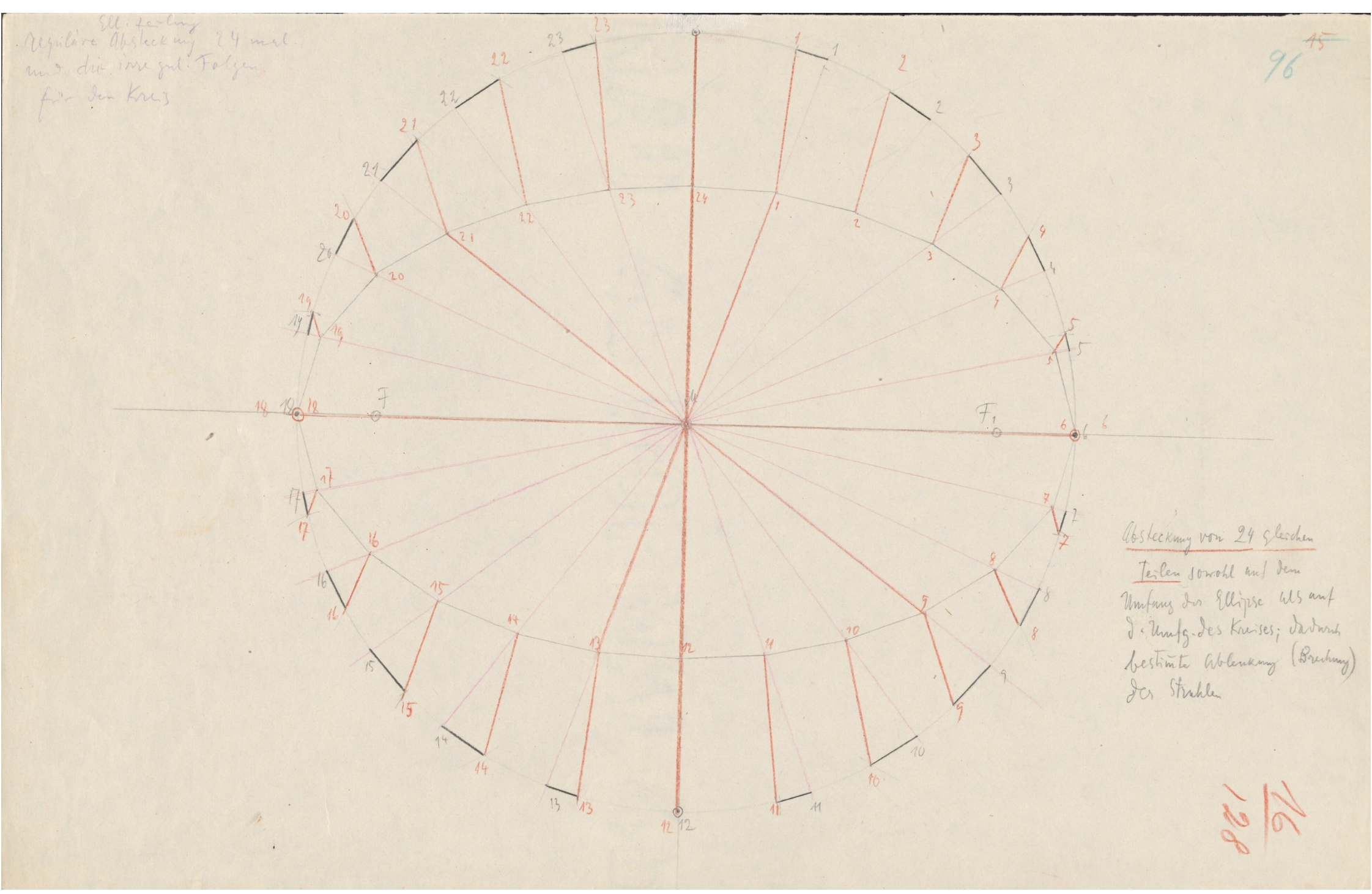

C
A
F
M
F1
B
X

Kreiszeit – Ellipsenzeit

und Weiterungen

Ell. Teilung
. Reguläre Absteckung 24 mal
und die irregul. Folgen
für den Kreis

96 ~~15~~

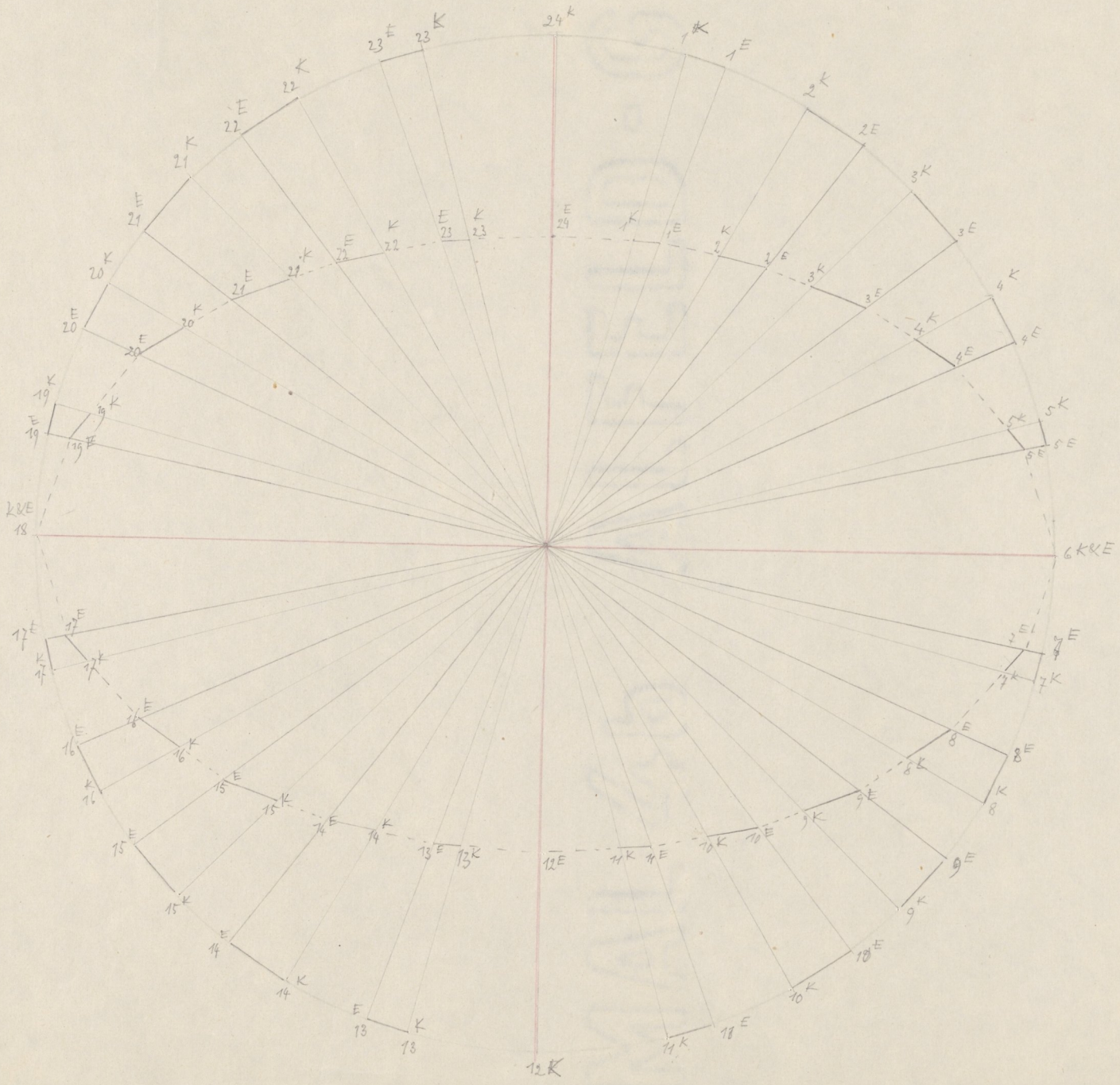


Absteckung von 24 gleichen
Teilen sowohl auf dem
Umfang der Ellipse als auch
d. Umfg. des Kreises; dadurch
bestimmte Ablenkung (Brechung)
der Strahlen

Ell. teilung
reguläre Absteckung 24 mal
und die irregul. Folgen
für den Kreis

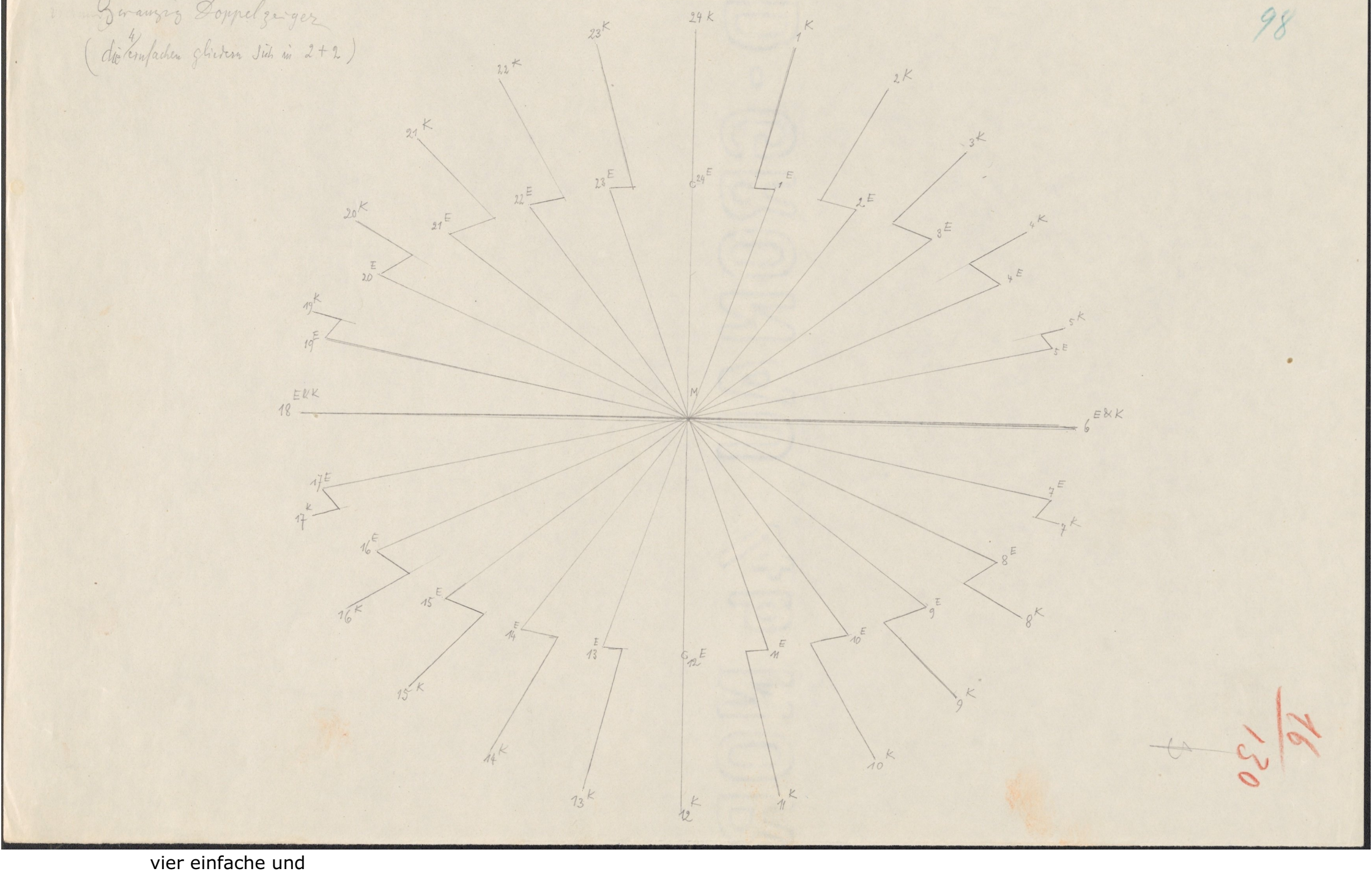
~~15~~
96

Absteckung von 24 gleichen
Teilen sowohl auf dem
Umfang der Ellipse als auch
d. Umfg. des Kreises; dadurch
bestimmte Ablenkung (Brechung)
der Strahlen



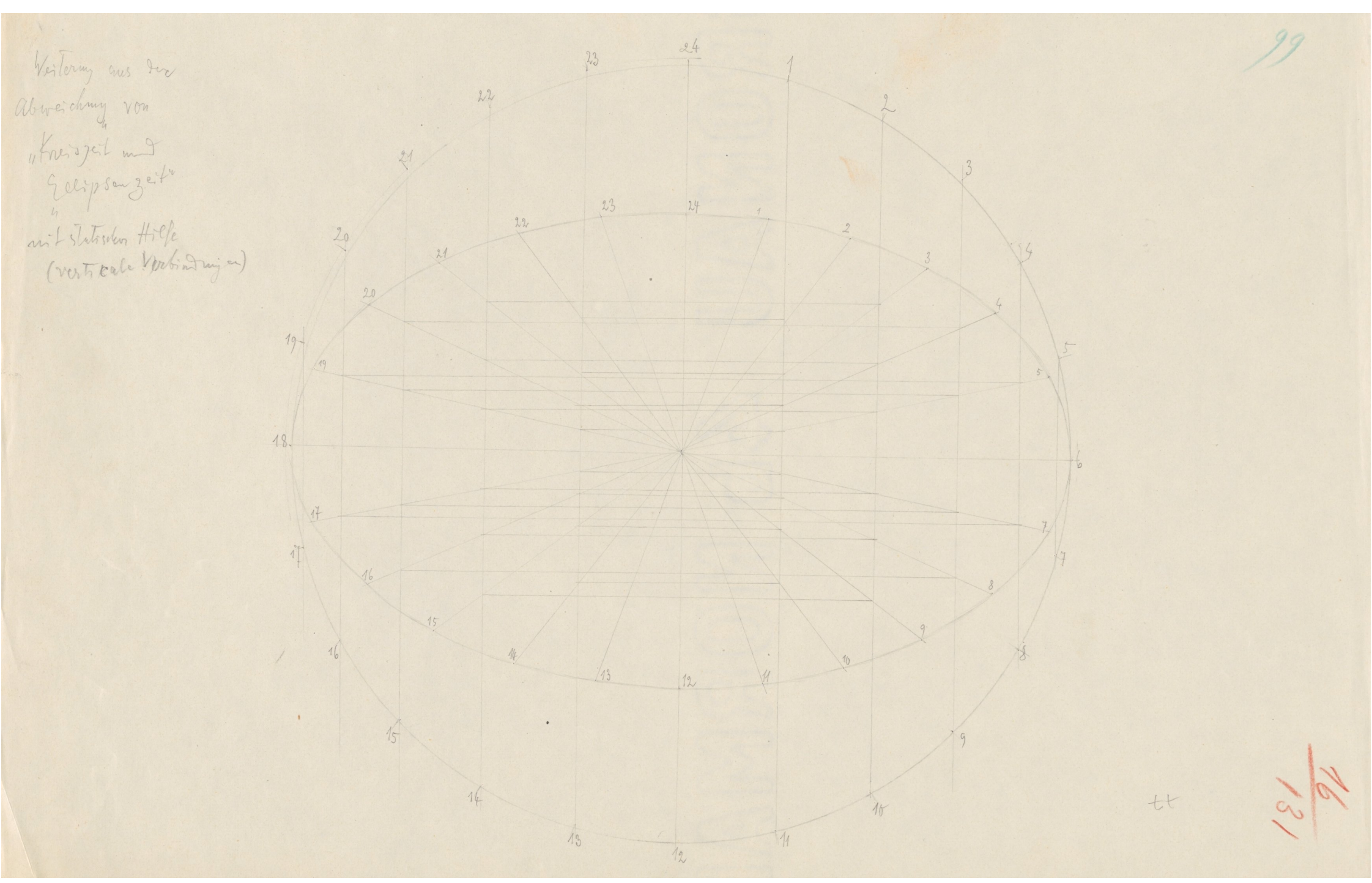
Vier einfache und
Zwanzig Doppelzeiger
(die 4 einfachen gliedern sich in 2 + 2)

98



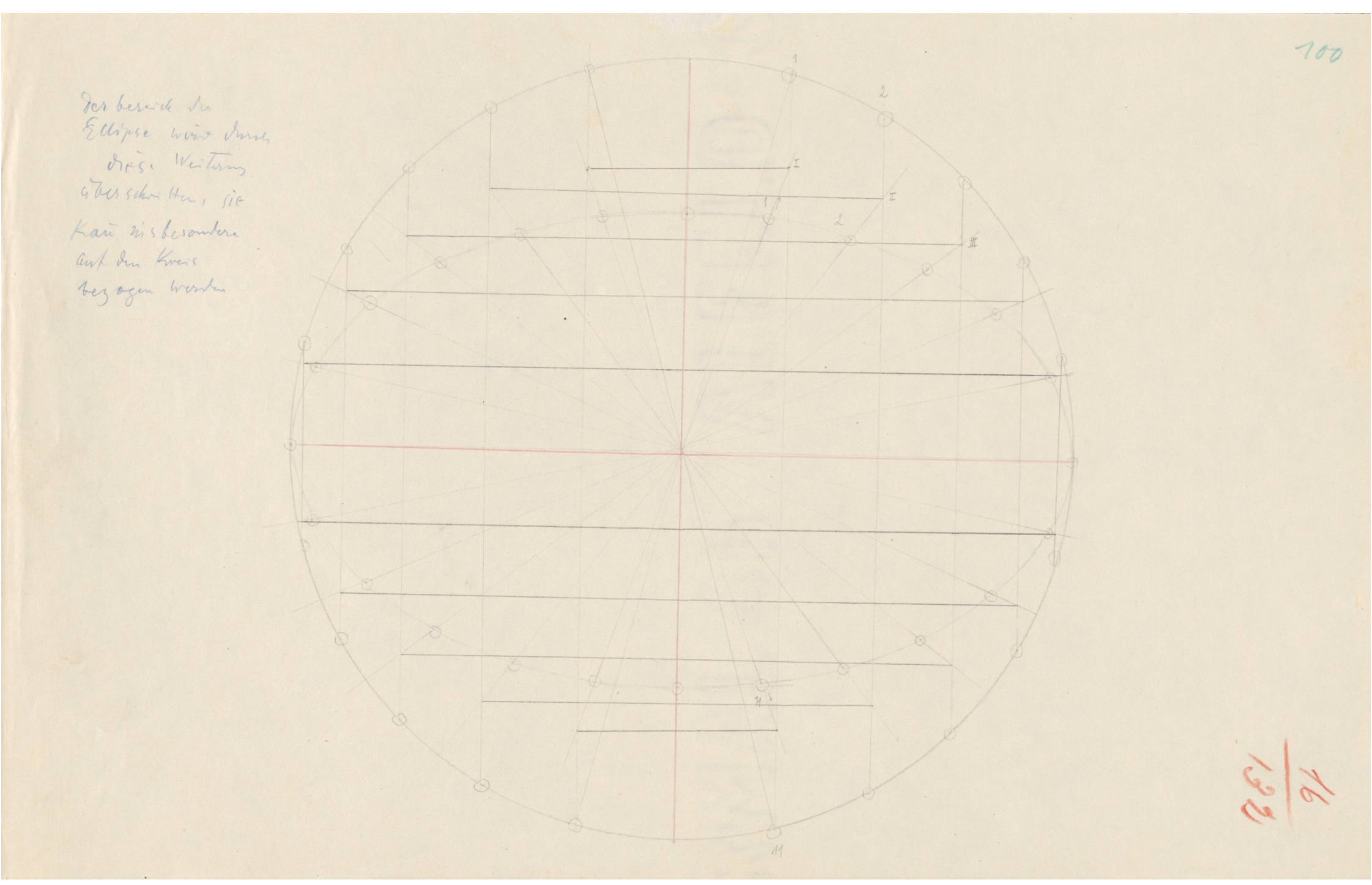
vier einfache und
Zwanzig Doppelzeiger
(die 4[1] einfachen gliedern sich in 2 + 2)

[1] \ 4 /

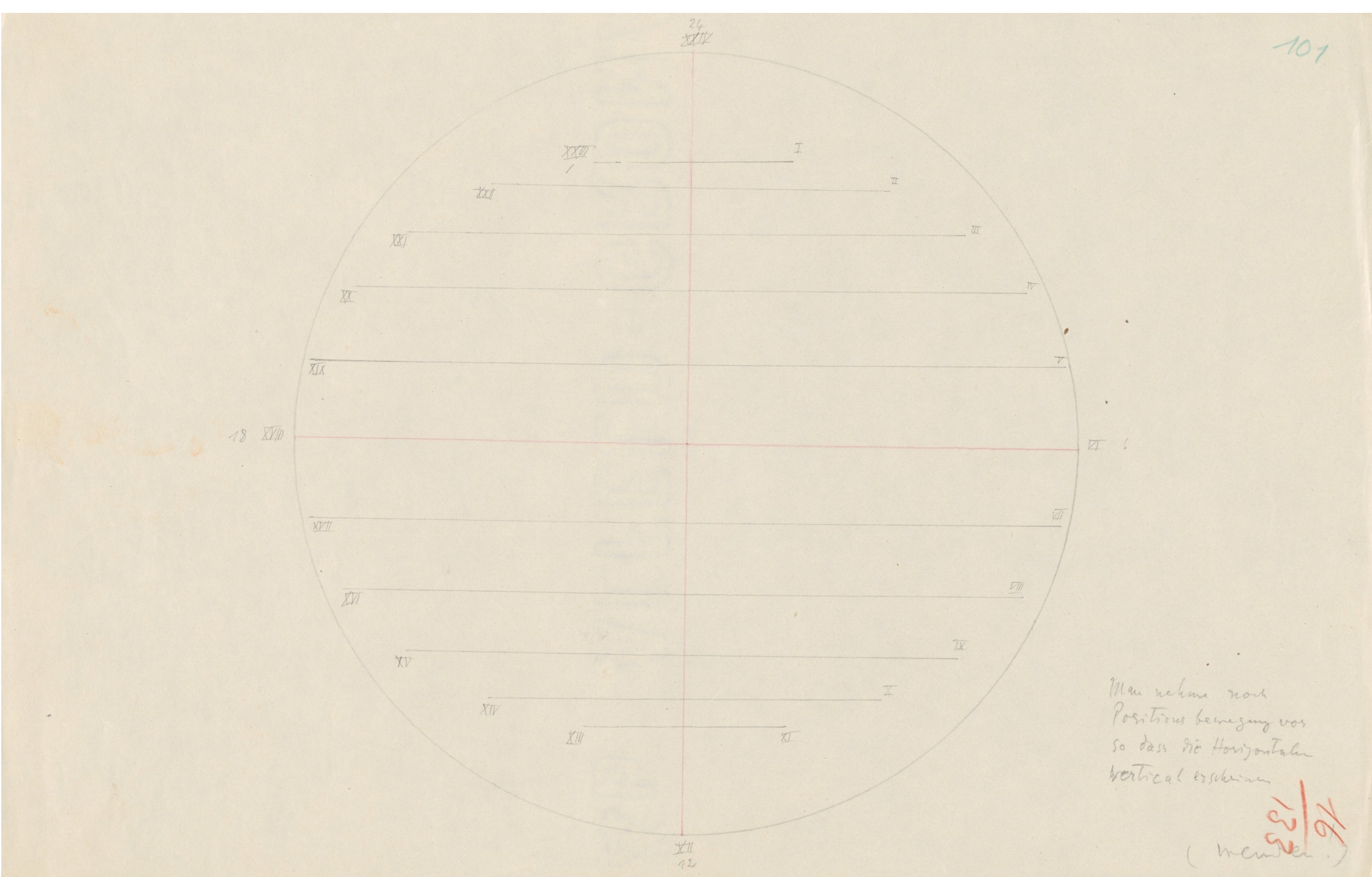


99

Weiterung aus der
Abweichung von
„Kreiszeit und
Ellipsenzeit“
mit statischer Hilfe
(verticale Verbindungen)



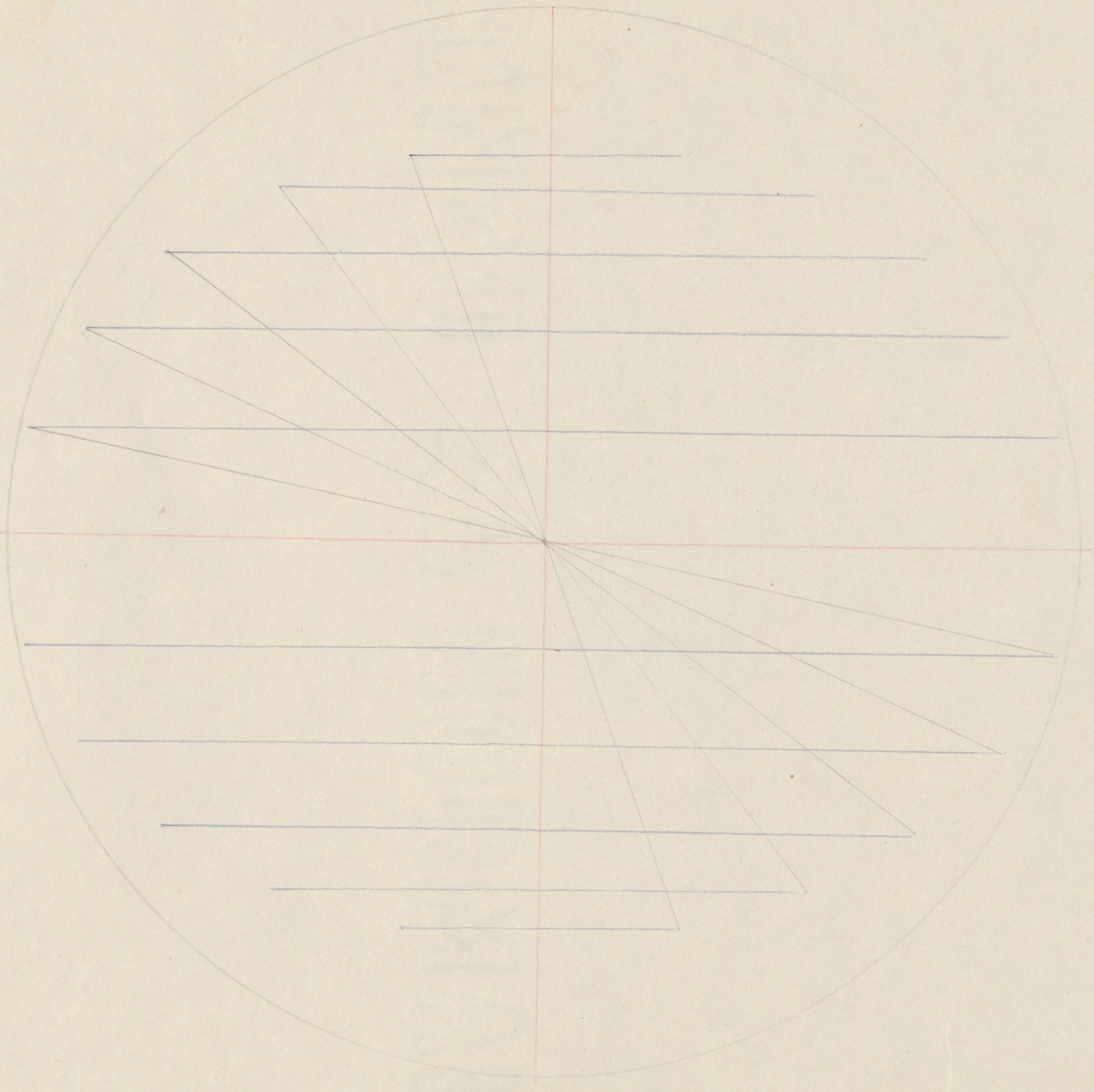
Der bereich der
Ellipse wird durch
diese Weiterung
überschritten, sie
kann insbesondere
auf den Kreis
bezogen werden

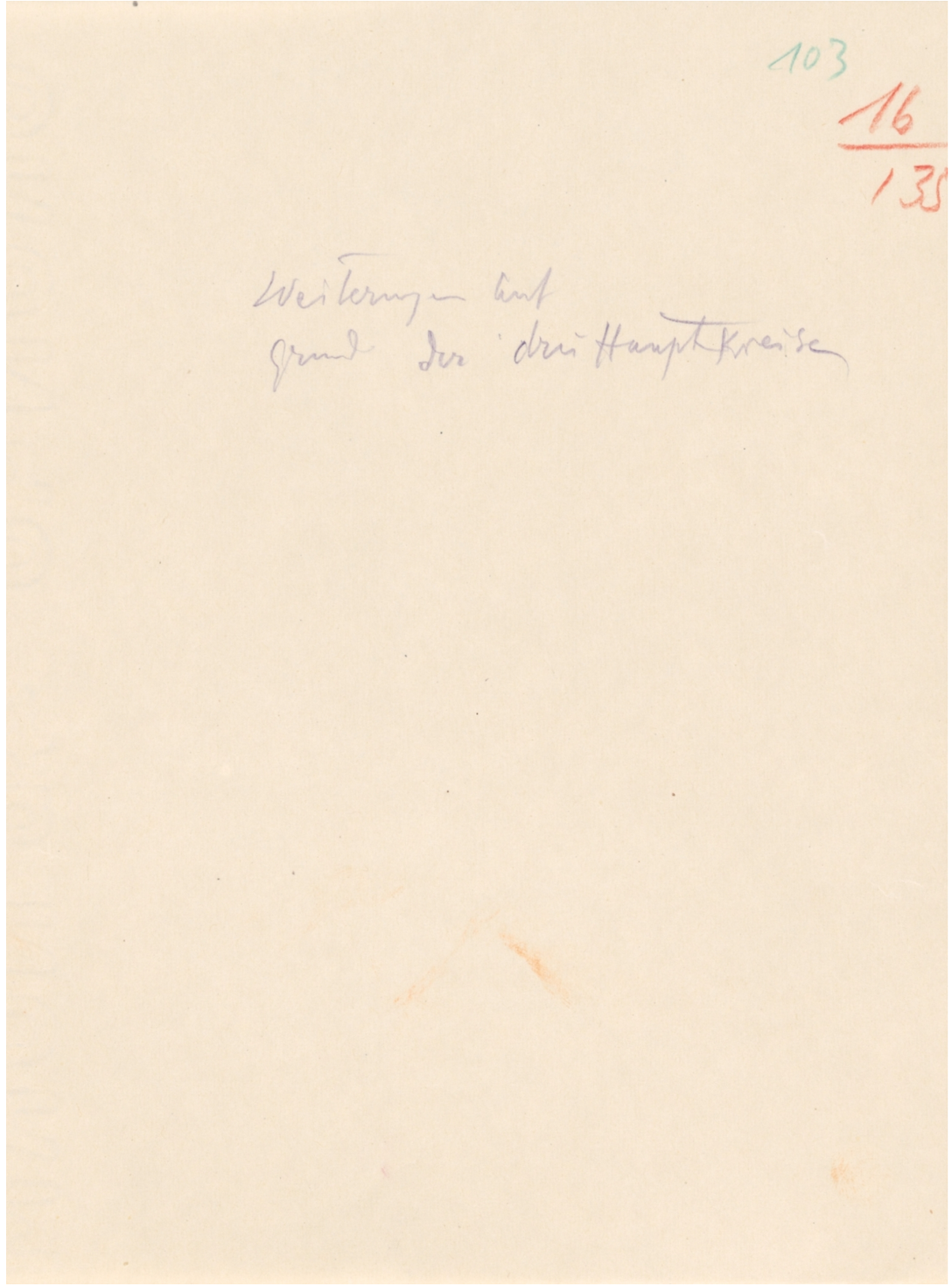


Man nehme noch
Positionsbewegung vor
so dass die Horizontalen
vertical erscheinen

(wenden!)

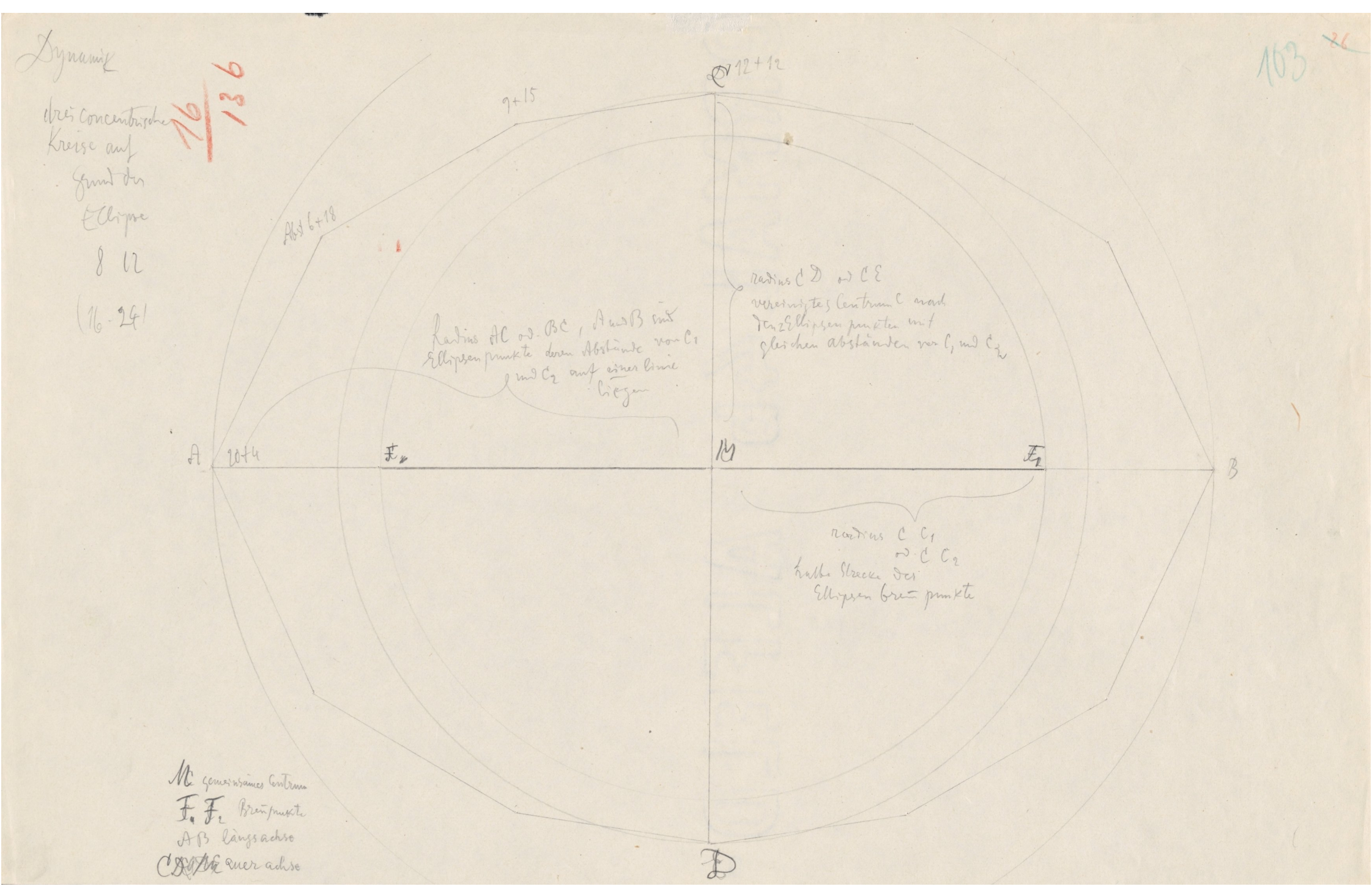
IV
V
VII
VIII





Weiterungen auf

Grund der drei Hauptkreise



Dynamik

~~26~~
103

drei concentrische
Kreise auf
Grund der
Ellipse

8 12

(16 – 24)

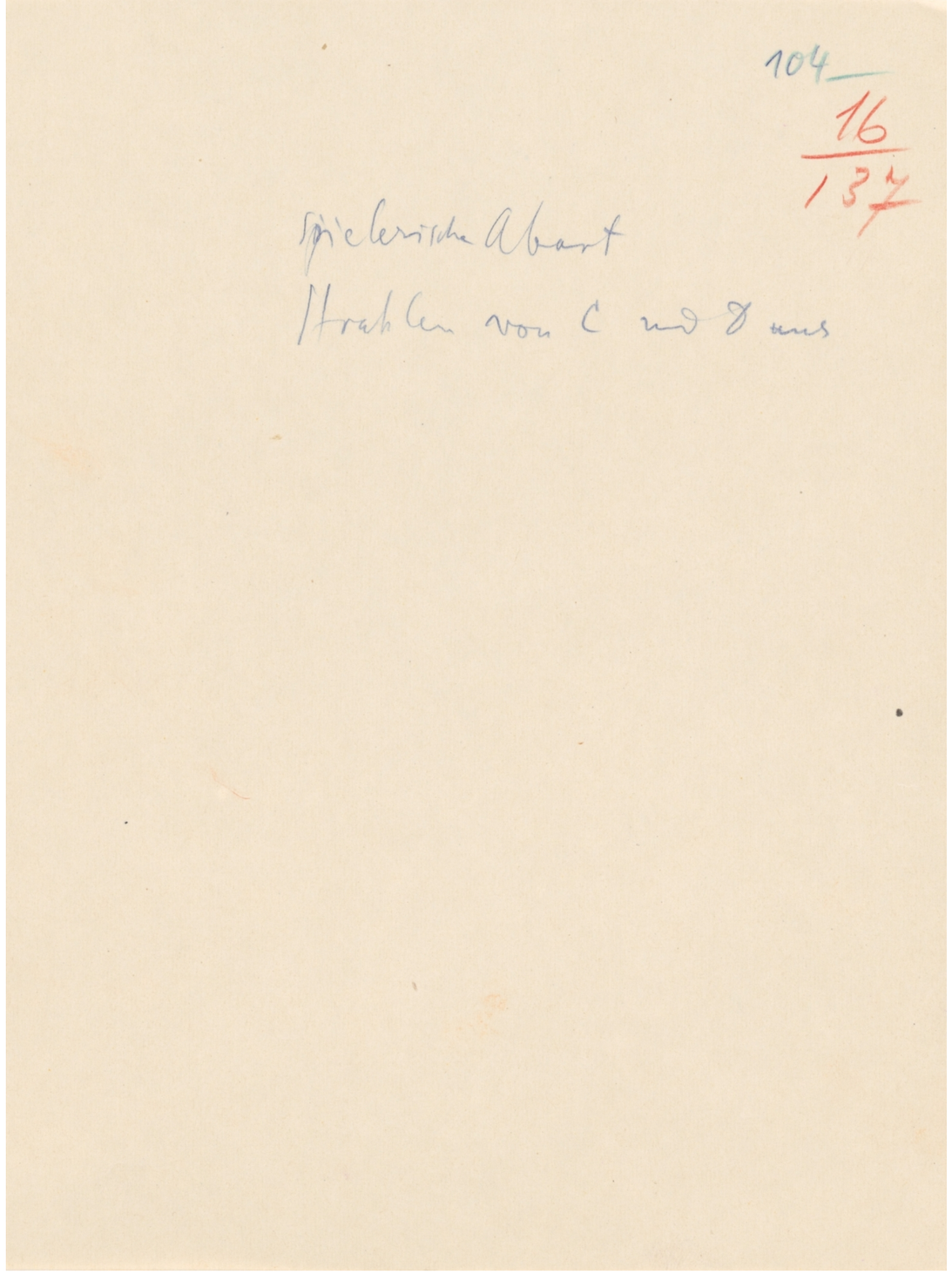
Radius AC od. BC, A und B sind Ellipsenpunkte deren Abstände von C_1 und C_2 auf einer Linie liegen.

radius CD od CE

vereinigtes Centrum C nach den 2 Ellipsenpunkten mit gleichen Abständen von C_1 und C_2

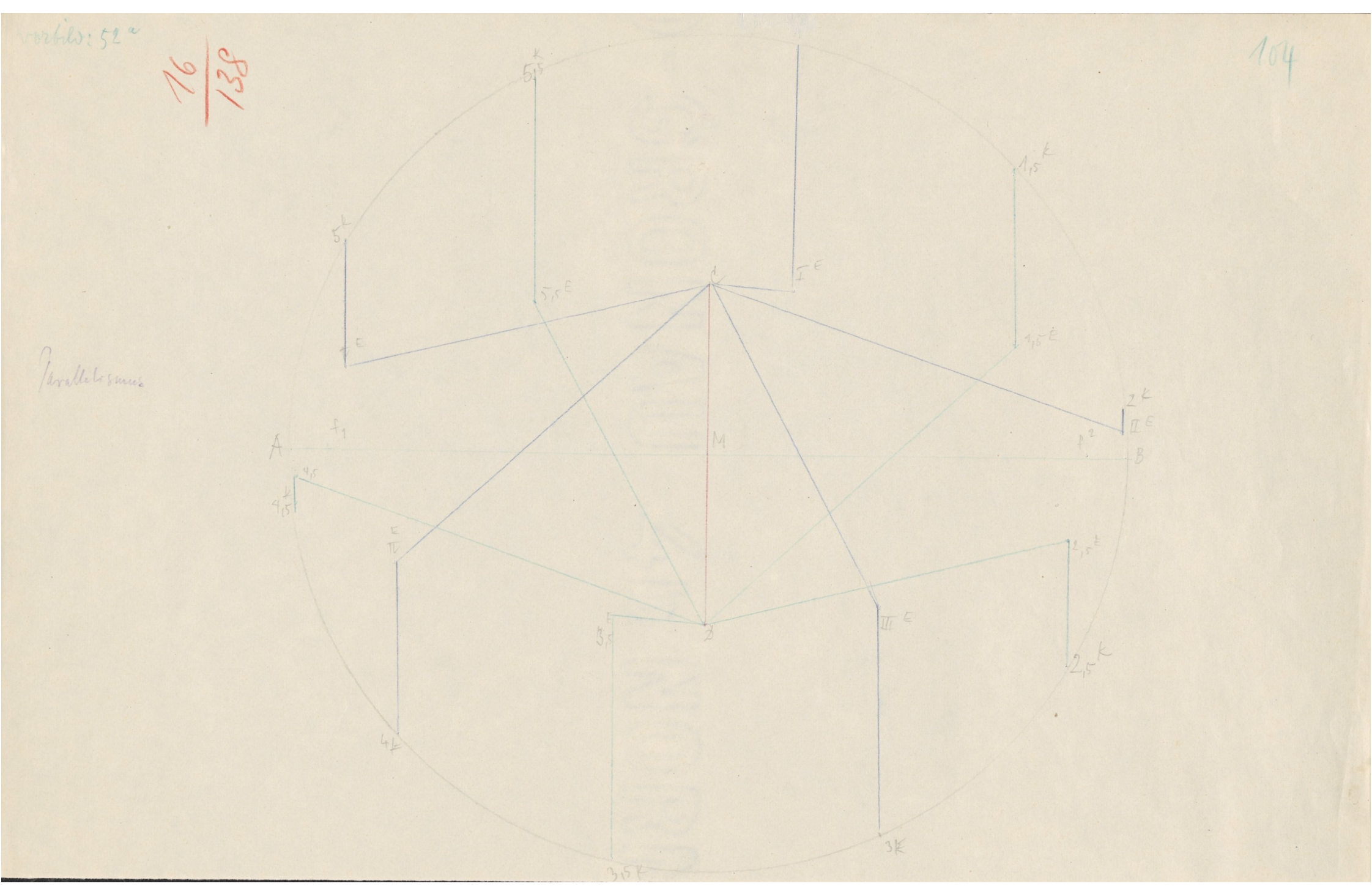
radius C C_1
od. C C_1
halbe Strecke der
Ellipsenbrennpunkte

M gemeinsames Centrum
F_1 F_2 Brennpunkte
AB längsachse
CDM Querachse



spielerische Abart

Strahlen von C und D aus

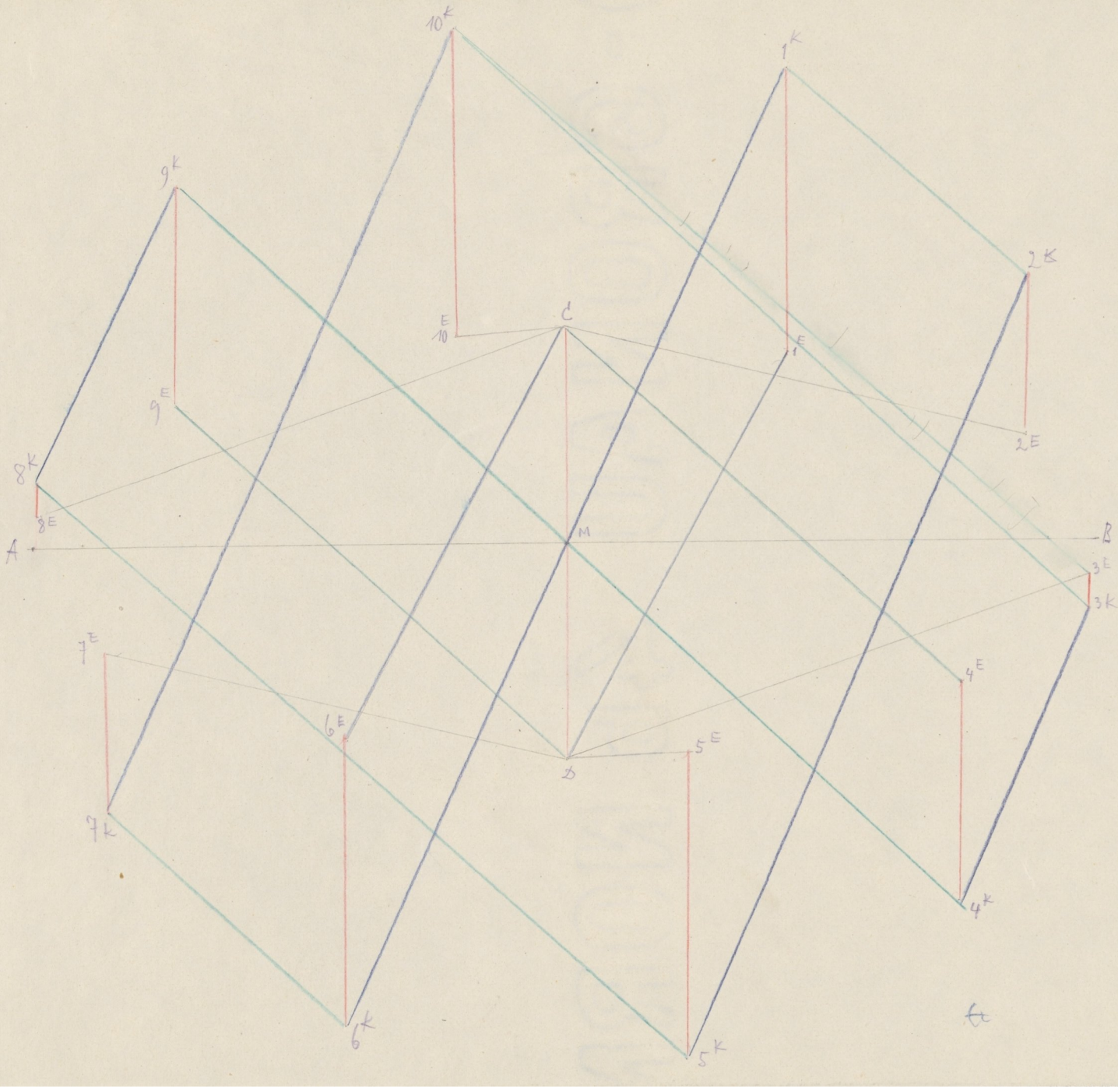


Vorbild: 52 a

104

Parallelismus

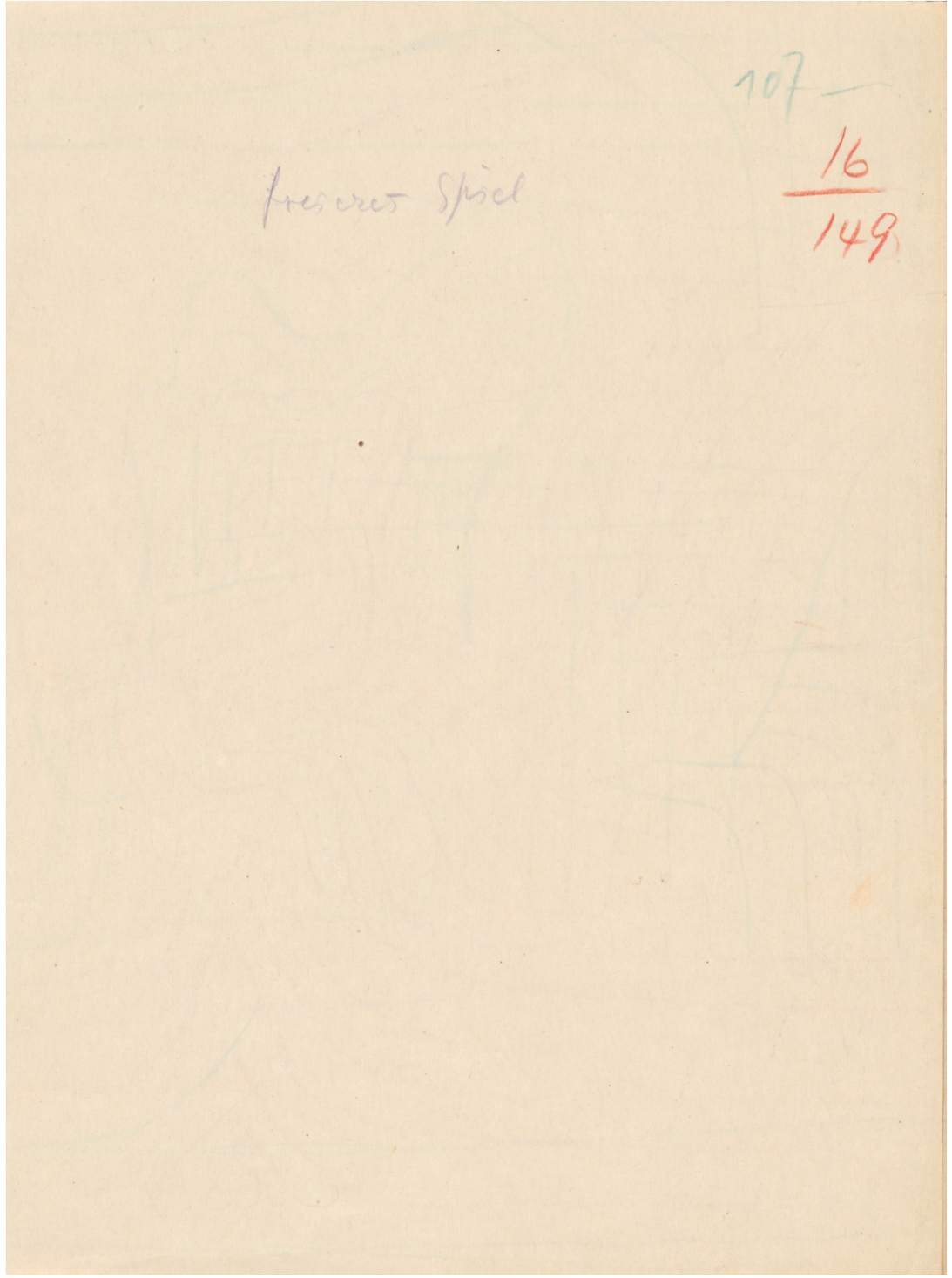
1382



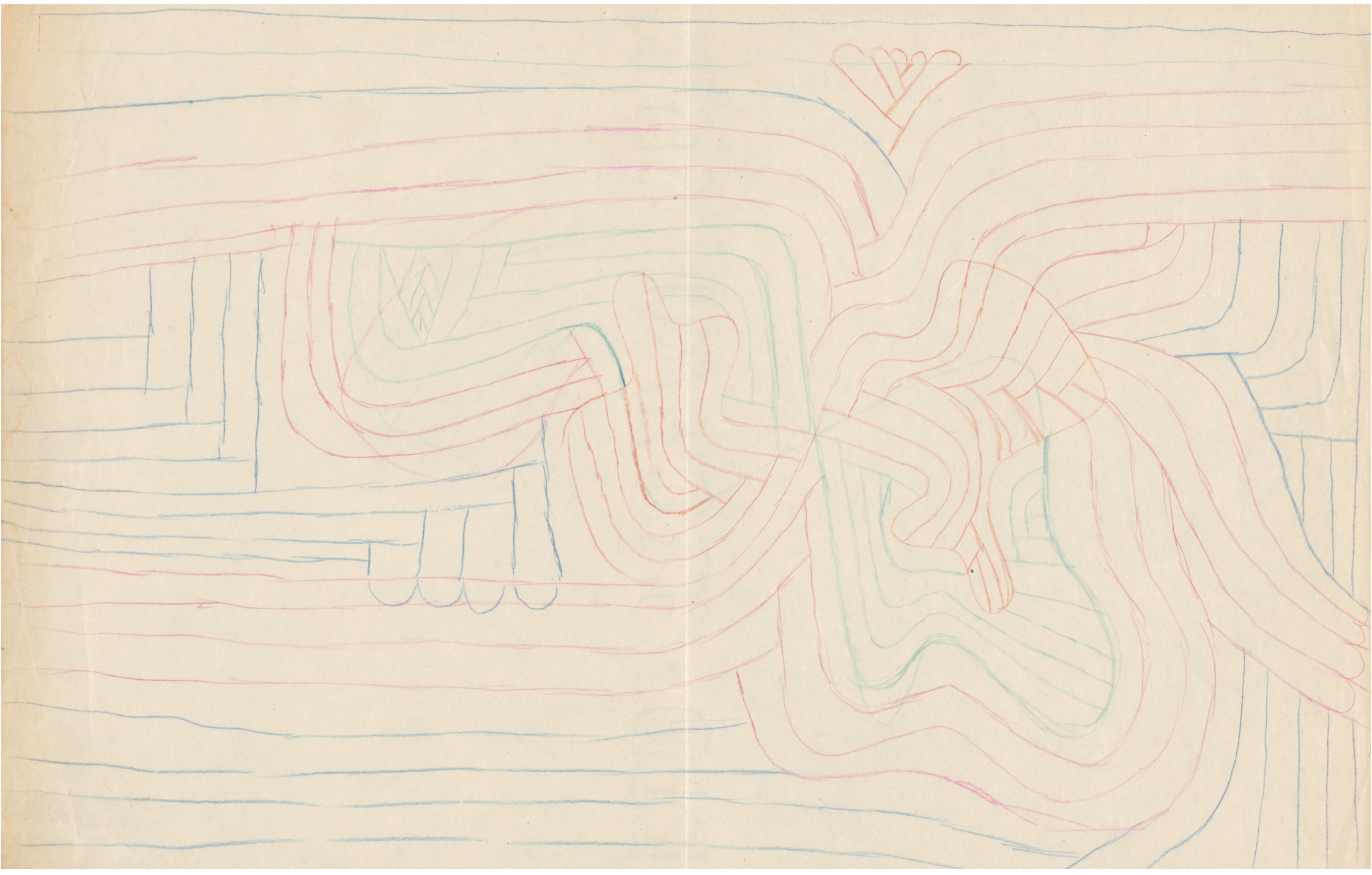
sind K1 K2
K10 K3
K9 K4
K8 K5
K7 K6 untereinander
parallel?
und warum?

Grund die Symmetrie
des 10geteilten Kreises

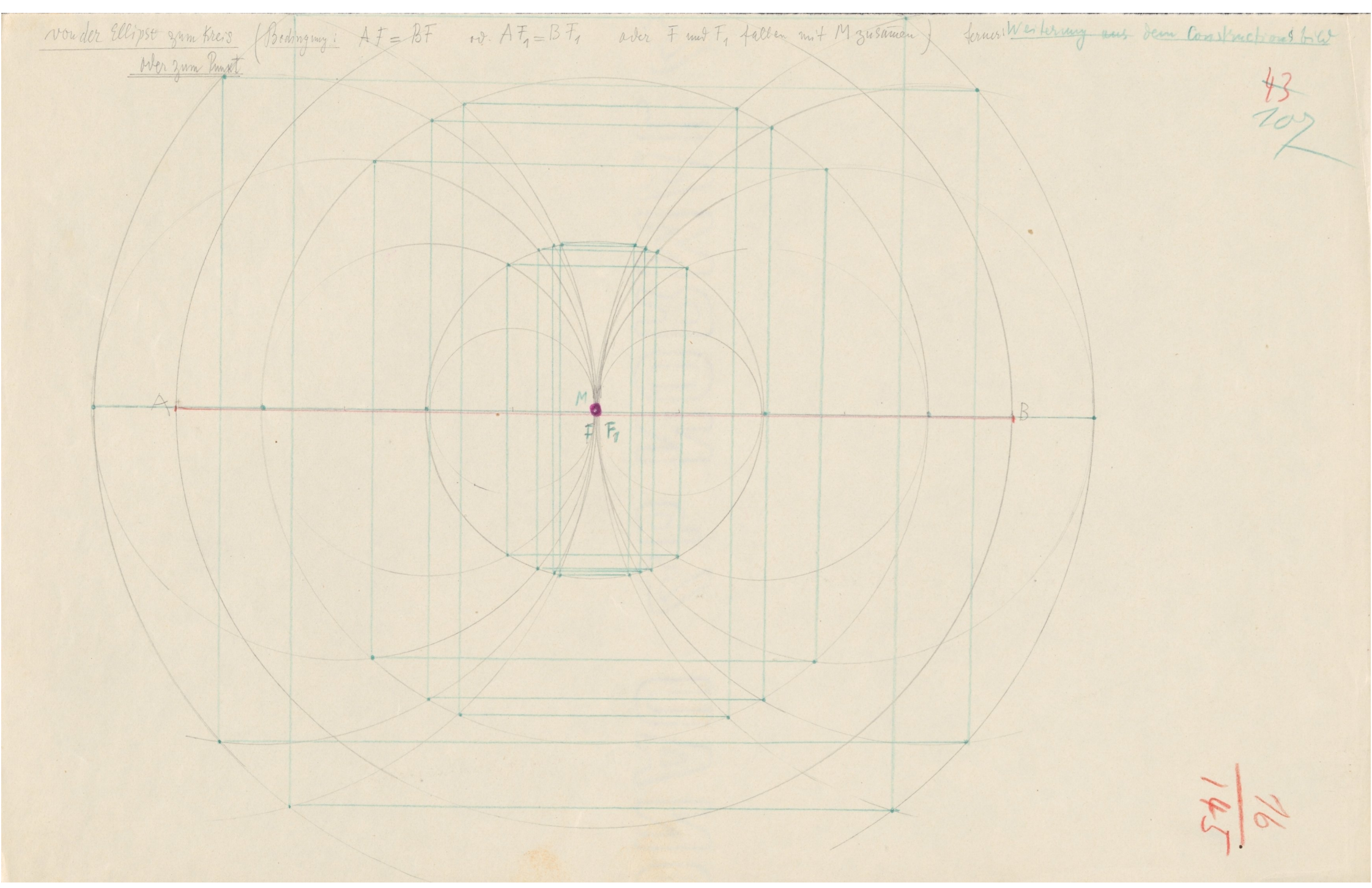
Vorbild 52 a



freieres Spiel

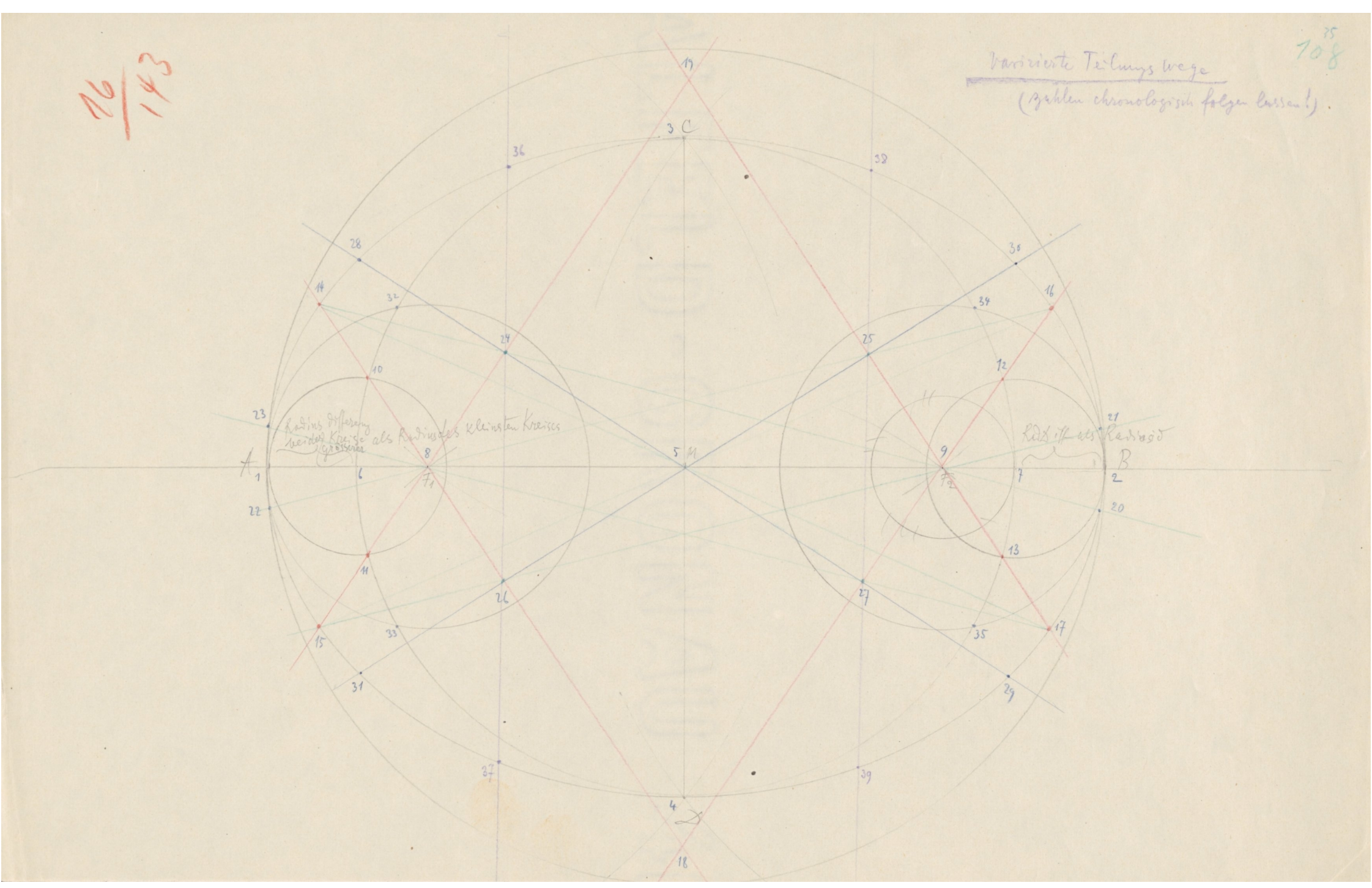


Paul Klee, II.16 Kegelschnitte, BG II.16/160



von der Ellipse zum Kreis (Bedingung: AF = BF od. $AF_1 = BF_1$ oder F und F_1 fallen mit M zusammen) ferner: Weiterung aus dem Constructionsbild
oder zum Punkt

~~43~~
107



variierte[1] Teilungswege
(Zahlen chronologisch folgen lassen!

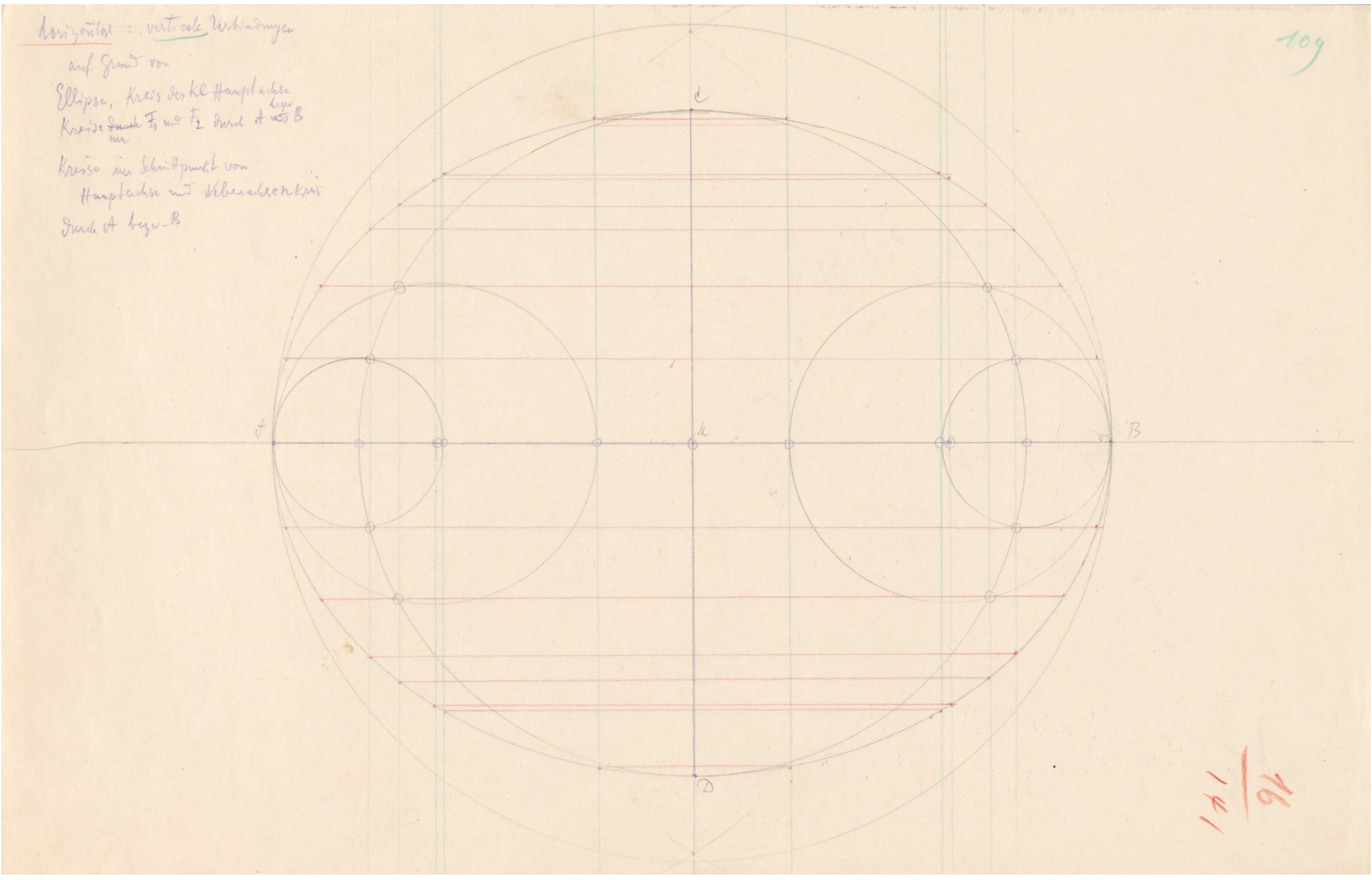
Radius Differenz
beider grösseren[2] Kreise als Radius des kleinsten Kreises

Rad Diff als Radius[3]

[1] varirierte

[2] /grösseren\

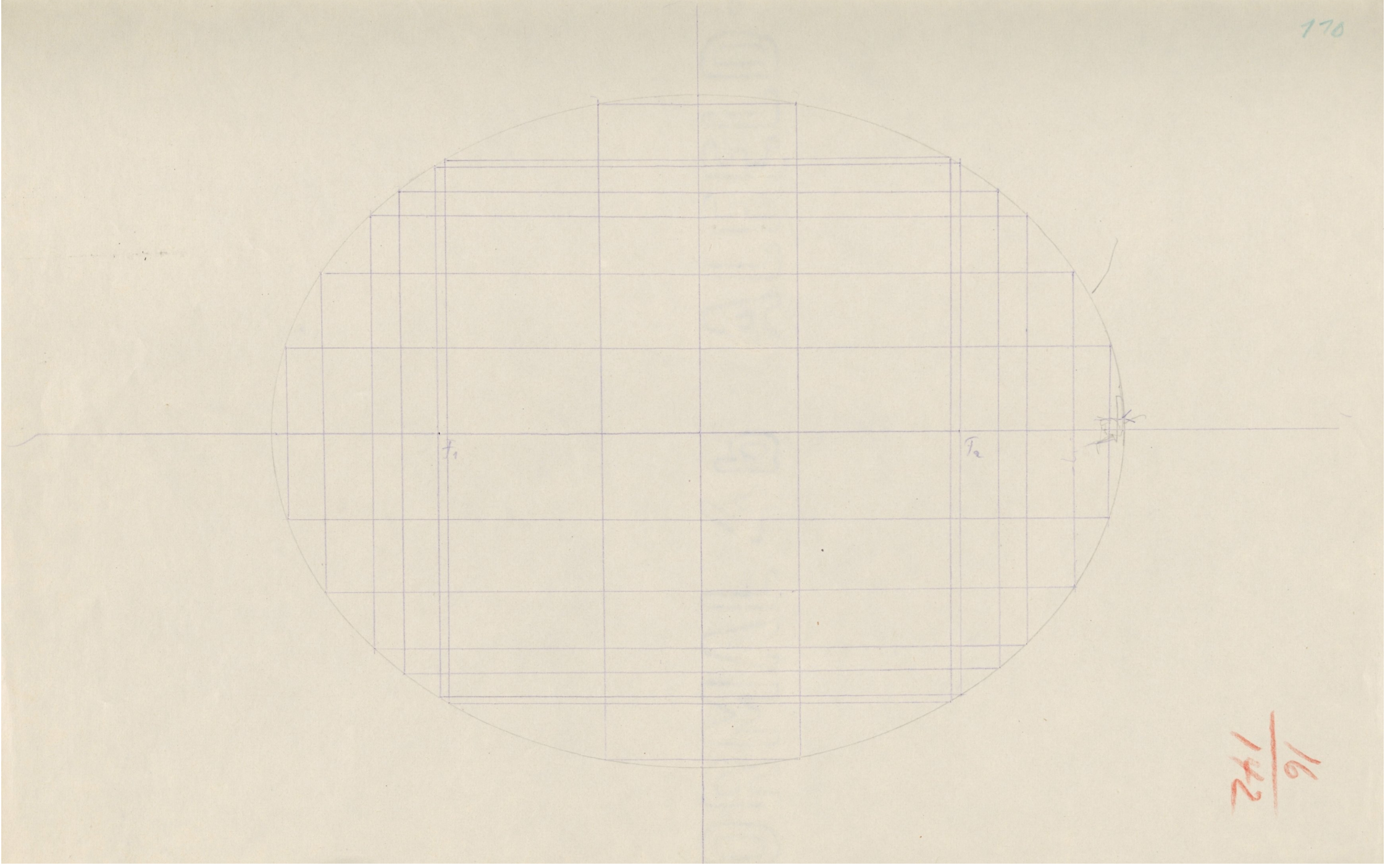
[3] *darunter unleserlich*



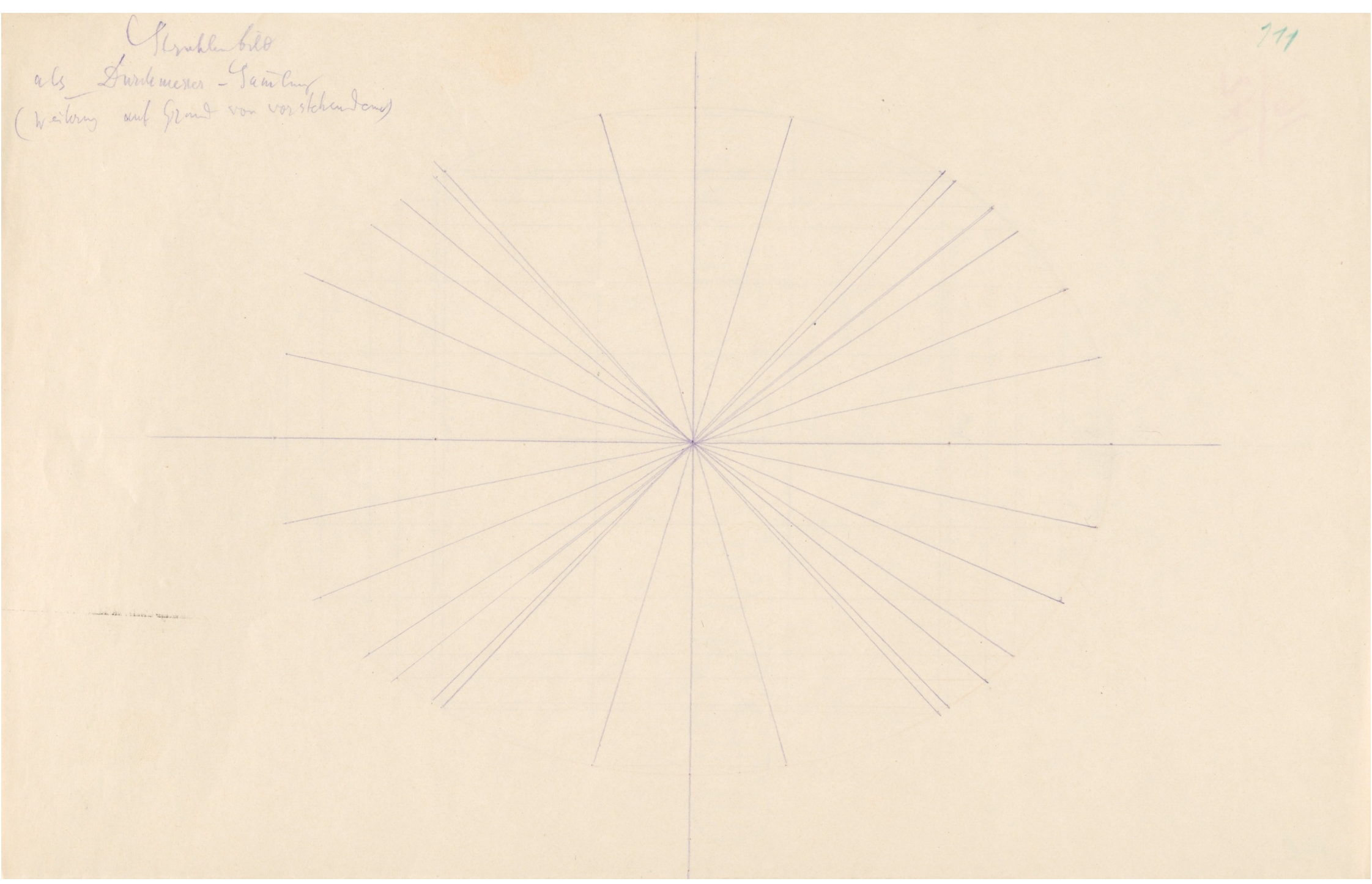
auf Grund von
Ellipse, Kreis der kl Hauptachse
Kreise um[1] F_1 und F_2 durch A bezw[2] B
Kreis im Schnittpunkt von
Hauptachse und Nebenachsenkreis
durch A bezw. B

[1] ~~durch~~ / um \

[2] ~~und~~ \ bezw /



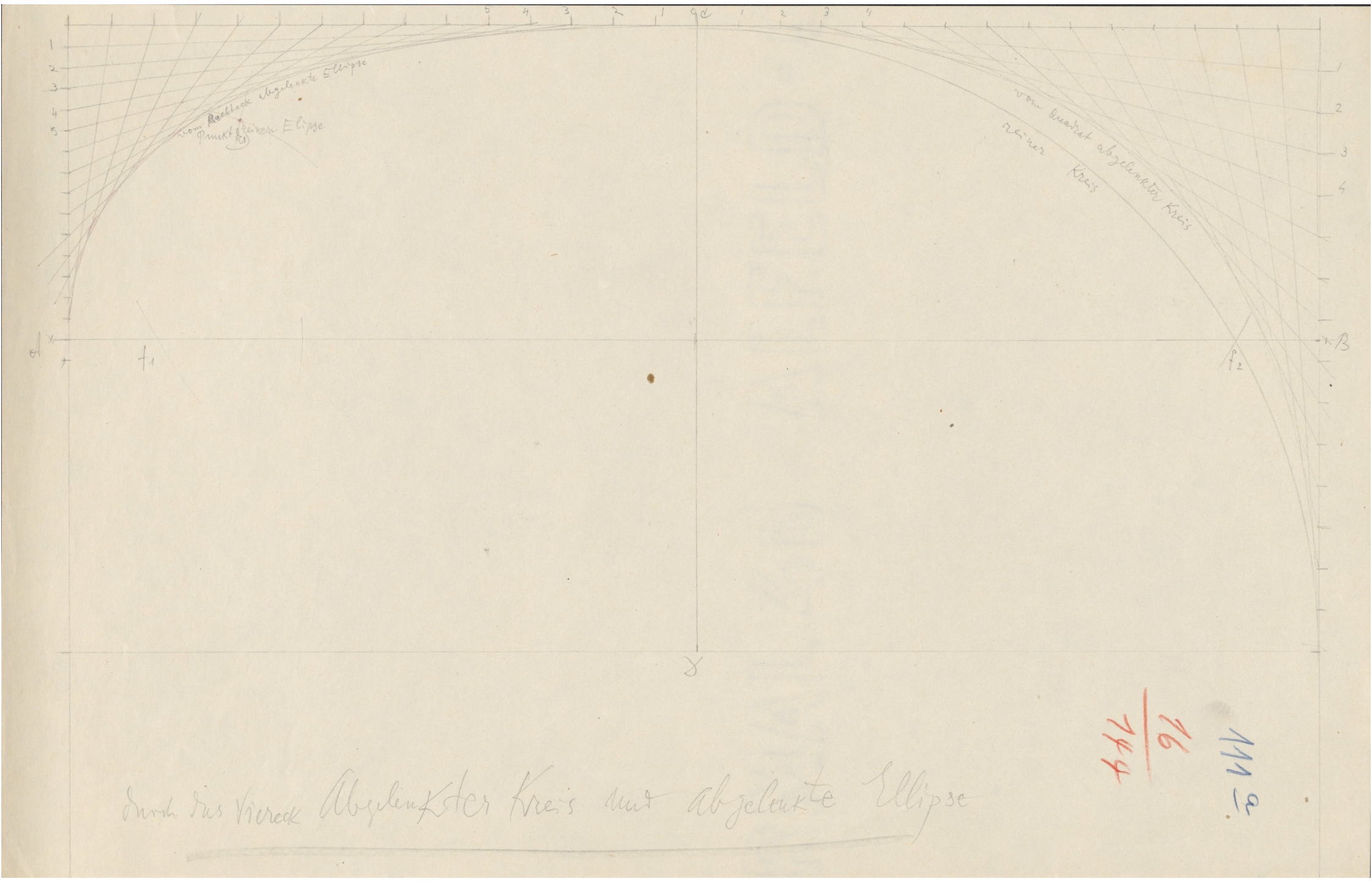
Paul Klee, II.16 Kegelschnitte, BG II.16/164



Strahlenbild

als Durchmesser – Sammlung

(Weiterung auf Grund von vorstehendem)



vom Rechteck abgelenkte Ellipse

Punkt der reinern El/ipse

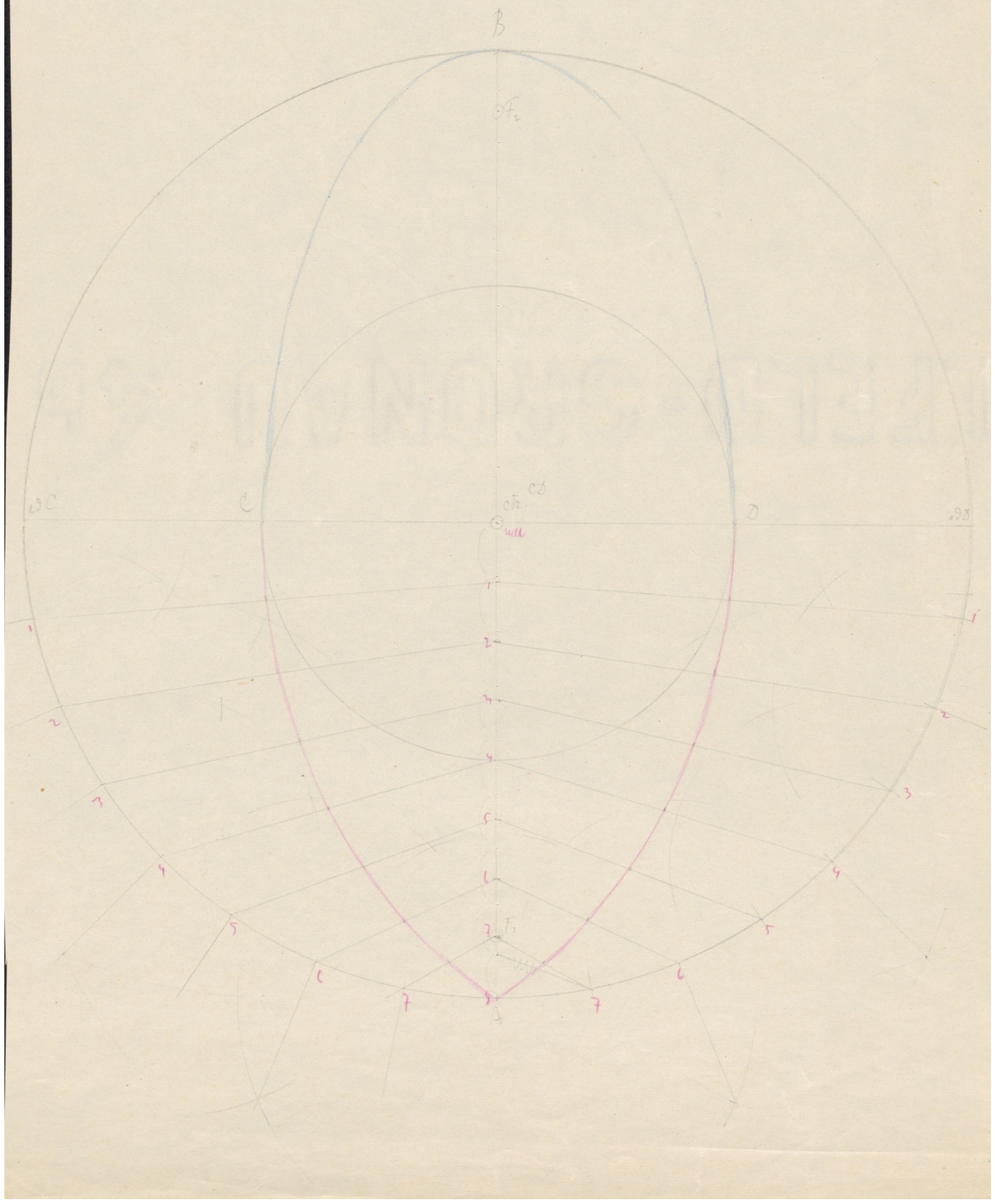
vom Quadrat abgelenkter Kreis

reiner Kreis

111a

durch dies Viereck Abgelenkter Kreis und abgelenkte Ellipse

16
146

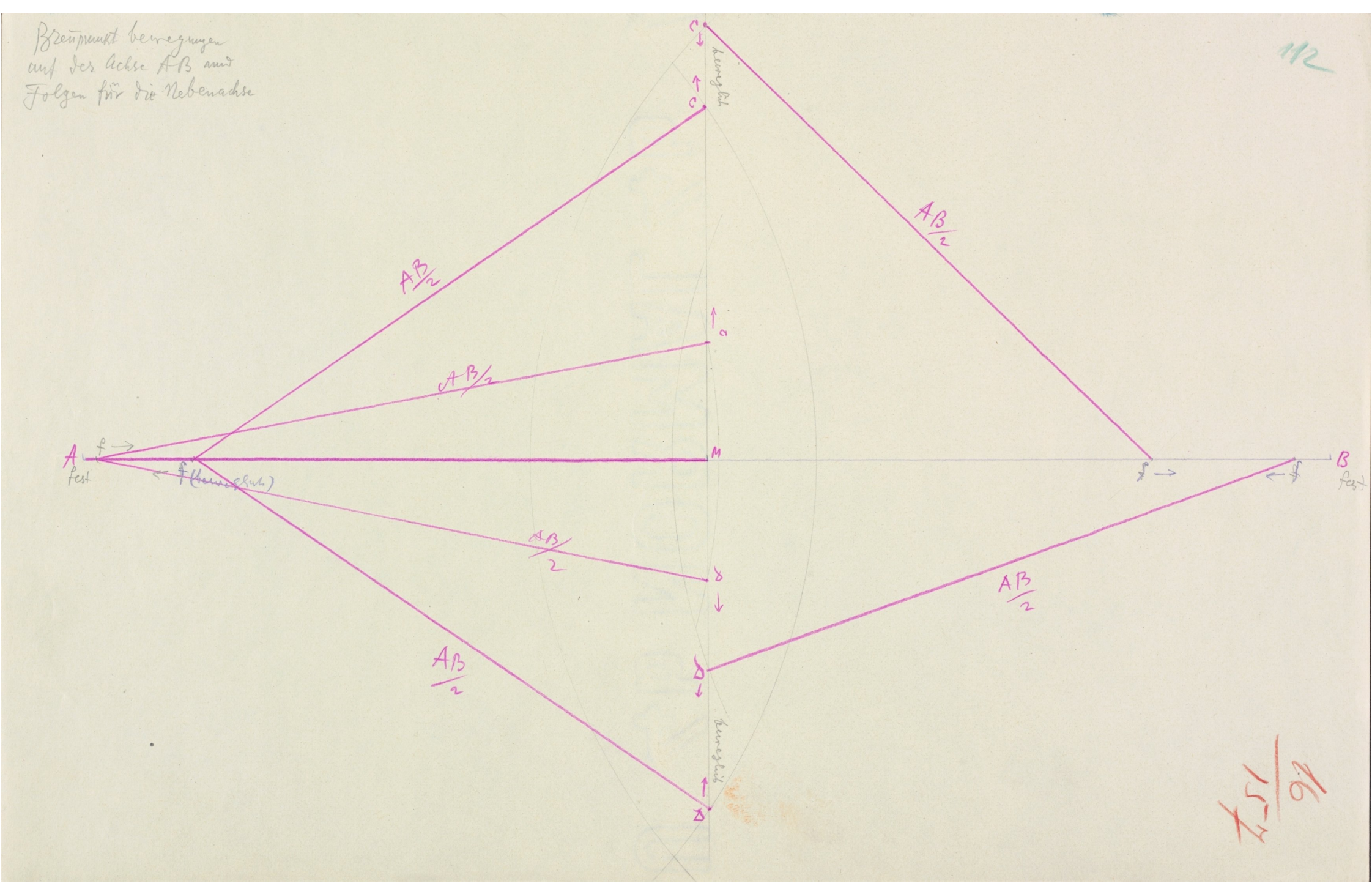


Ellipsenreihen

zwischen Gerader und Kreis

Brennpunkt bewegungen
auf der Achse AB und
Folgen für die Nebenachse

112

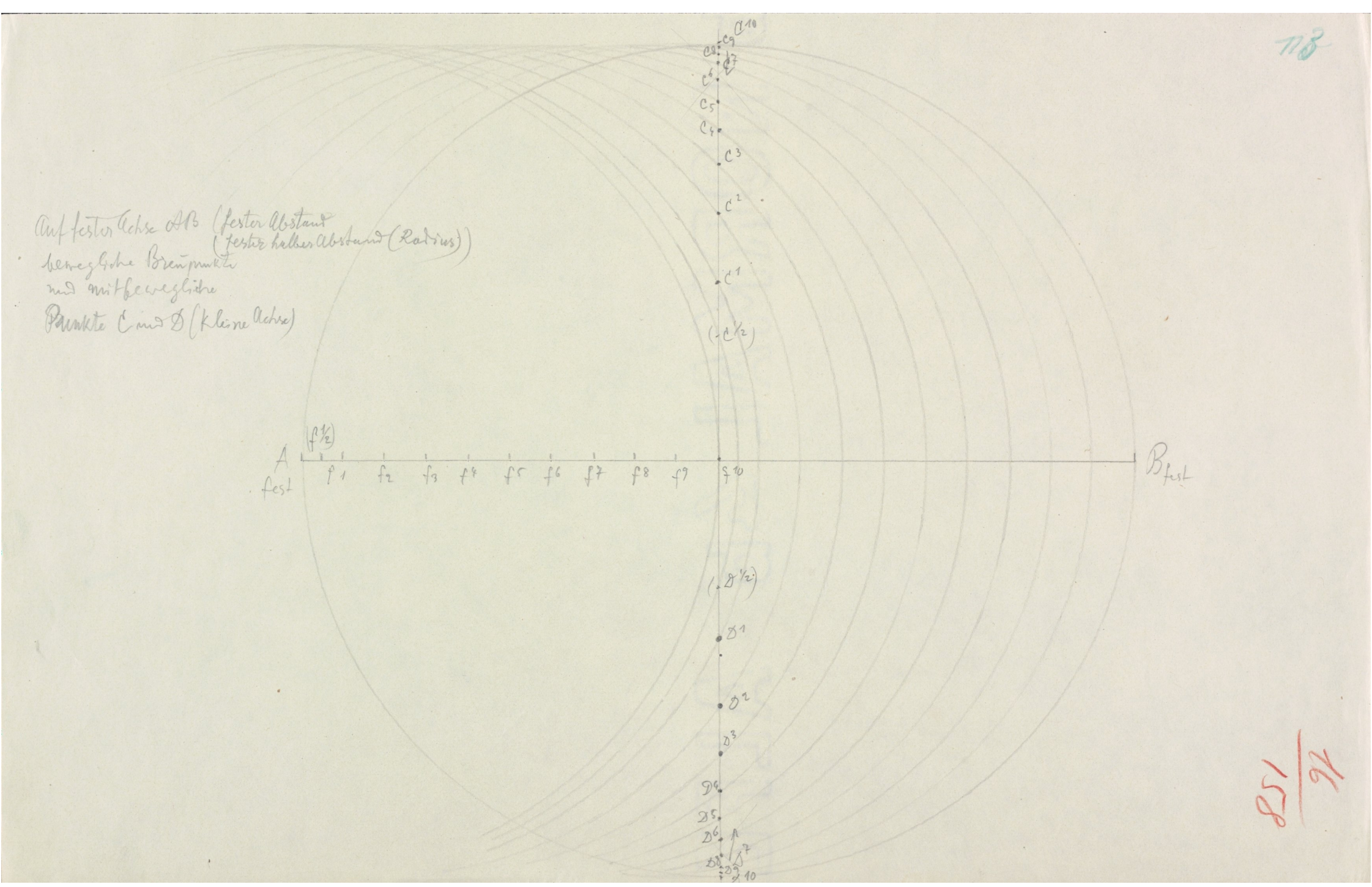


Brennpunktbewegungen
auf der Achse AB und
Folgen für die Nebenachse

112

fest f (beweglich) beweglich fest

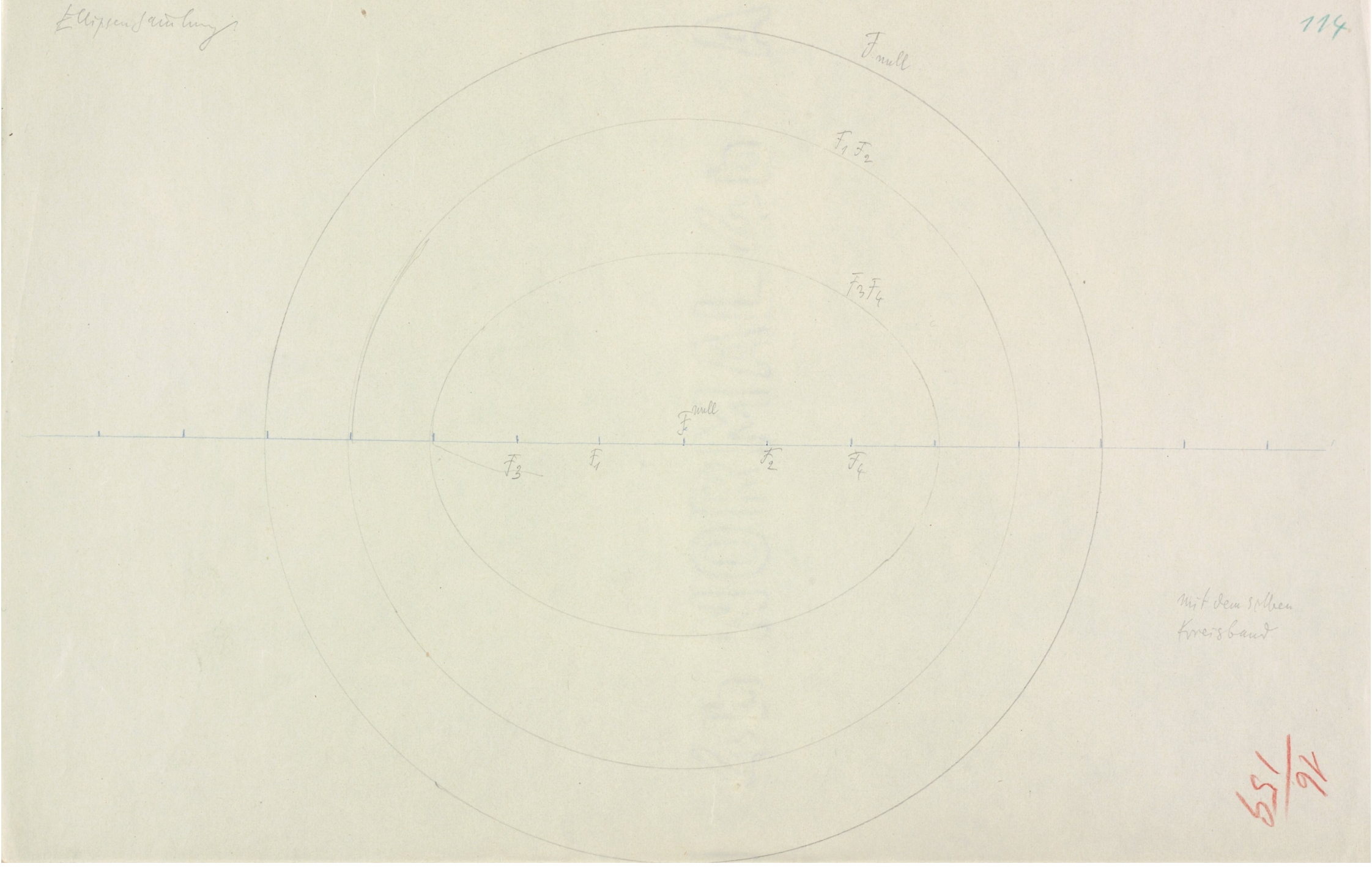
beweglich



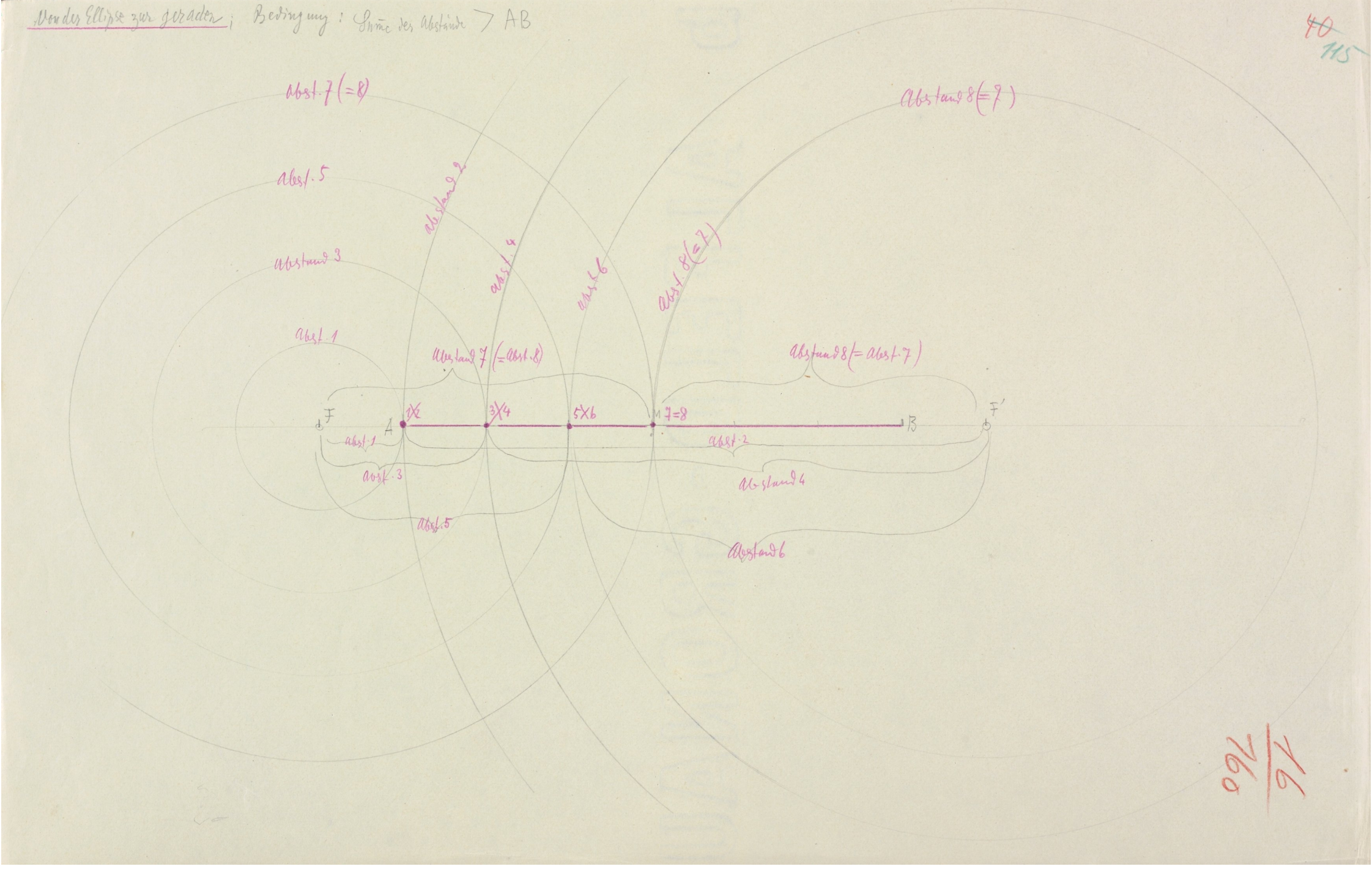
Auf fester Achse AB (fester Abstand
fester halber Abstand (Radius))
bewegliche Brennpunkte
und mit bewegliche
Punkte C und D (kleine Achse)

A
fest

B
fest



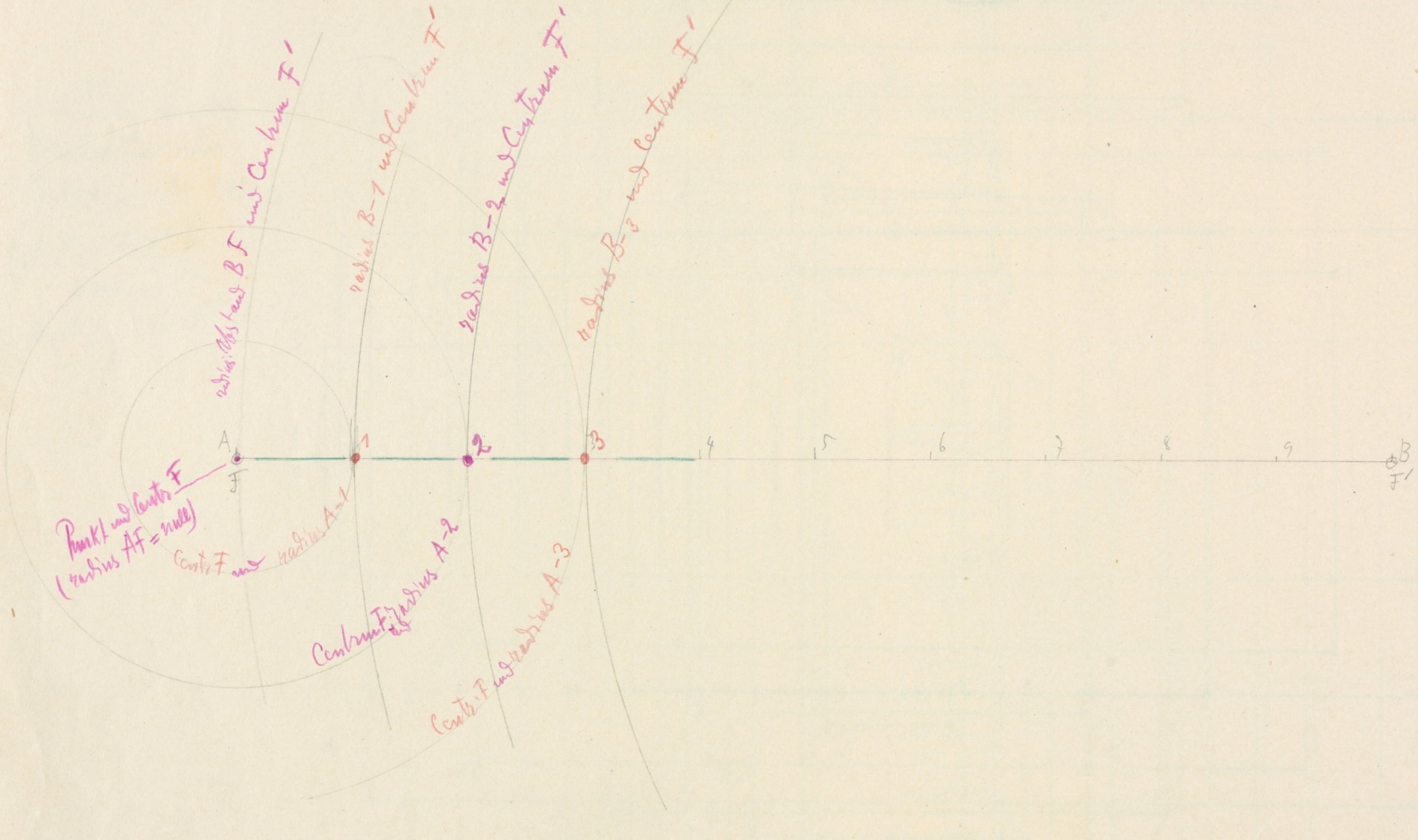
mit demselben
Kreisabstand



Von der Ellipse zur Geraden; Bedingung: Summe der Abstände > AB

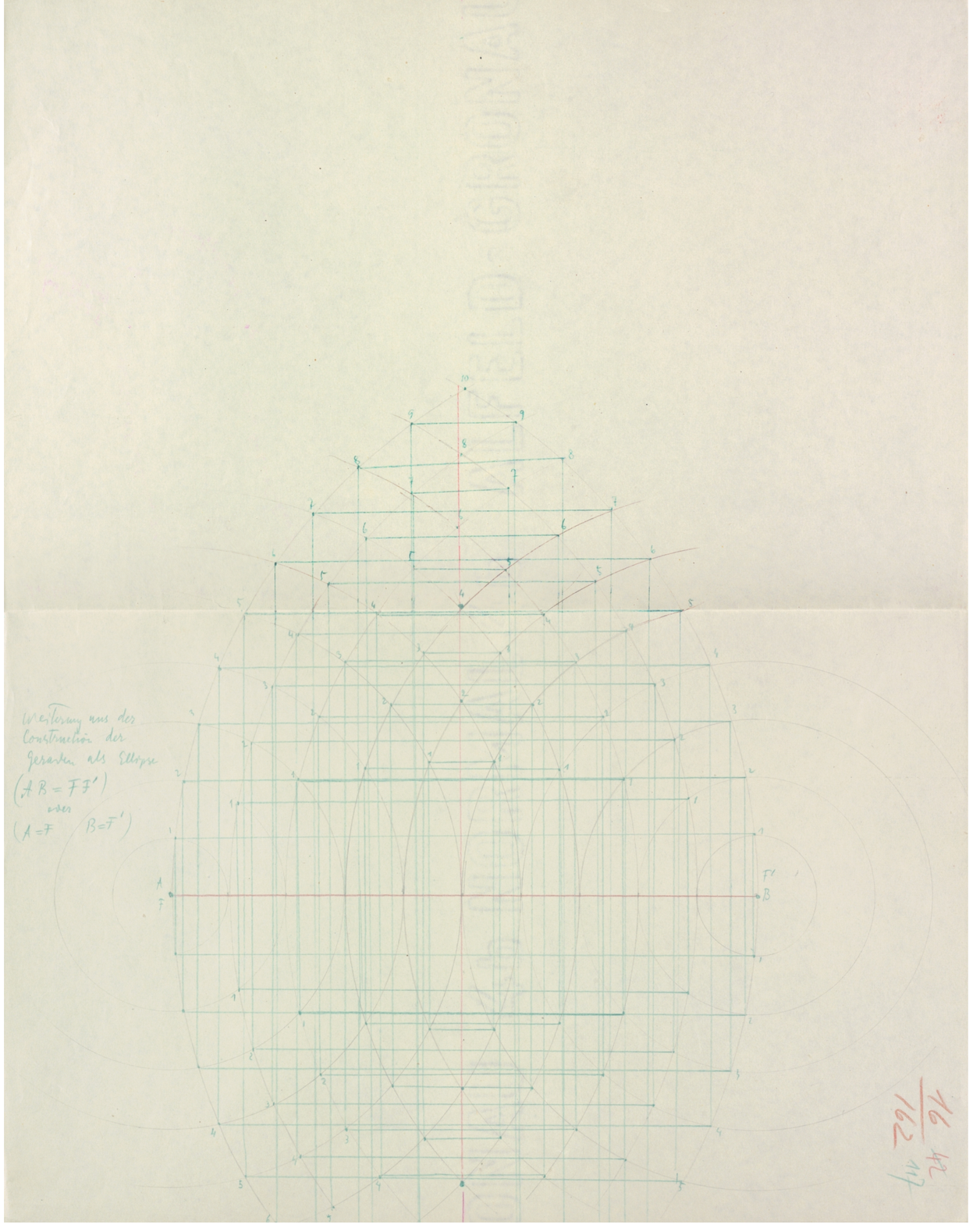
40
115

Die Ellipse geht in die Gerade über, wenn AB = FF′ od. wenn A=F und B=F′

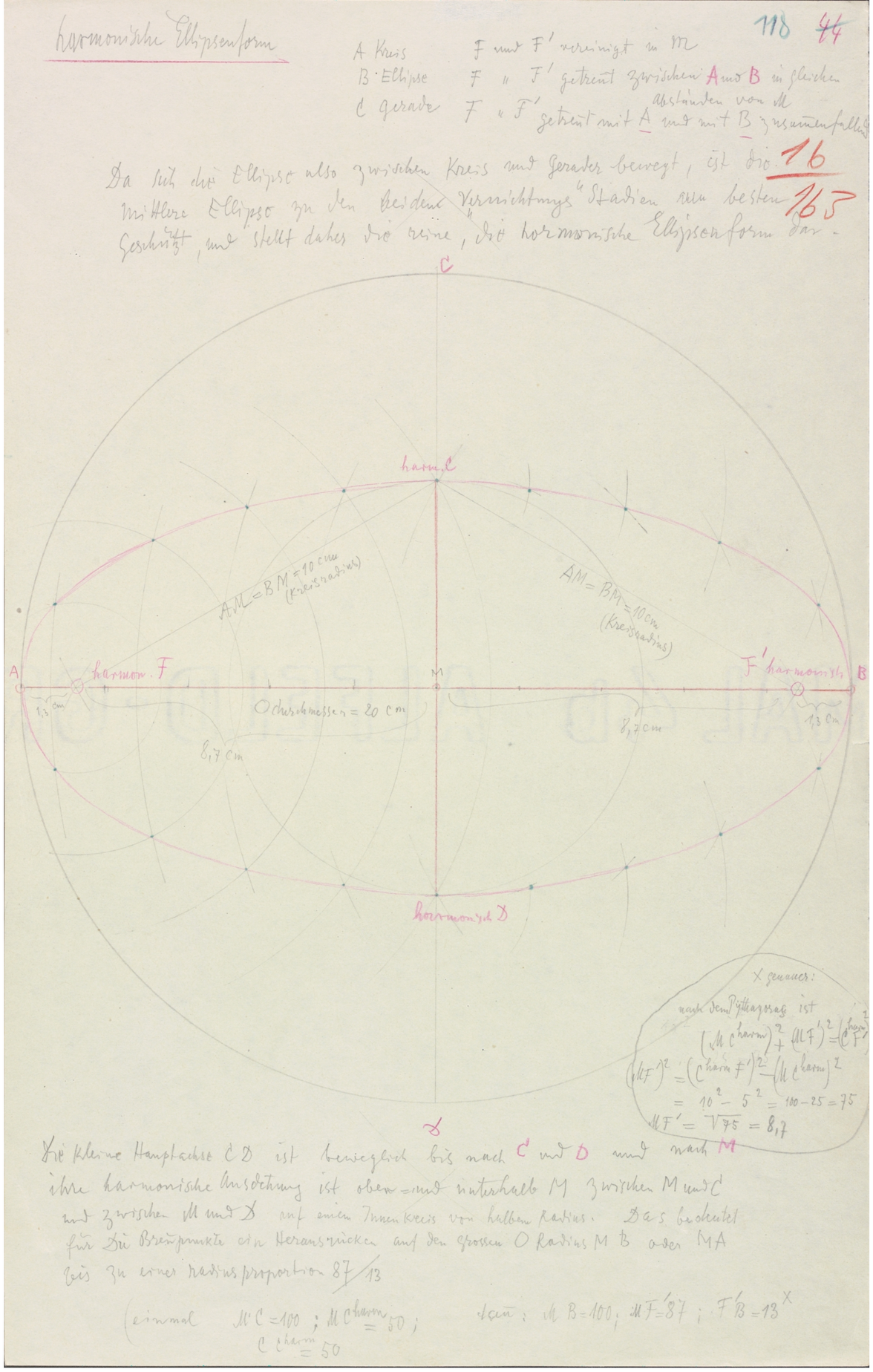


41
116

Paul Klee, II.16 Kegelschnitte, BG II.16/173



Weiterung aus der
Construction der
Geraden als Ellipse
(AB = FF')
oder
(A=F B=F')



harmonische Ellipsenform

A Kreis F und F' vereinigt in M
B Ellipse F " F' getrennt zwischen A und B in gleichen Abständen von M
C Gerade F " F' getrennt mit A und mit B zusammenfallend

Da sich die Ellipse also zwischen Kreis und Gerader bewegt, ist die mittlere Ellipse zu den beiden „Vernichtungs" Stadien am besten geschützt, und stellt daher die reine, die harmonische Ellipsenform dar.

harm. C

Kreisradius

Kreisradius

harm. F

F' harmonisch

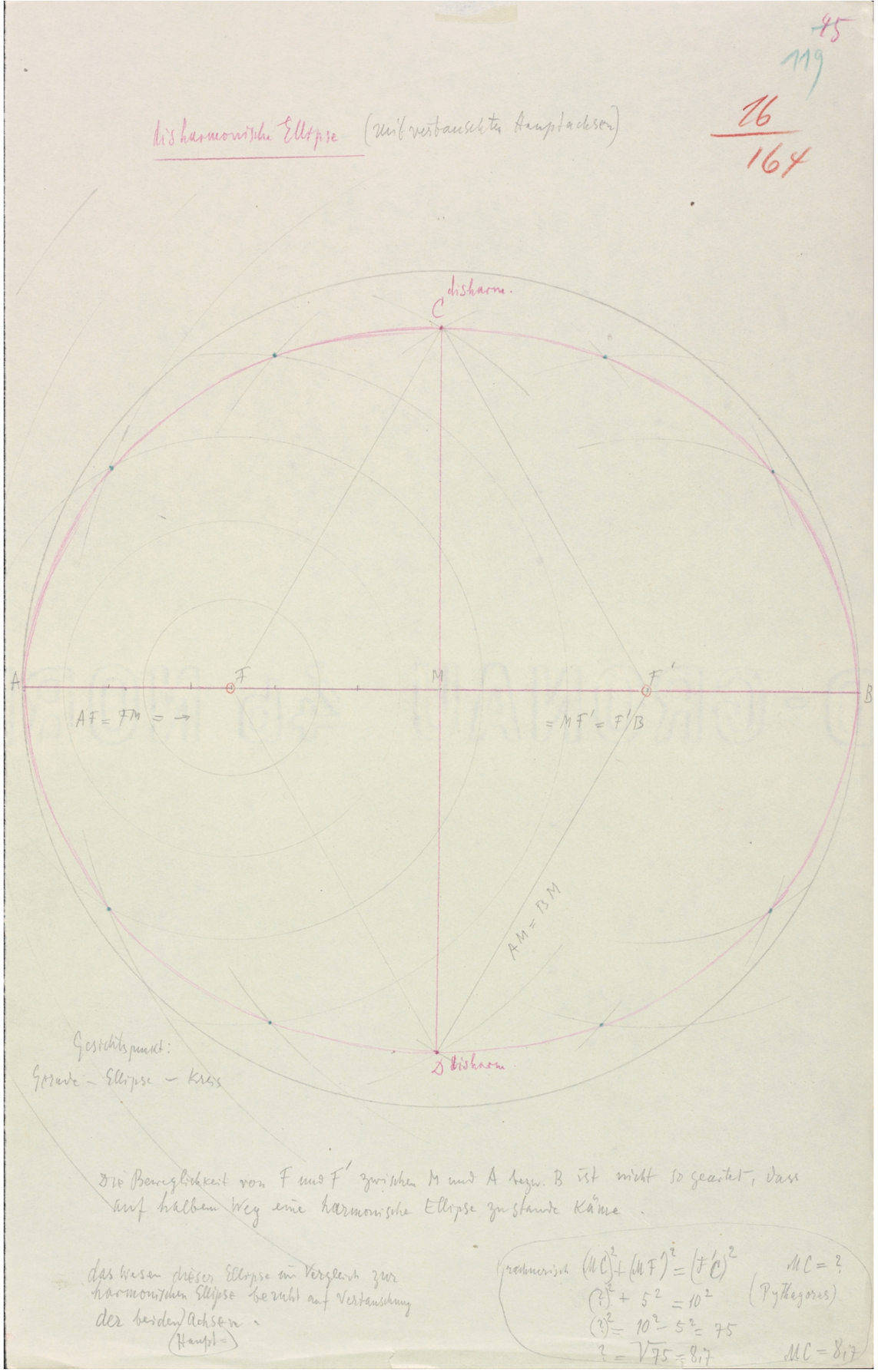
O durchmesser

harmonisch D

x genauer:

nach dem Pythagoras ist

Die kleine Hauptachse CD ist beweglich bis nach C und D und nach M
ihre harmonische Ausdehnung ist oben = und unterhalb M zwischen M und C
und zwischen M und D auf einem Innenkreis von halbem Radius. Das bedeutet
für die Brennpunkte ein Herausrücken auf den grossen O Radius MB oder MA
bis zu einer radiusproportion 87/13



disharmonische Ellipse (mit vertauschten Hauptachsen)

disharm.

Gesichtspunkt:

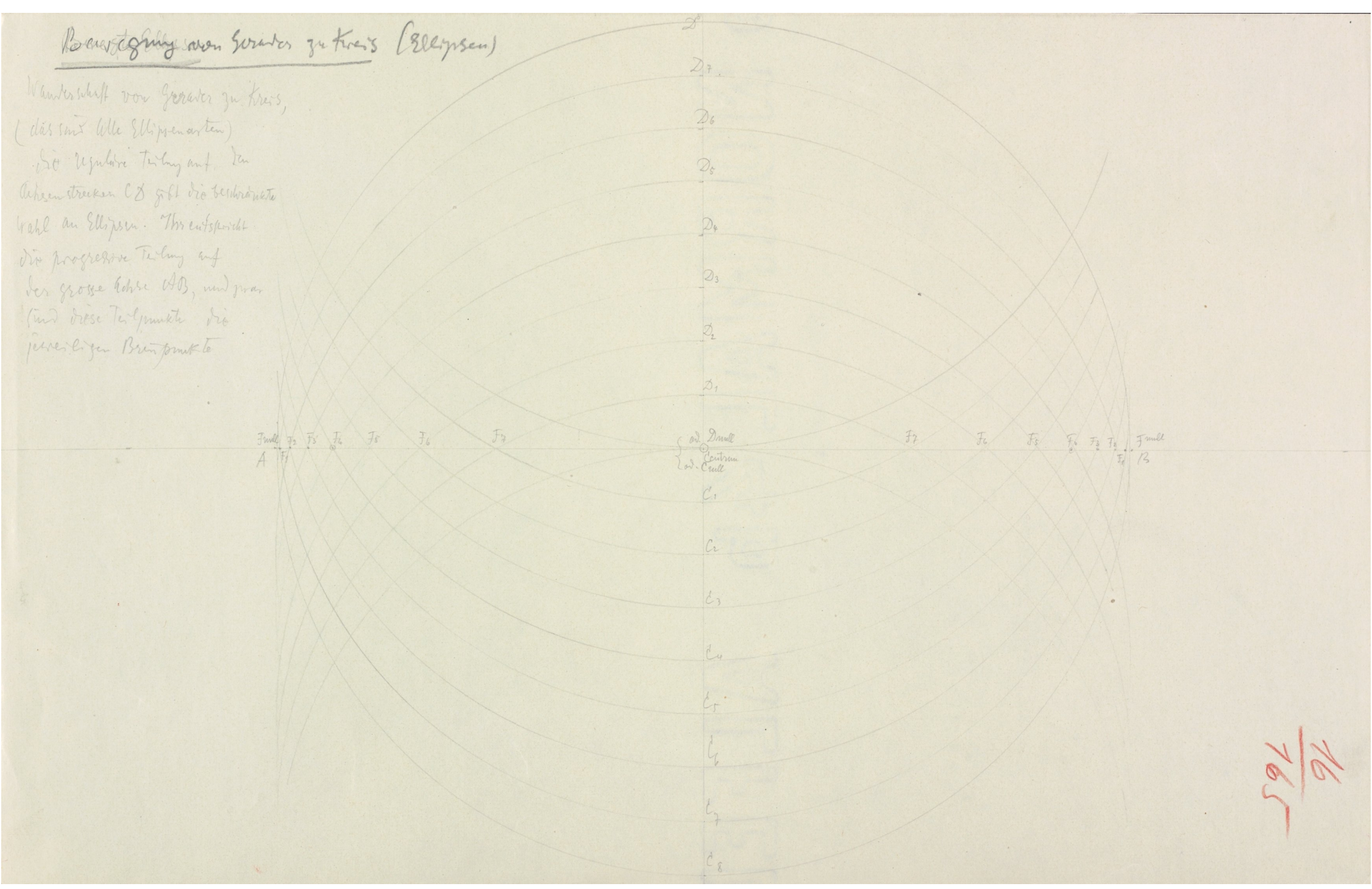
disharm.

Gerade – Ellipse – Kreis

Die Beweglichkeit von F und F' zwischen M und A bezw. B ist nicht so geartet, dass auf halbem Weg eine harmonische Ellipse zustande käme.

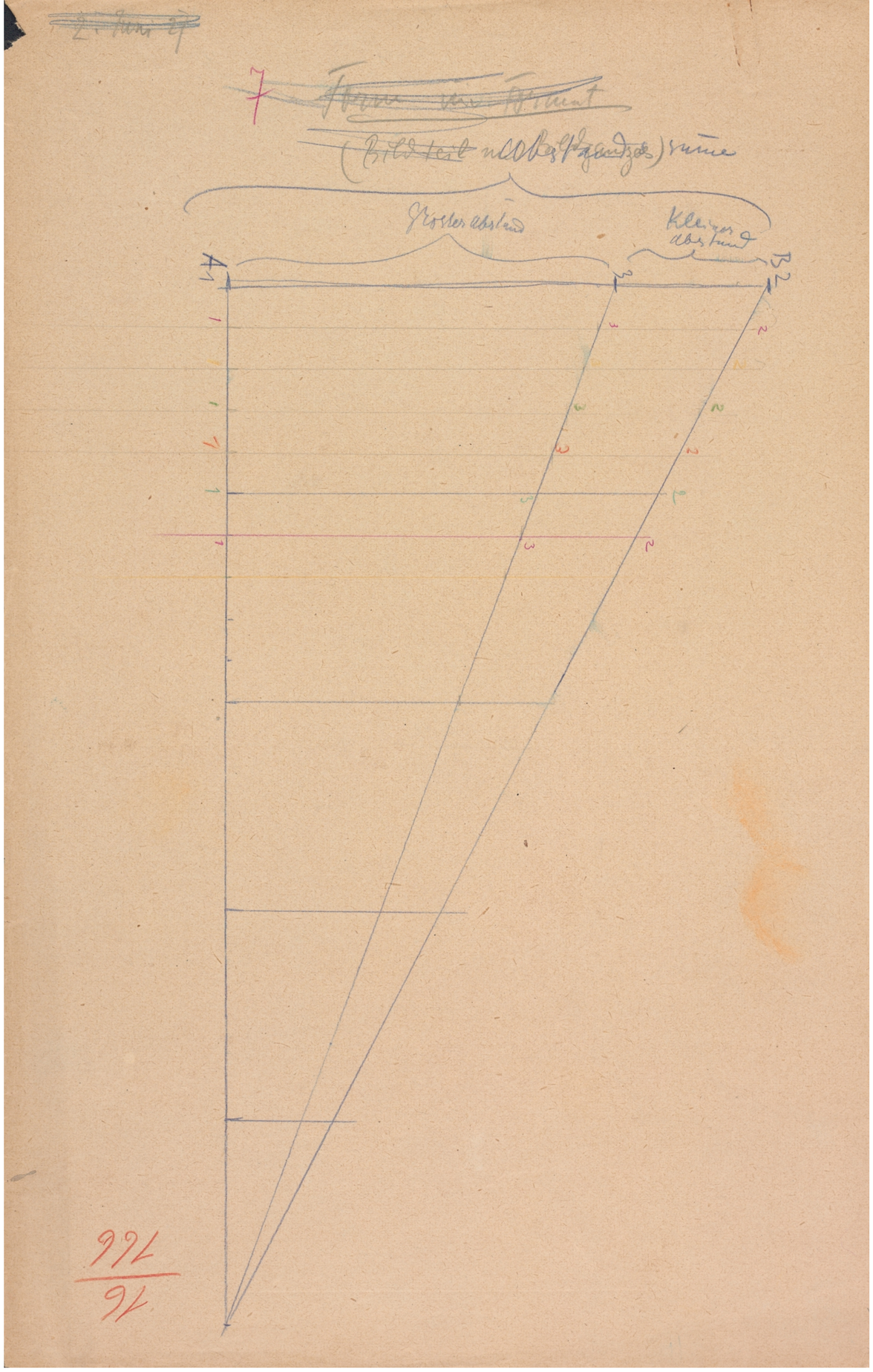
das Wesen dieser Ellipse im Vergleich zur harmonischen Ellipse beruht auf Vertauschung der beiden Hauptachsen[1].

[1] / Haupt= \ Achsen



Bewegung von Gerader zu Kreis (Ellipsen)

Wanderschaft von Gerader zu Kreis,
(das sind alle Ellipsenarten)
die reguläre Teilung auf den
Achsenstrecken CD gibt die beschränkte
Wahl an Ellipsen. Ihr entspricht
die progressive Teilung auf
der grosse Achse AB, und zwar
sind diese Teilpunkte die
jeweiligen Brennpunkte



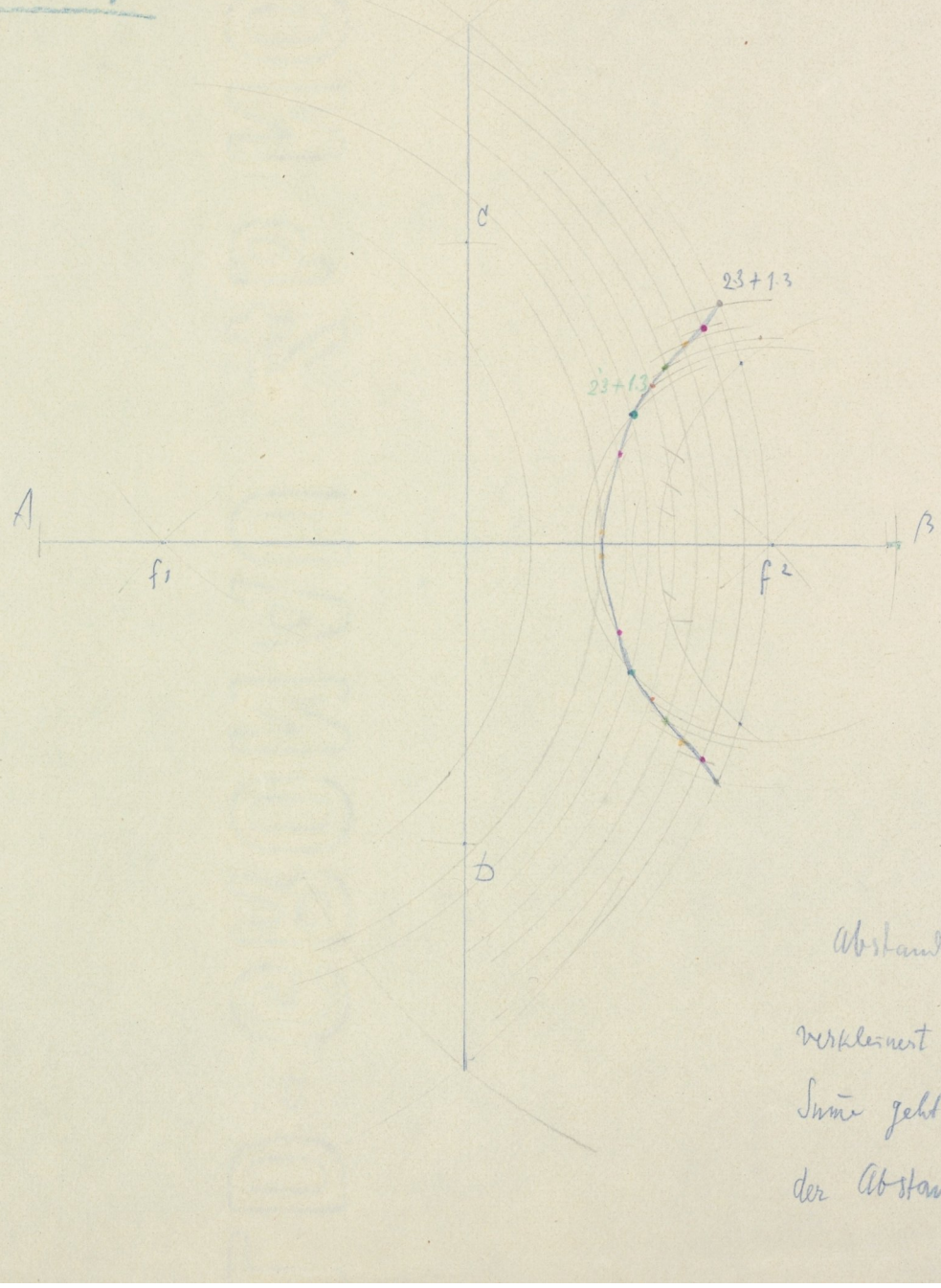
Abstands[1] summe

grosser Abstand

Kleiner Abstand

[1] ~~2. Juni 27~~ // ~~7 Form im Format~~ // ~~(Bildteil und Bildganzes)~~ // Abstand

Innencurven der Ellipse



gegeben AB

gewählt CD und damit
zwangsläufig f_1 f_2

Abstandssumme, für ein Componenten- Paar festges*unleserlich*

verkleinert sich und mit der Verkleinerung der

Summe geht proportional die Verkleinerung

der Abstandscomponenten (siehe Maasstab)

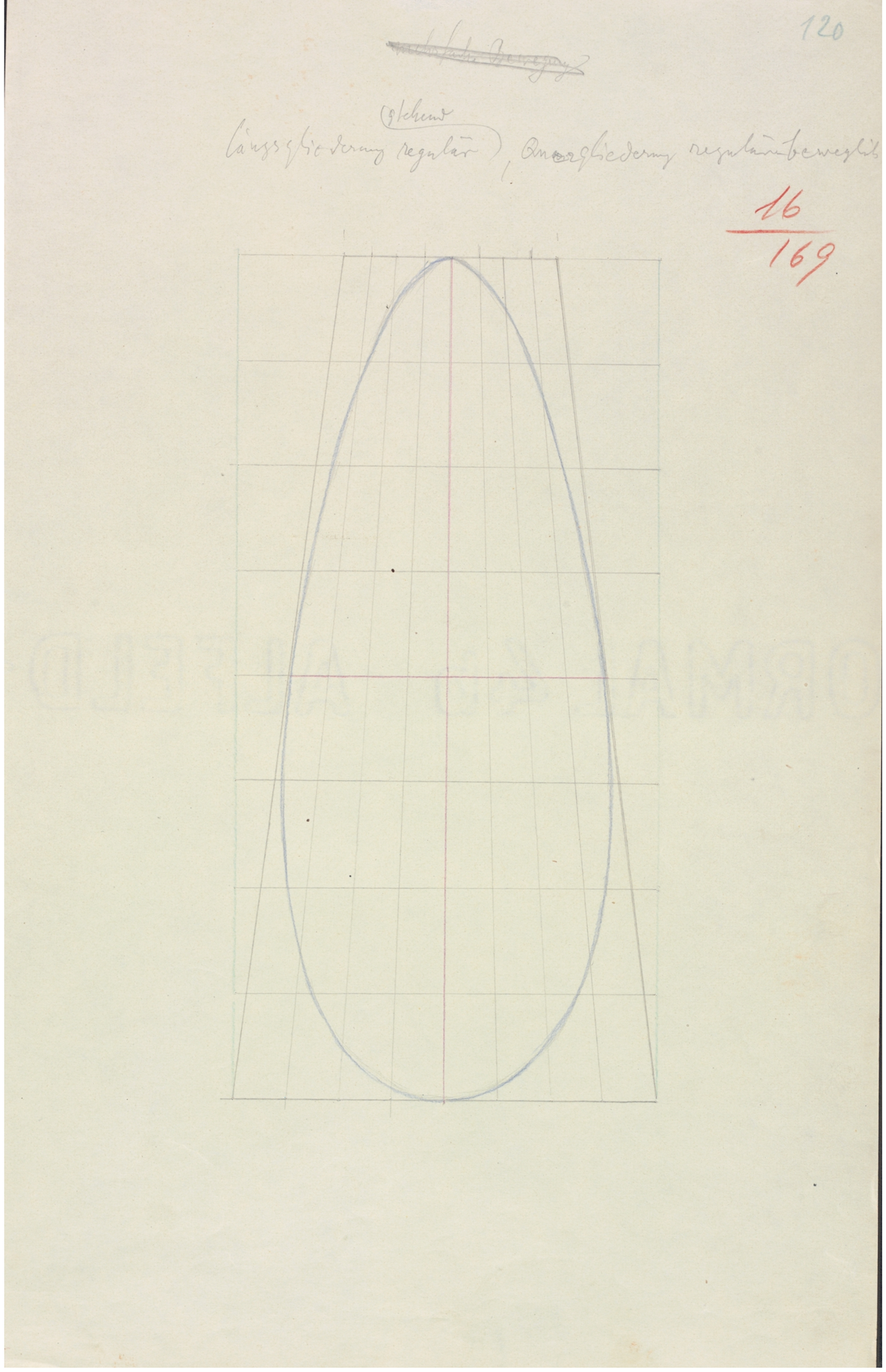
Bewegte Ellipse

120 — 127

16

168

Bewegte Ellipse

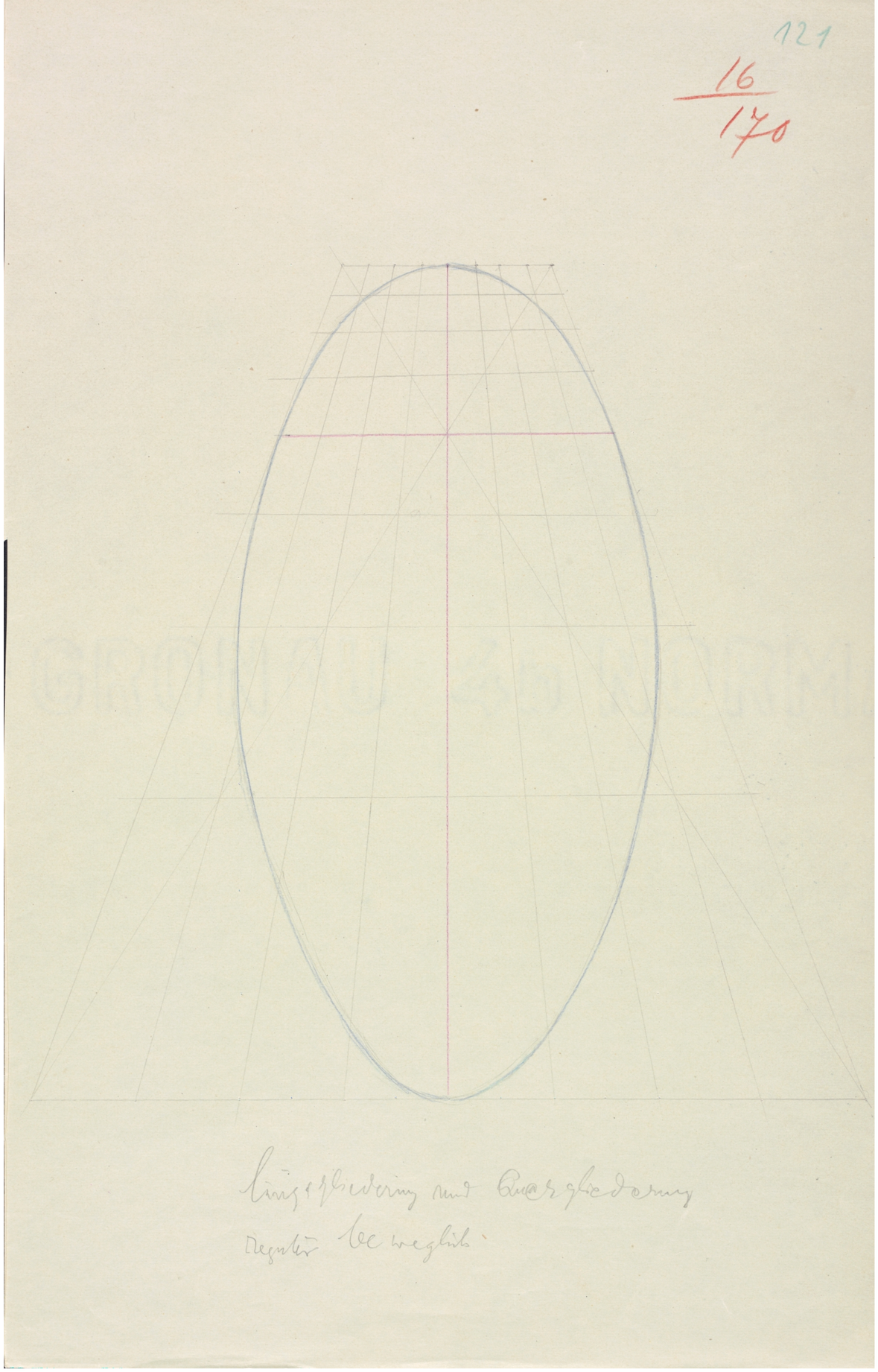


mehrfache Bewegung[1]

Längsgliederung regulär stehend[2], Quergliederung regulär beweglich

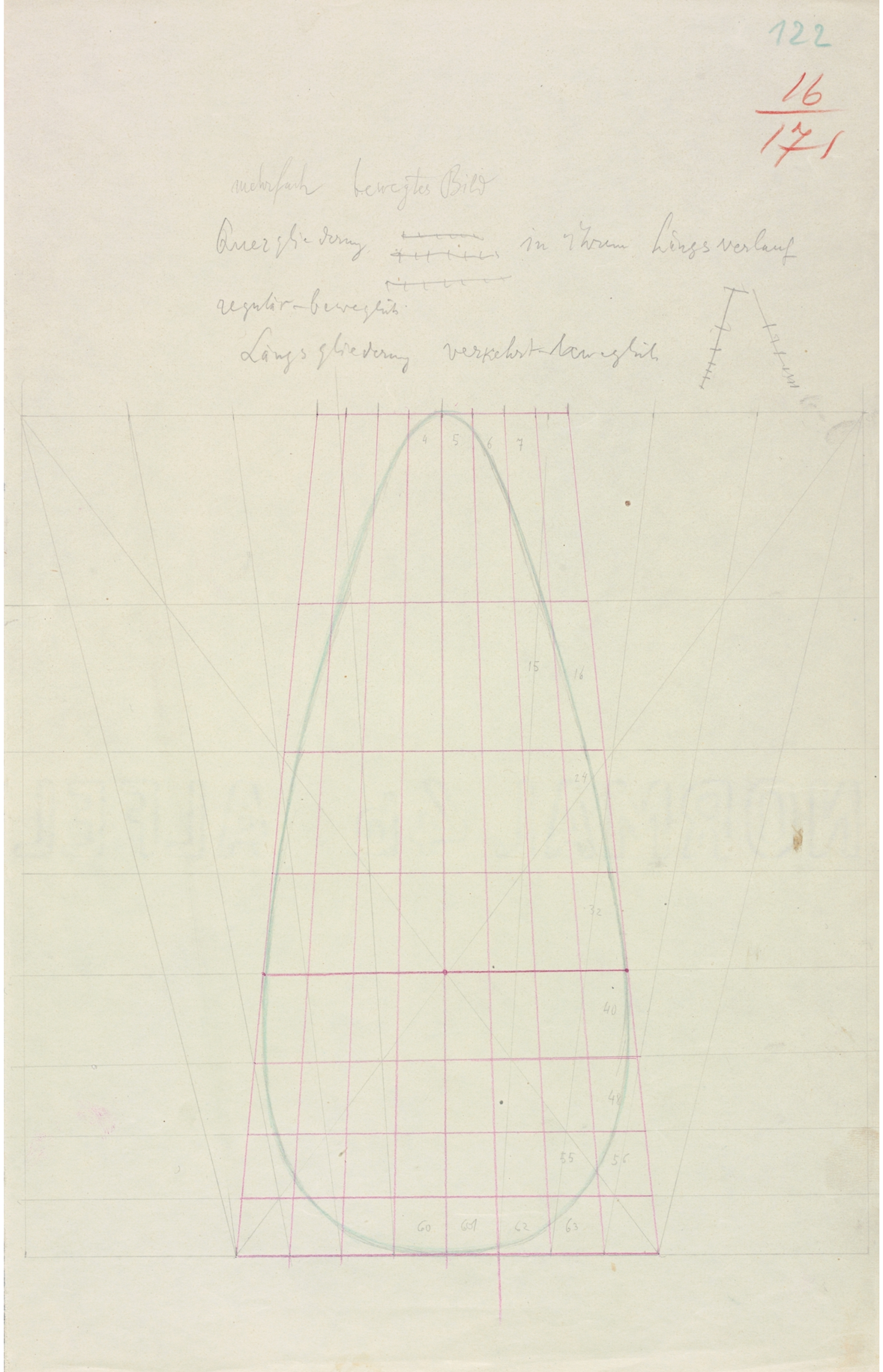
[1] *Text durchgestrichen*

[2] \ stehend /



Längsgliederung und Quergliederung

regulär beweglich

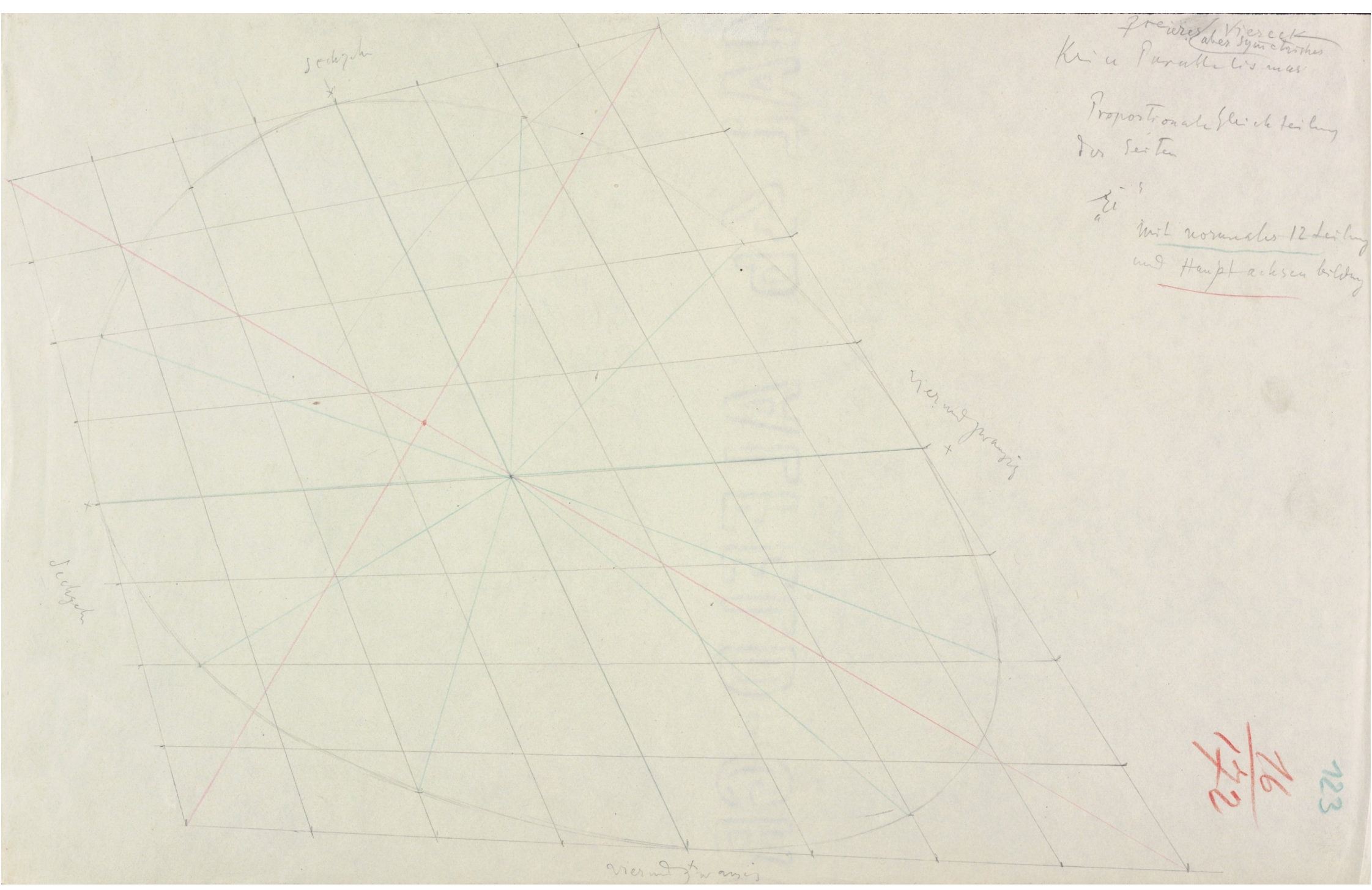


mehrfach bewegtes Bild

Quergliederung in ihrem Längsverlauf

regulär-beweglich

Längsgliederung verkehrt-beweglich



Freieres aber symmetrisches[1] Viereck
Kein Parallelismus

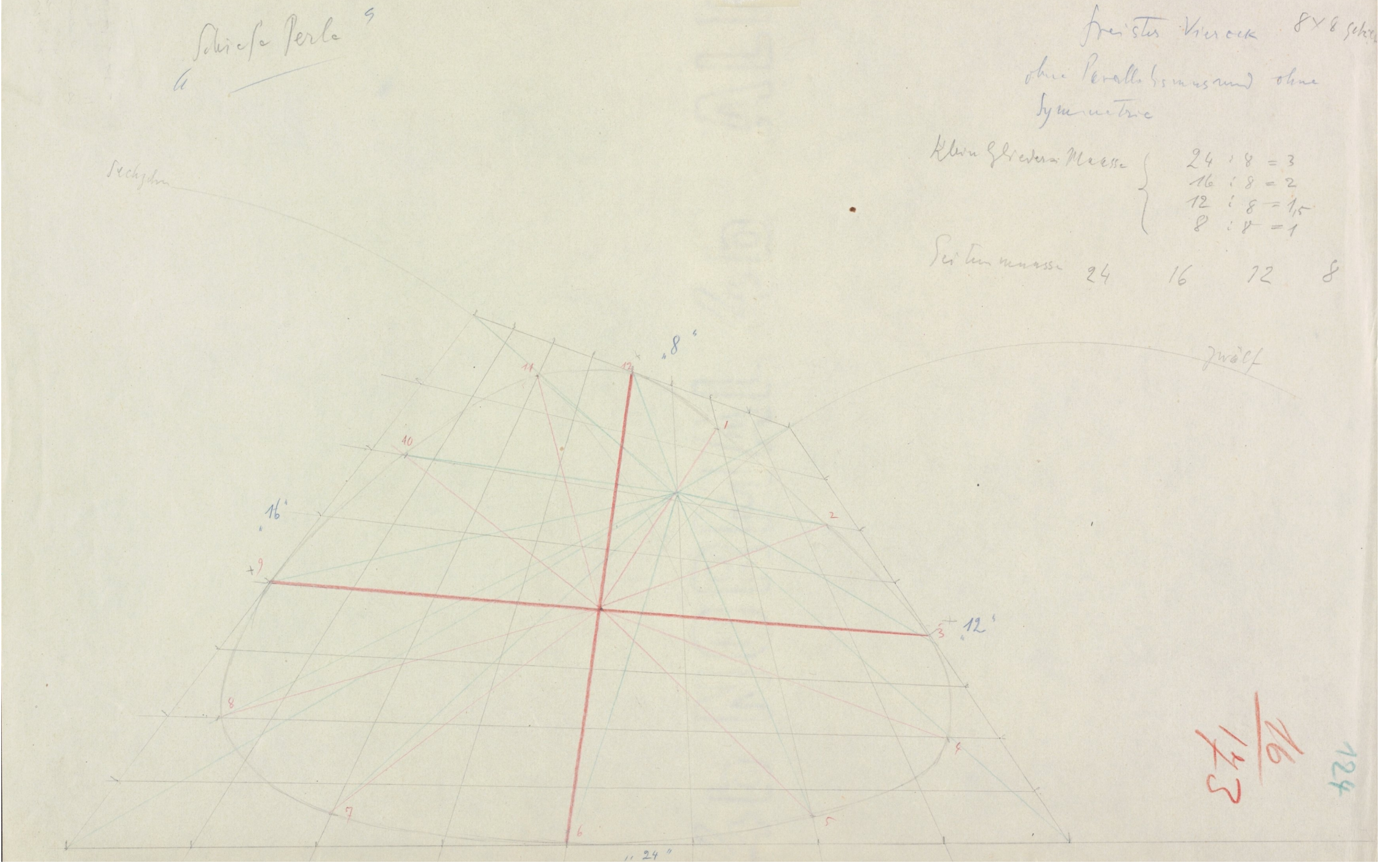
Proportionale Gleichteilung
der Seiten

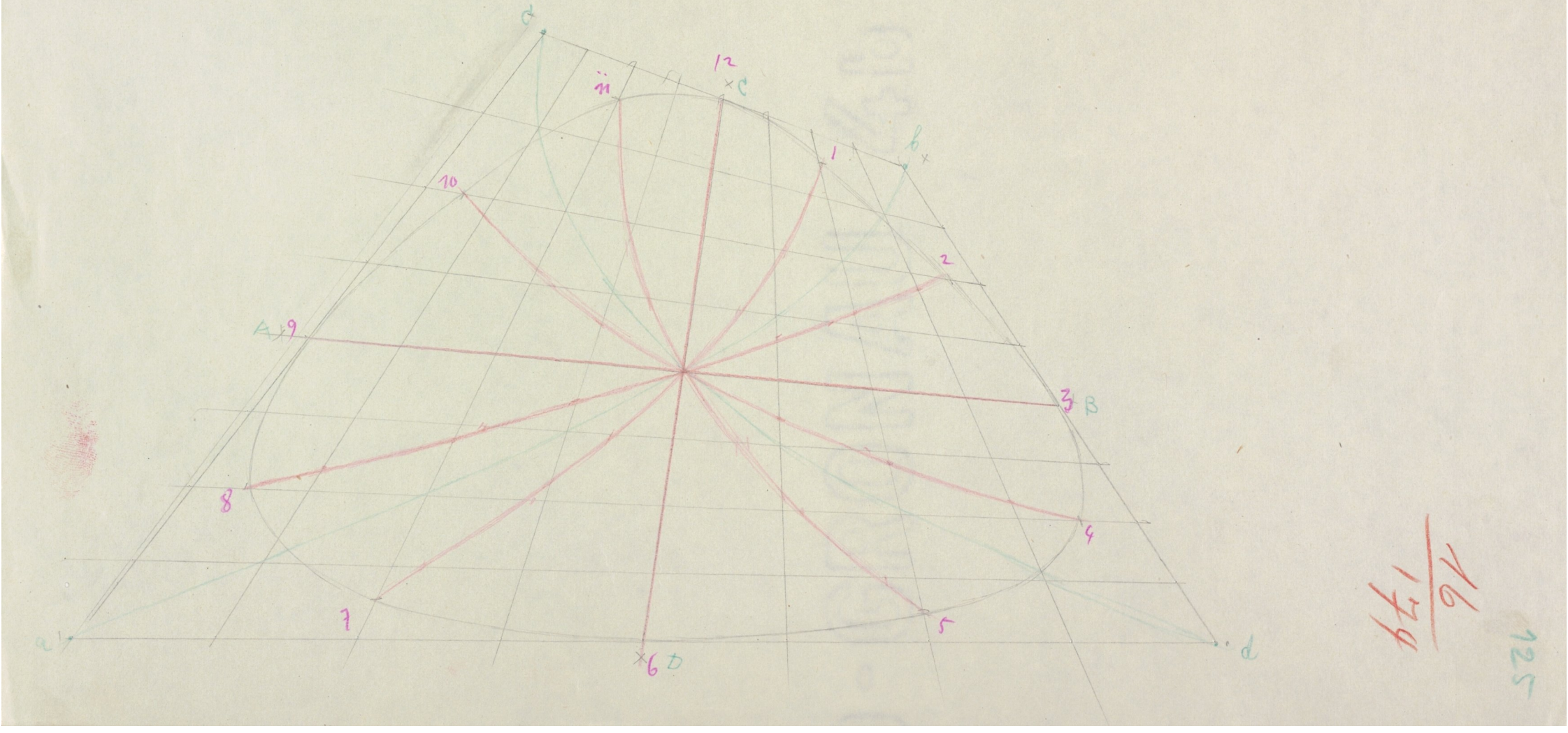
„Ei"

mit normaler 12teilung
und Hauptachsenbildung

123

[1] / aber symmetrisches \


„Schiefe Perle“
freistes Viereck 8 x 8 geteilt
ohne Parallelismus ohne
Symmetrie
sechzehn
Klein Glieder-Maasse
Seitenmaasse
zwölf
„8“
„16“
„12“
„24“
124

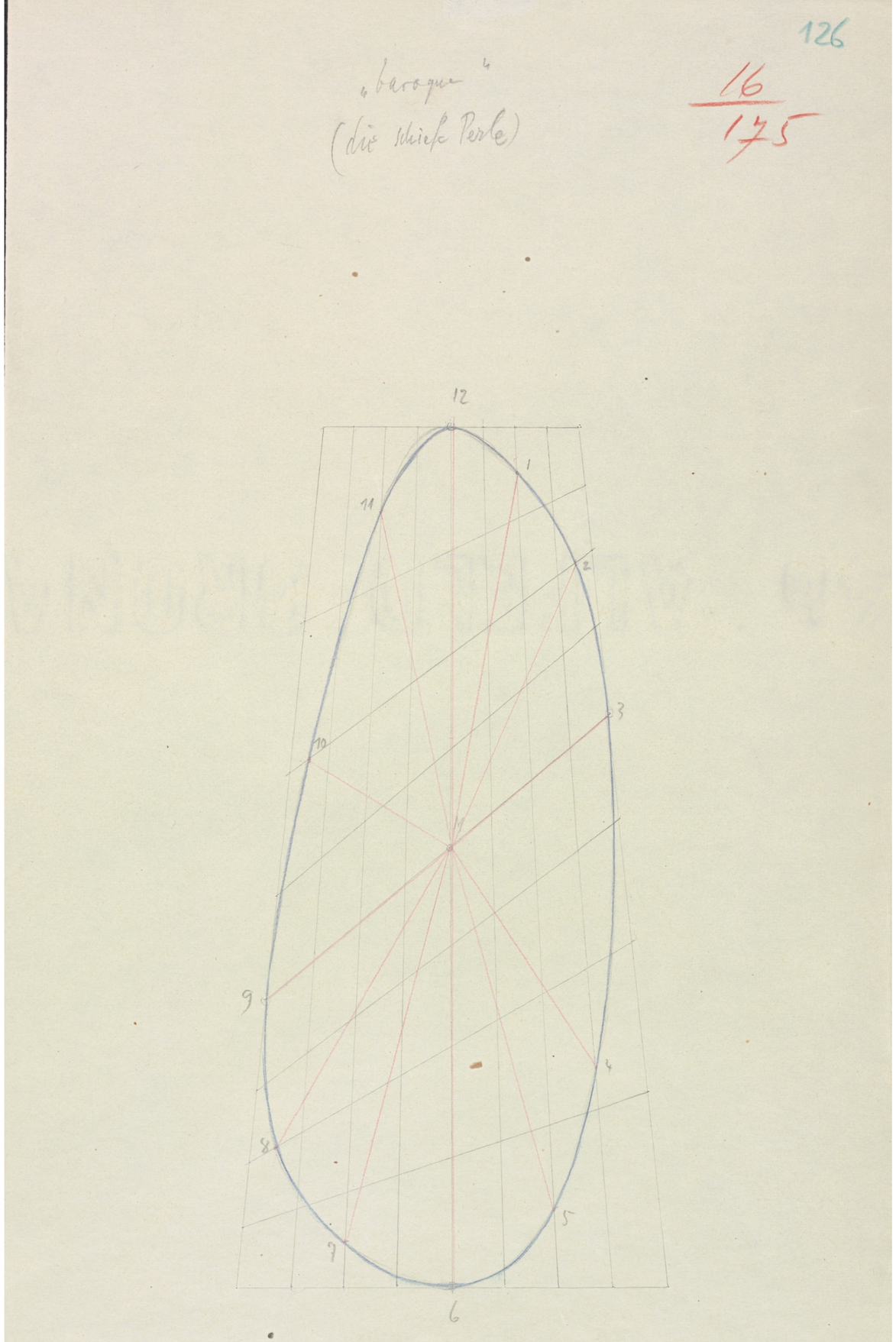


Die schiefe Perle

zwölfgeteilt und mit sensibilisiertem Strahlenbild

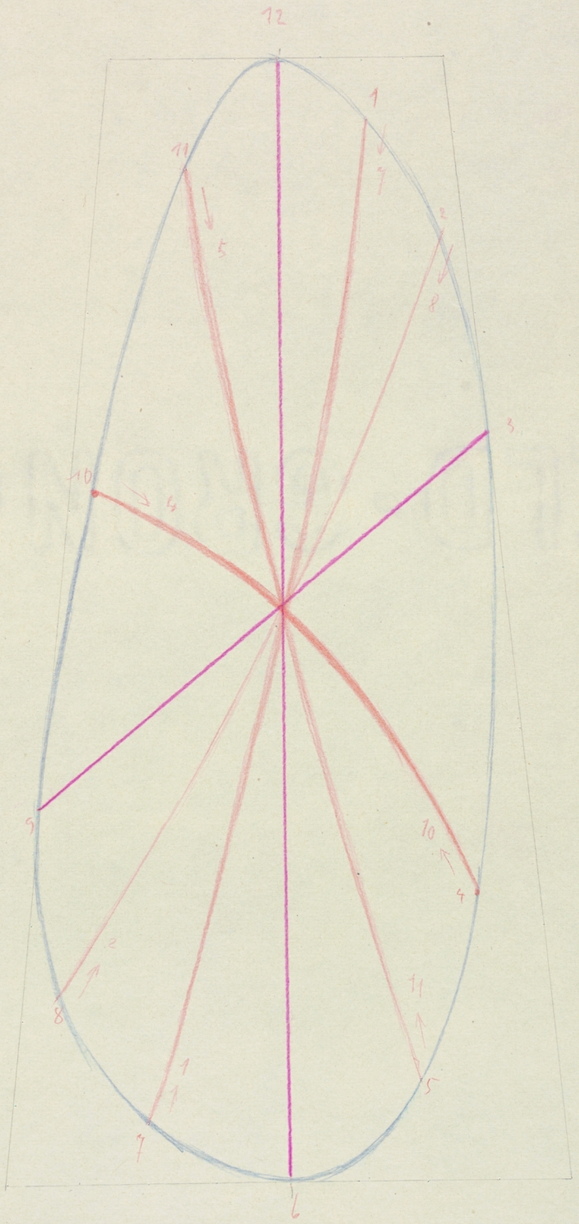
„baroque“

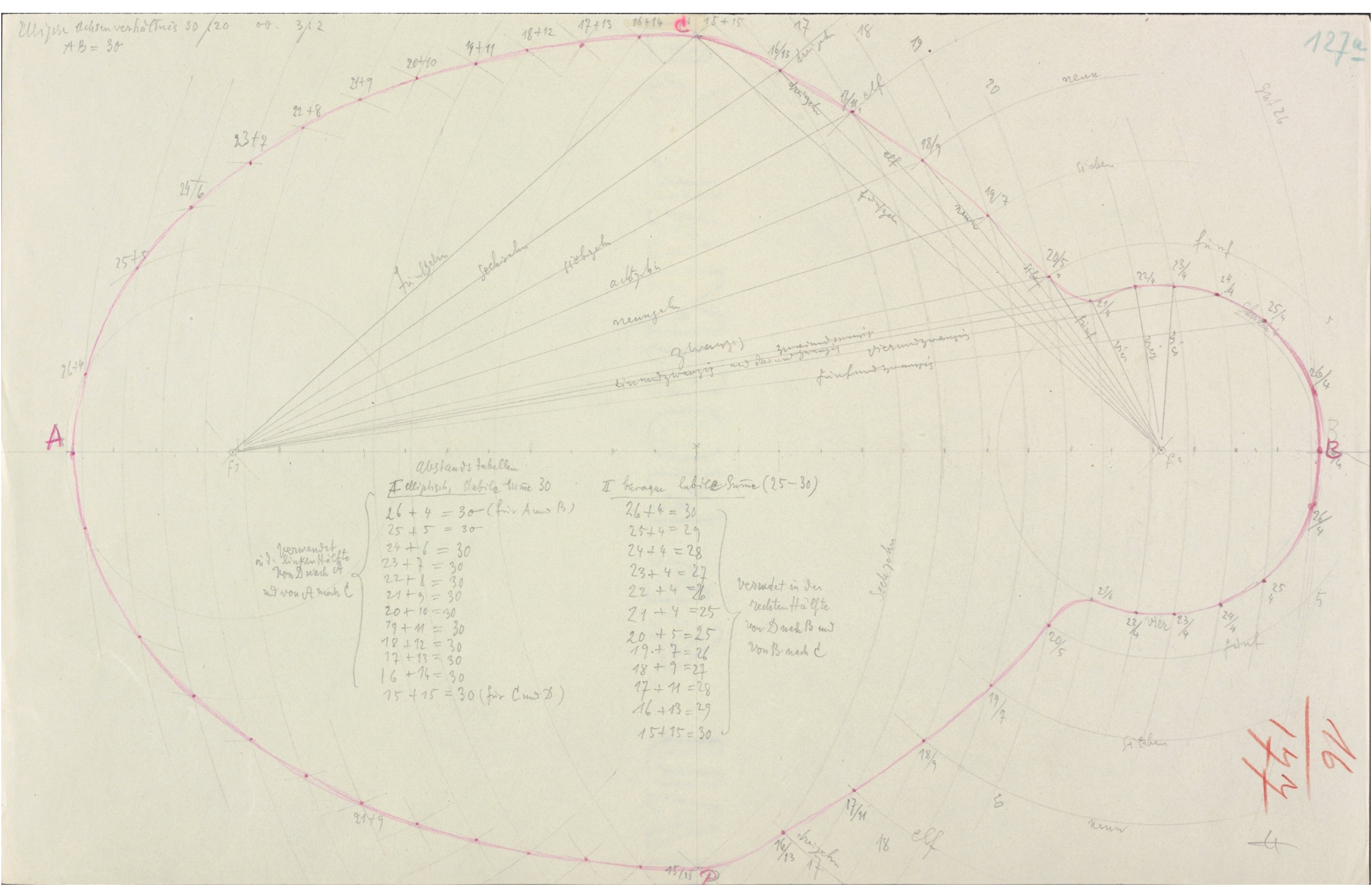
(die schiefe Perle)



127

16
176





Ellipse Achsenverhältnis 30 / 20 od. 3 / 2
AB = 30

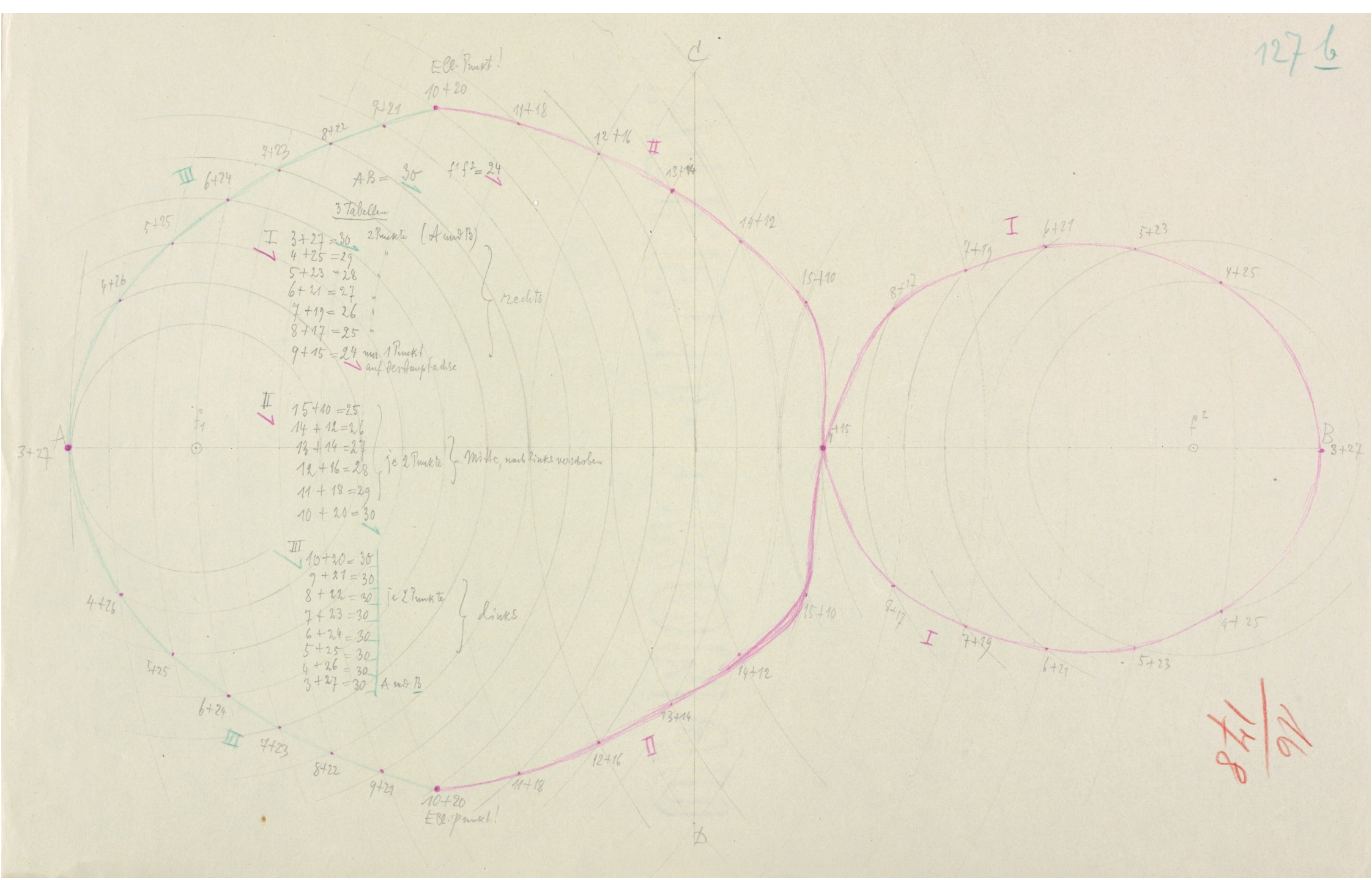
127a

Abstandstabelle

I elliptisch, stabile Summe 30 II baroque labile Summe (25 – 30

verwendet
i.d. linken Hälfte
von D nach A
und von A nach C

verwendet in der
rechten Hälfte
von D nach B und
von B nach C



127b

Ell. Punkt!

3 Tabellen
2 Punkte (A und B)

} rechts

nur 1 Punkt
auf der Hauptachse

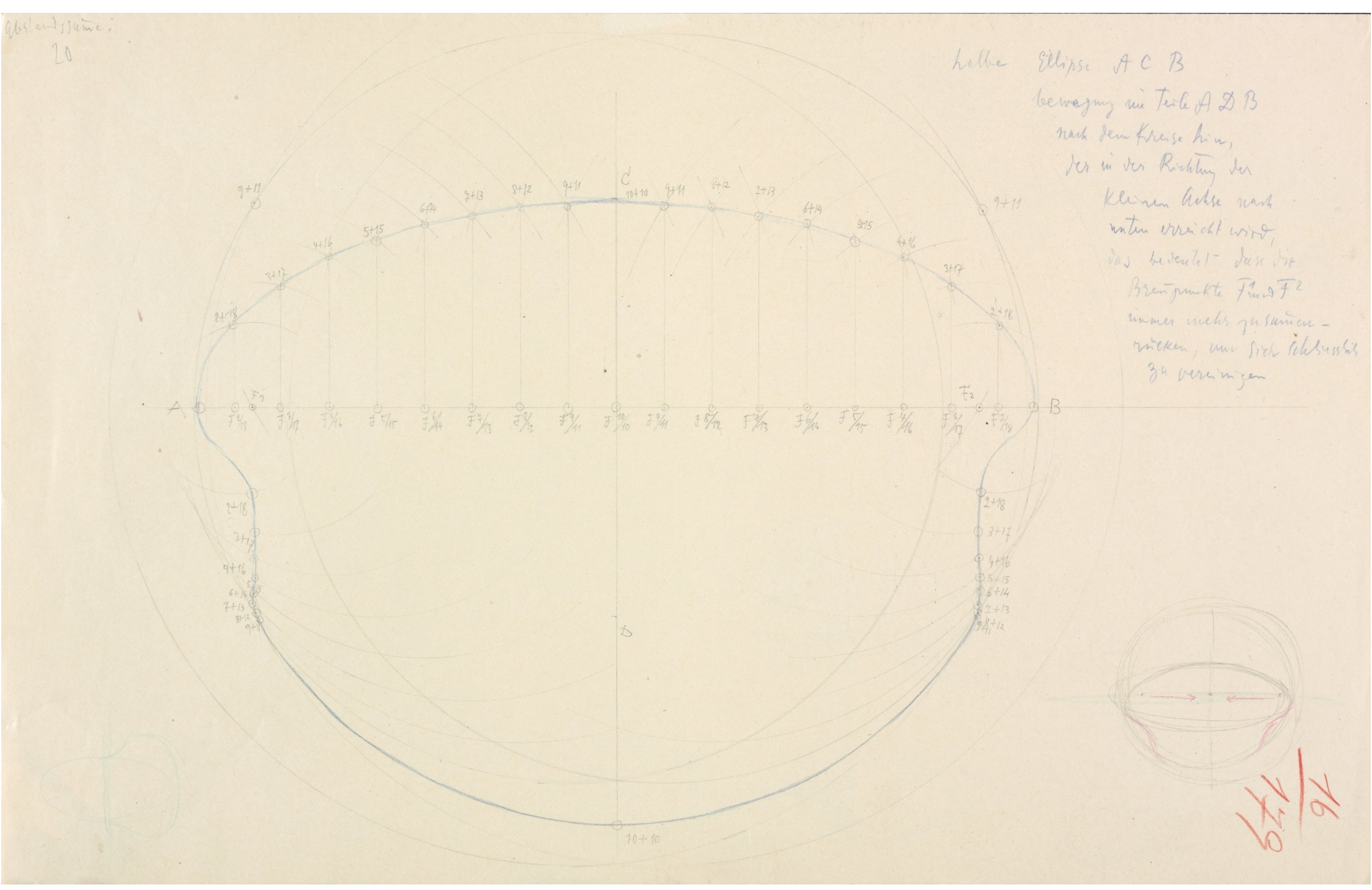
je 2 Punkte } Mitte, nach links verschoben

je 2 Punkte
} links

A und B

Ell. Punkt!

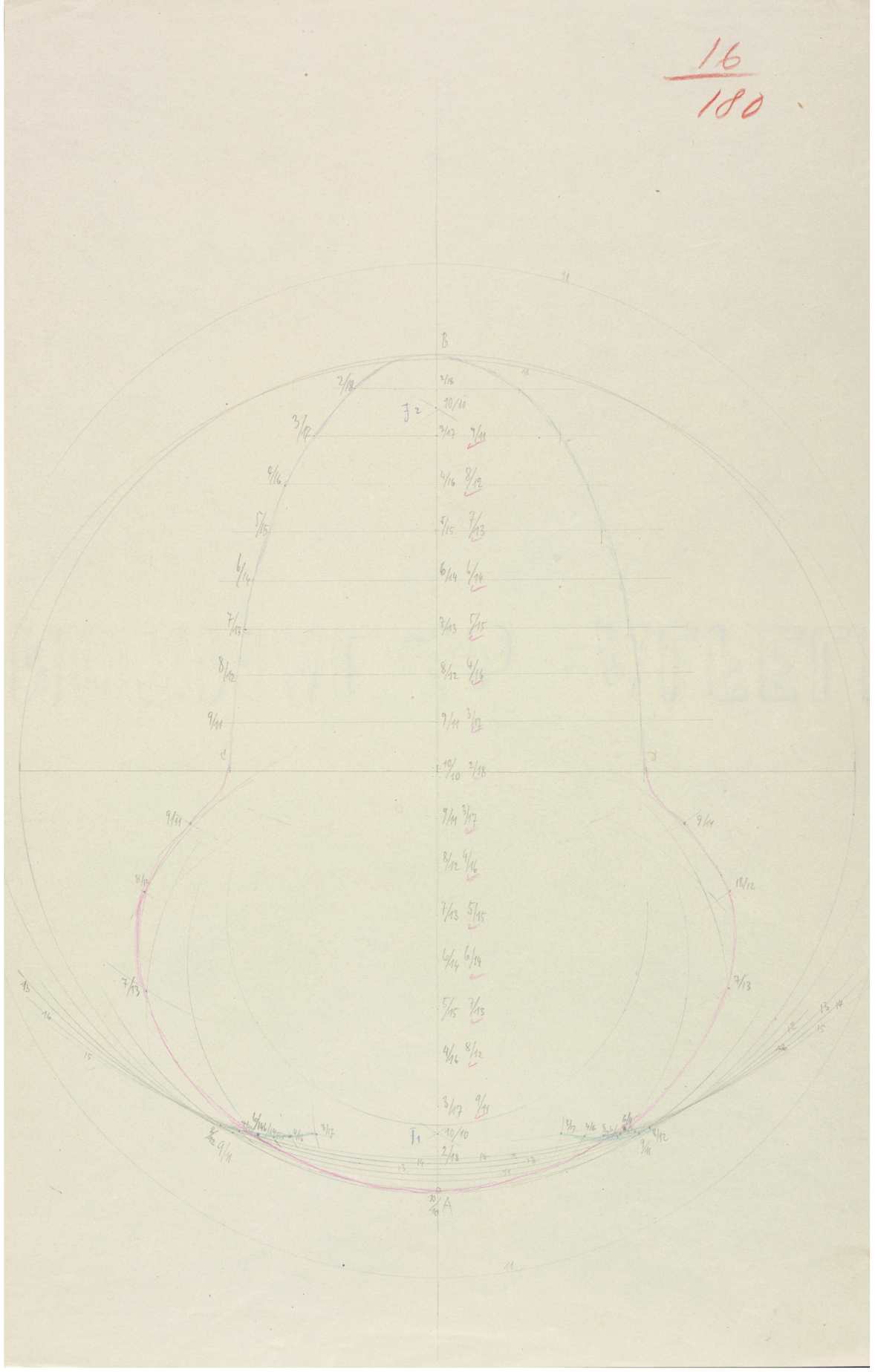
Abstandssumme:
20



Abstandssumme:
20

halbe Ellipse A C B
Bewegung im Teile A D B
nach dem Kreise hin,
der in der Richtung der
kleinen Achse nach
unten erreicht wird,
das bedeutet dass die
Brennpunkte F^1 und F^2
immer mehr zusammen-
rücken, um sich schliesslich
zu vereinigen

16
180


B
A
J2
11
2/18
10/10
3/17
4/16
5/15
6/14
7/13
8/12
9/11
10/10
2/18
3/17
4/16
5/15
6/14
7/13
8/12
9/11
3/17
4/16
5/15
6/14
7/13
8/12
9/11
10/10
2/18
10/10
2/18
9/11
8/12
7/13
13
14
15
12

PW 15
128-
16
181

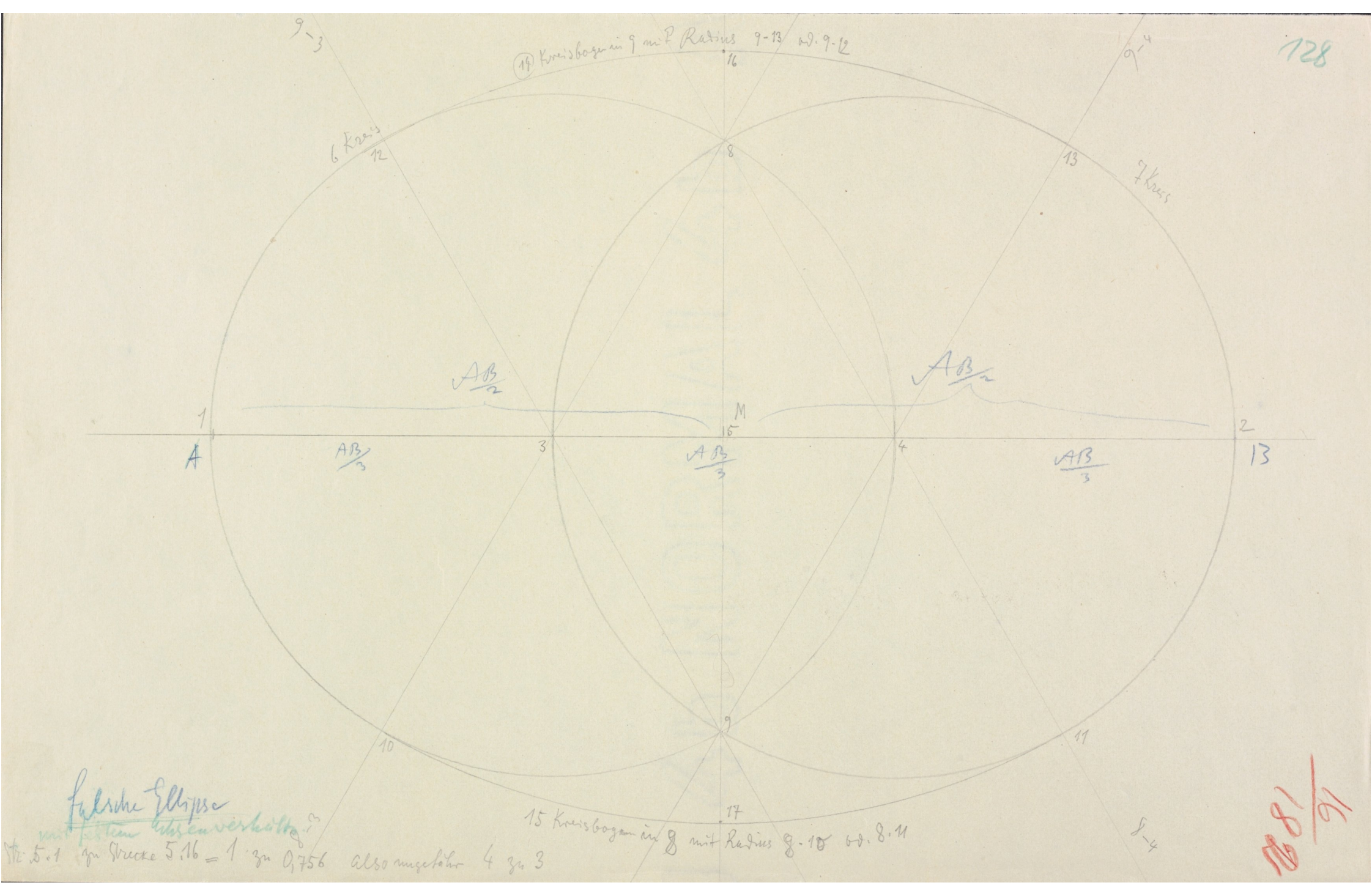
elliptische – Fälschungen

(als Combination von Kreisbogenteilen
von verschiedenem Radius)

elliptische Fälschungen

(als Combination von Kreisbogenteilen

von verschiedenem Radius)



Kreisbogen in g mit P Radius 9 – 13 od. 9-12 128

Kreis

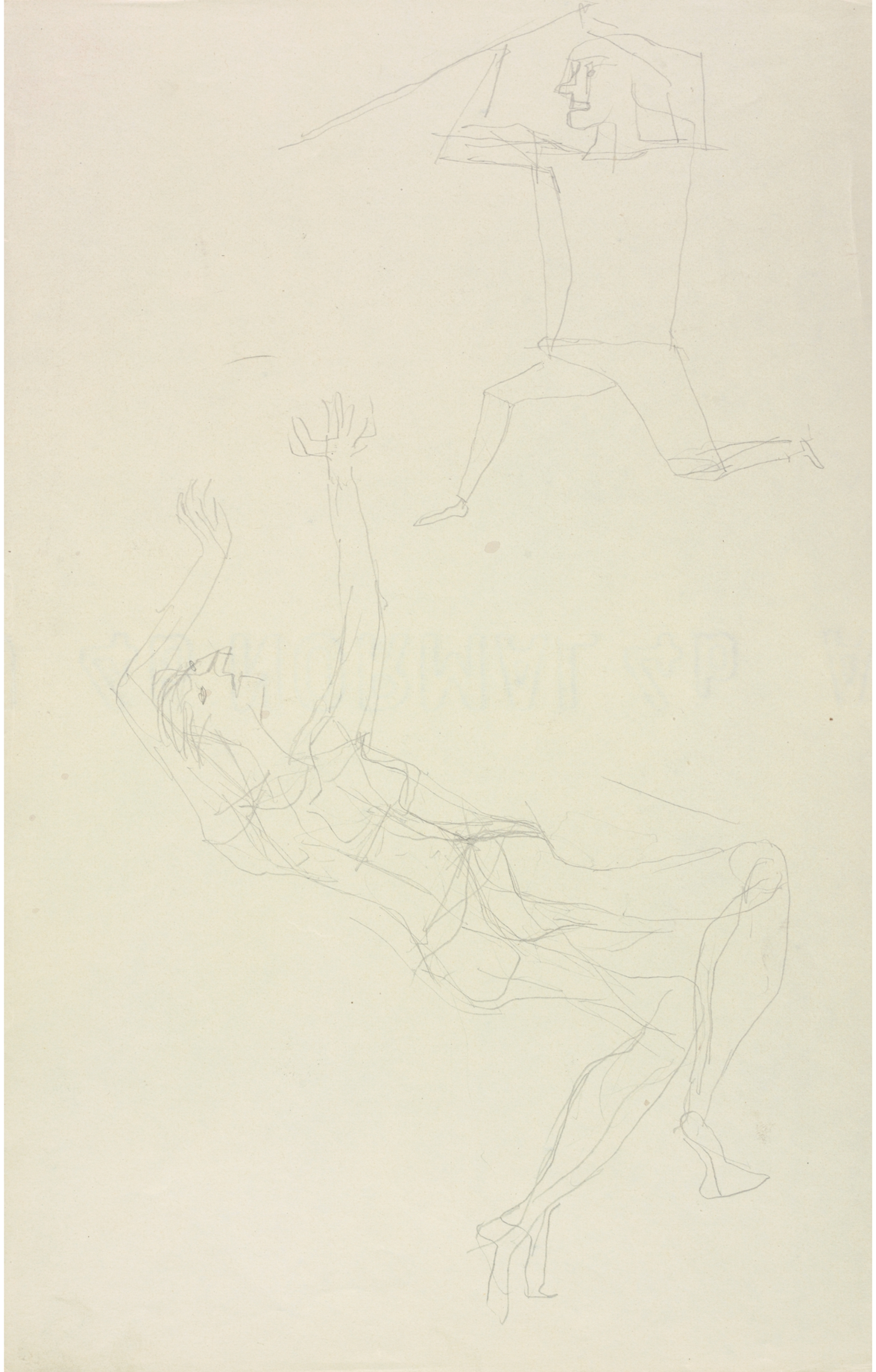
Kreis

falsche Ellipse
mit festem Achsenverhältn.
Str. 5.1 zu 5.16 = 1 zu 0.756 also ungefähr 4 zu 3

Kreisbogen in 8[1] mit Radius 8[2] · 10 od. 8 · 10

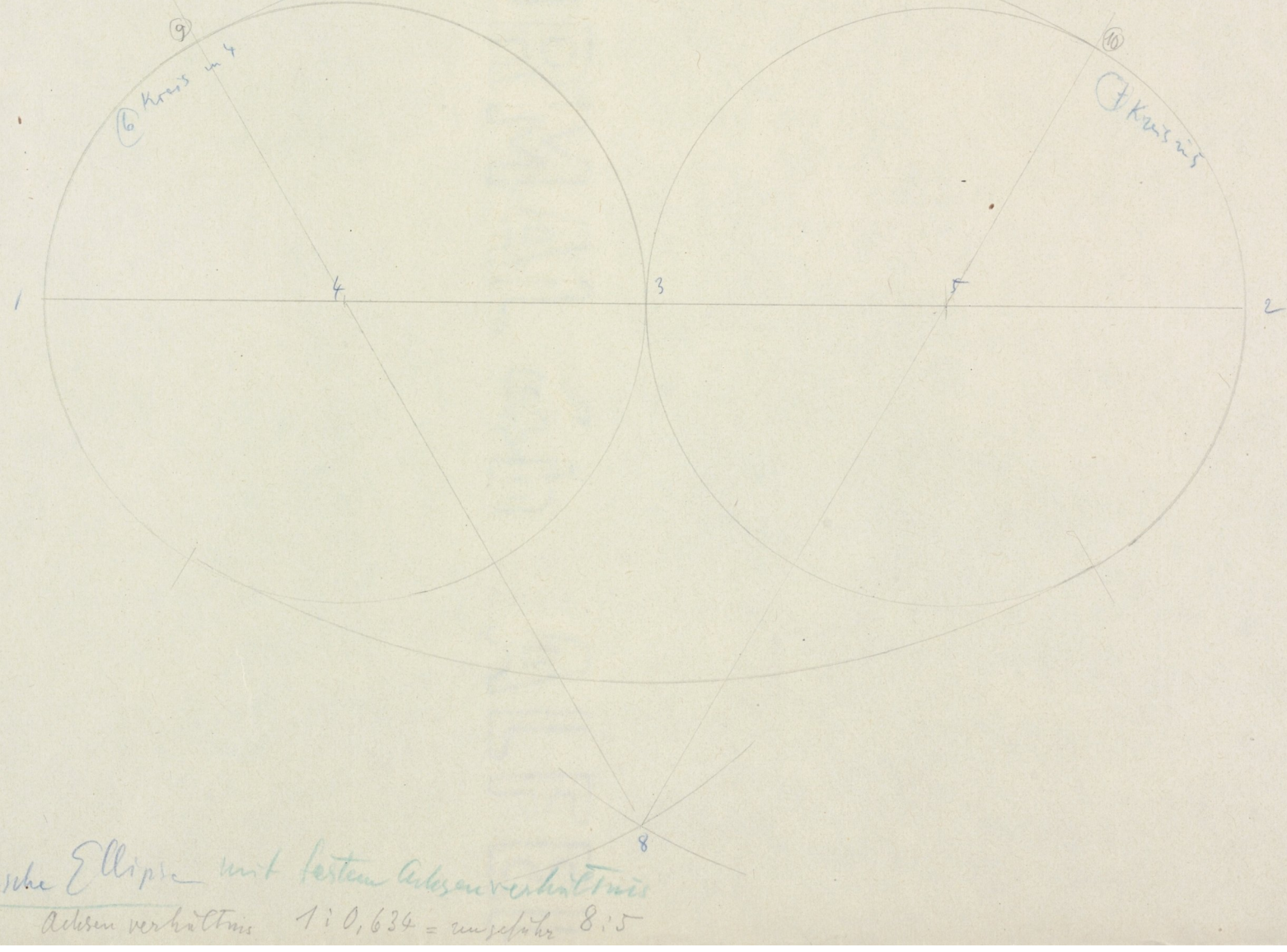
[1] *darunter* 9

[2] *darunter* 9



1 . 4 = 3 . 4 = 3,5 = 5 . 2

4 . 5 = 4 . 8 = 5 . 8



andere falsche Ellipse mit festem Achsenverhältnis
Achsenverhältnis 1 : 0,634 = ungefähr 8 : 5

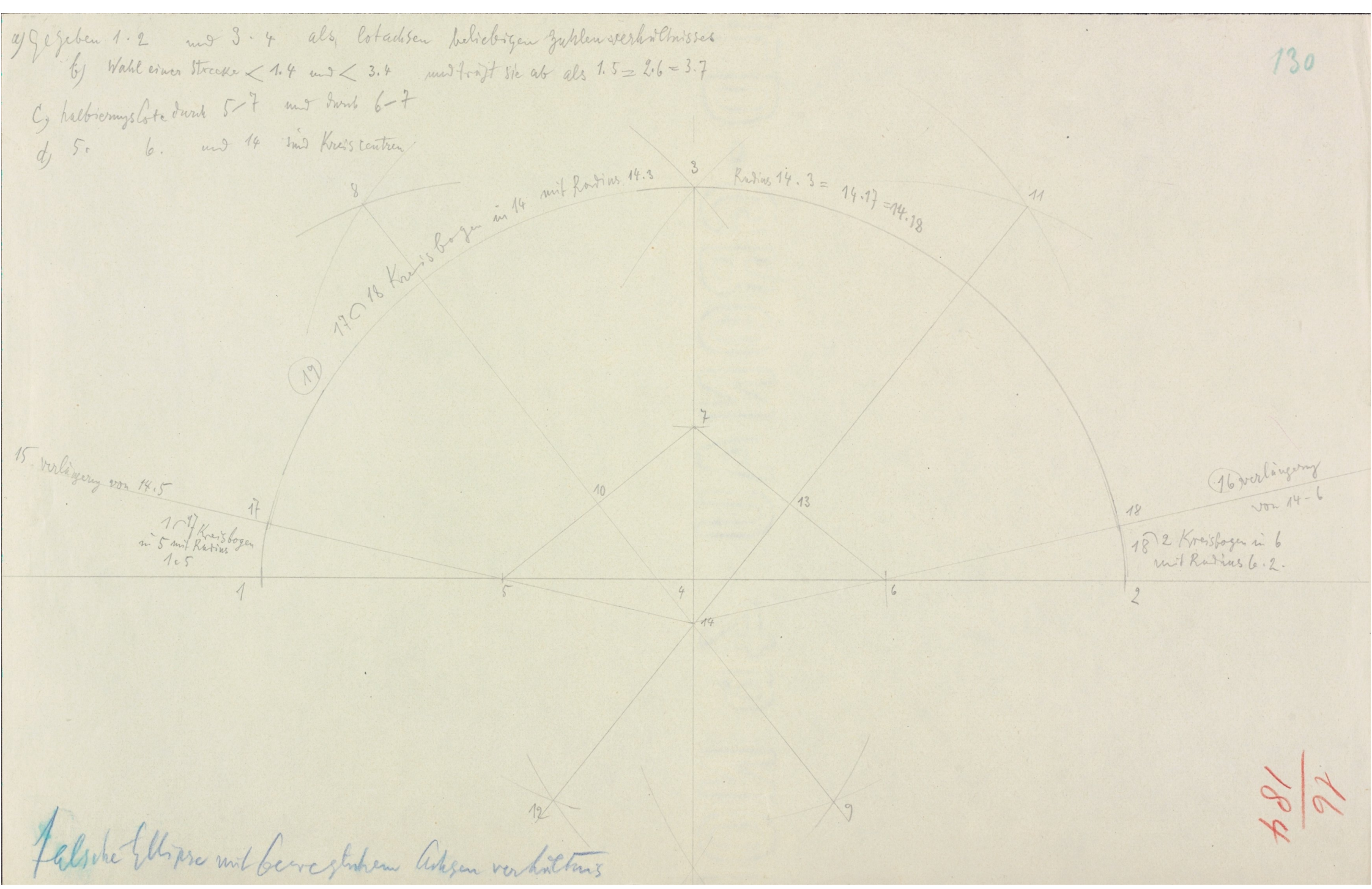
129

Kreisbogen in 8
mit Radius 8 · 9 od. 8 · 10

Kreis in 4

Kreis in 5

andere falsche Ellipse mit festem Achsenverhältnis
Achsenverhältnis 1 : 0.634 = ungefähr 8 : 5



a, gegeben 1 · 2 und 3 · 4 als lotachsen beliebigen Zahlenverhältnisses

b, Wahr einer Strecke < 1 · 4 und < 3 · 4 und trägt sie ab als 1·5 = 2·6 = 3·7 130

c, halbierungslote durch 5 – 7 und durch 6 – 7

d, 5. 6. und 14 sind Kreiszentren

Kreisbogen in 14 mit Radius 14 . 3 Radius 14 . 3 = 14 . 17 = 14 . 18

Verlängerung von 14 . 5

Verlängerung von 14 - 6

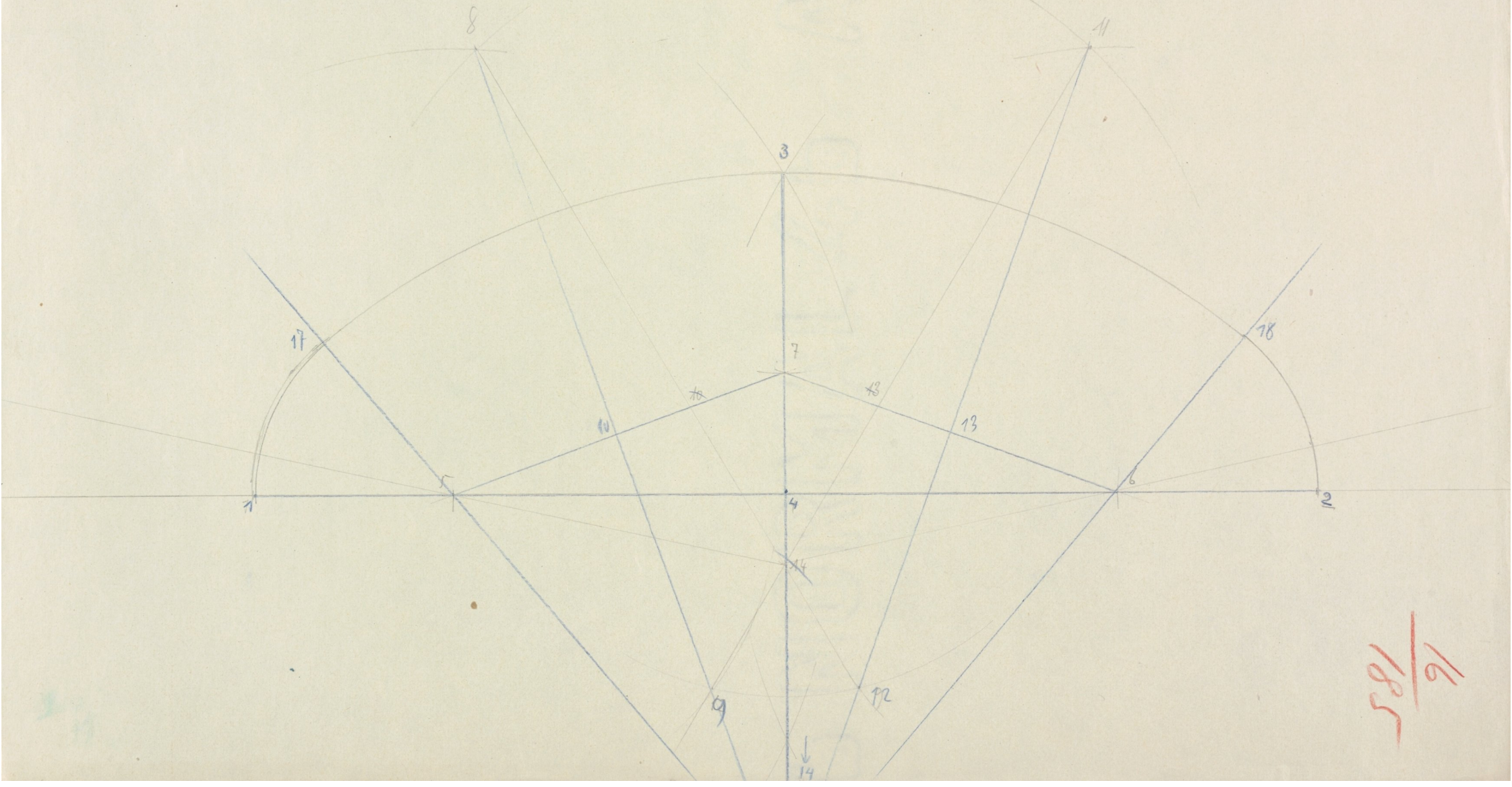
Kreisbogen in 5 mit Radius 1 . 5

Kreisbogen in 6 mit Radius 6 . 2

falsche Ellipse mit beweglichem Achsenverhältnis

131

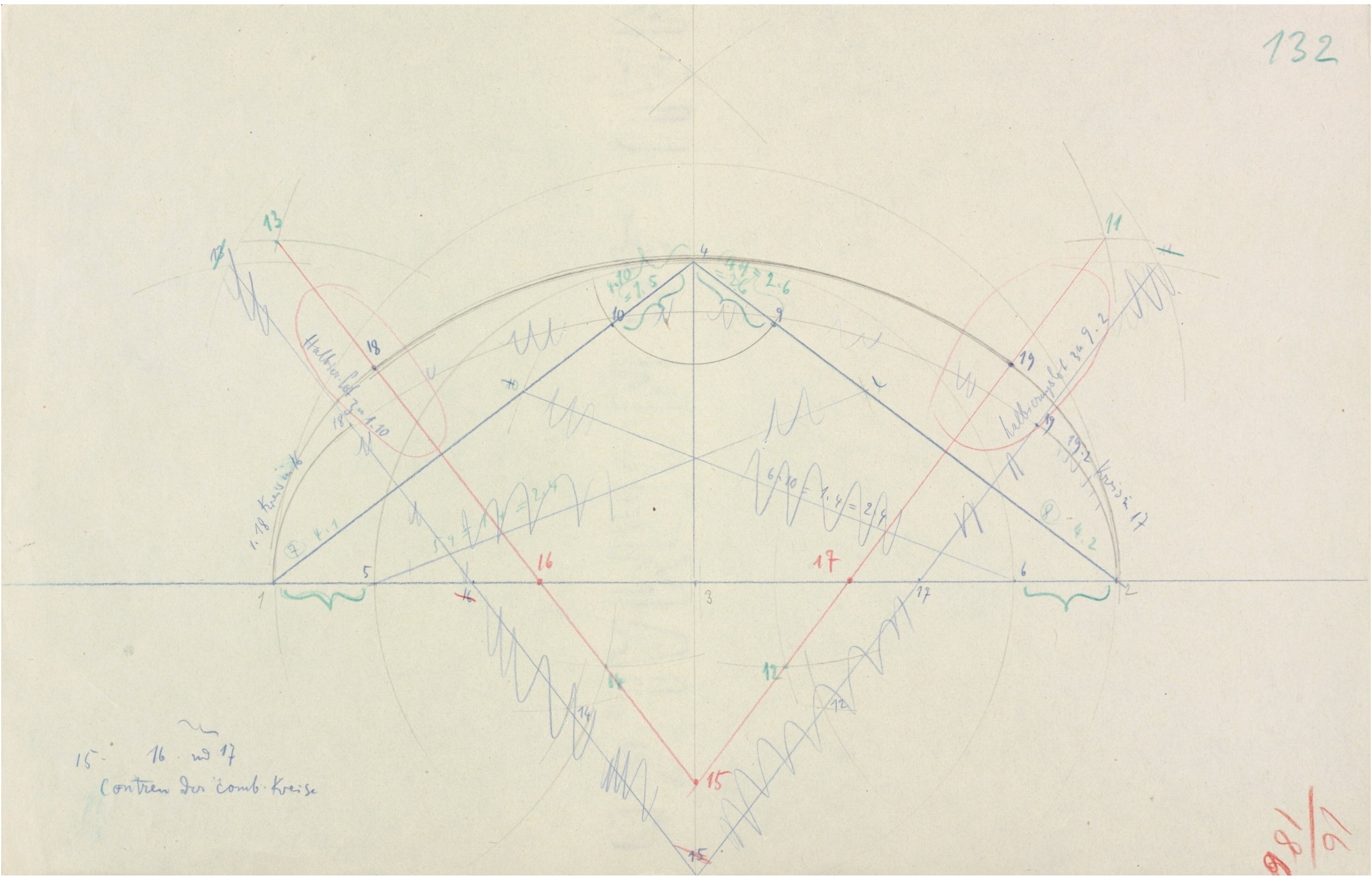
andere Maasse
sonst wie 130



131

andere Maasse

sonst wie 130



132

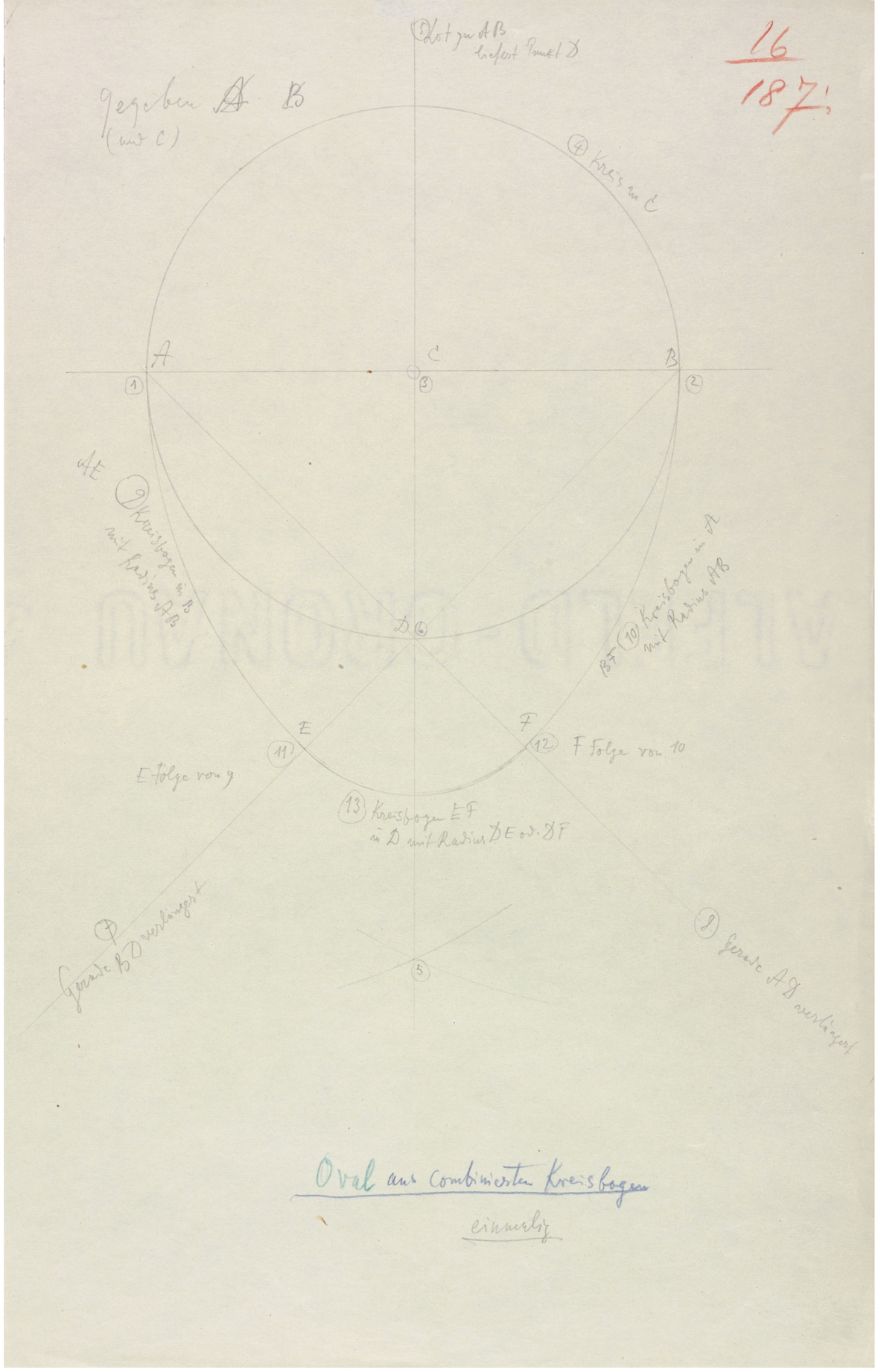
Halbier. Lot zu 1 . 10

Halbierungslot zu 9 . 2

1 . 18 Kreis in 16

19 . 2 Kreis in 17

Centren der comb. Kreise



Lot zu AB
liefert Punkt D

gegeben A B[1]
(und C)

Kreis in C

Kreisbogen in B
mit Radius AB

Kreisbogen in A
mit Radius AB

F Folge von 10

E Folge von 9

Kreisbogen EF
in D mit Radius DE od. DF

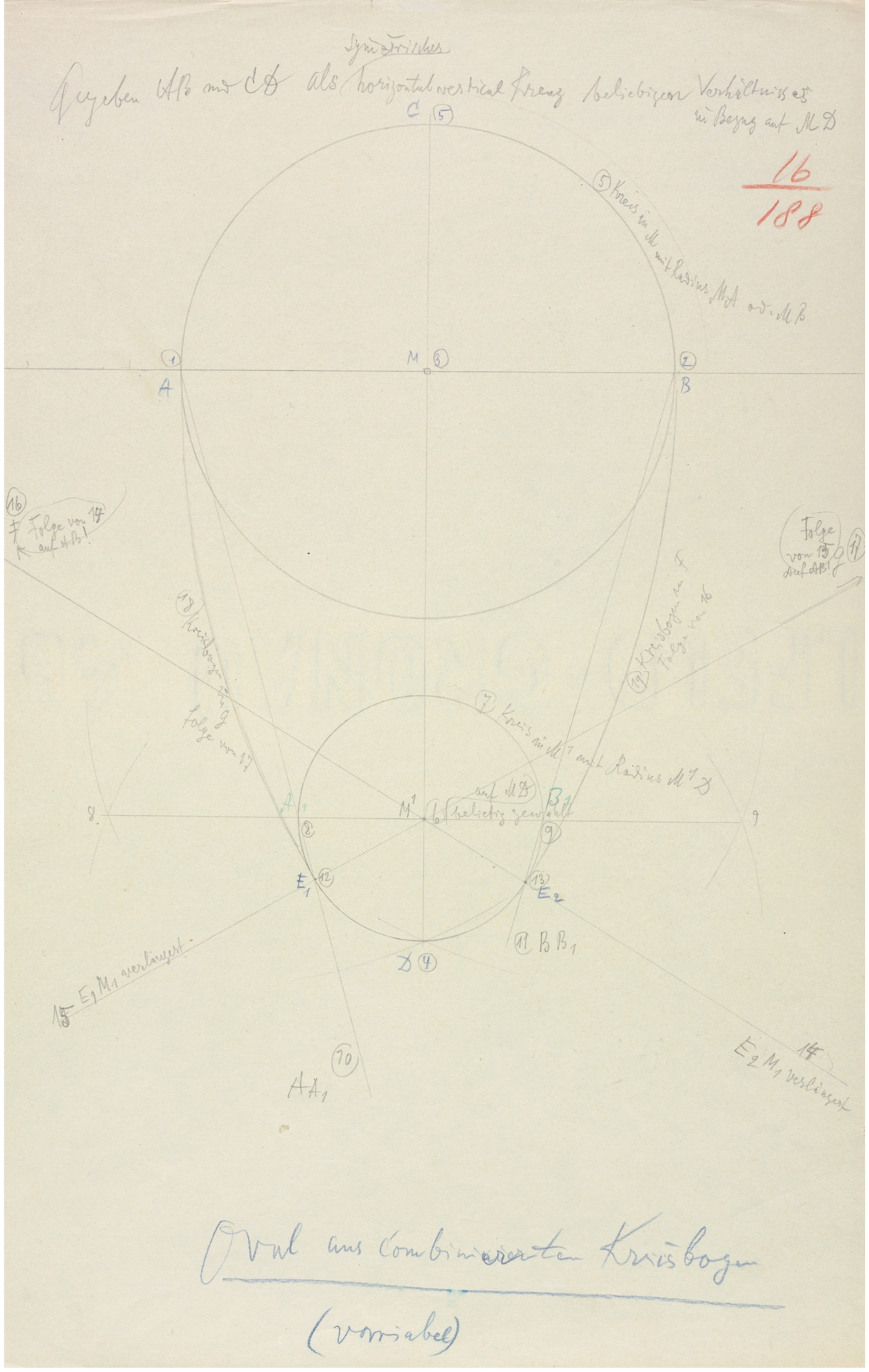
Gerade BD verlängert

Gerade AD verlängert

Oval mit combiniertem Kreisbogen

einmalig

[1] *darunter* Ð Є



Gegeben AB und CD als symmetrisches[1] horizontal vertical Kreuz beliebigen Verhältnisses in Bezug auf MD

Kreis in M mit Radius MA od. MB

Folge von 14[2] auf AB!

Folge von 15[3] Auf AB!

Kreisbogen in F
Folge von 16

Kreisbogen in g
Folge von 17

Kreis in M^1 mit Radius M^1D

beliebig gewählt

E_1M_1 bverlängert

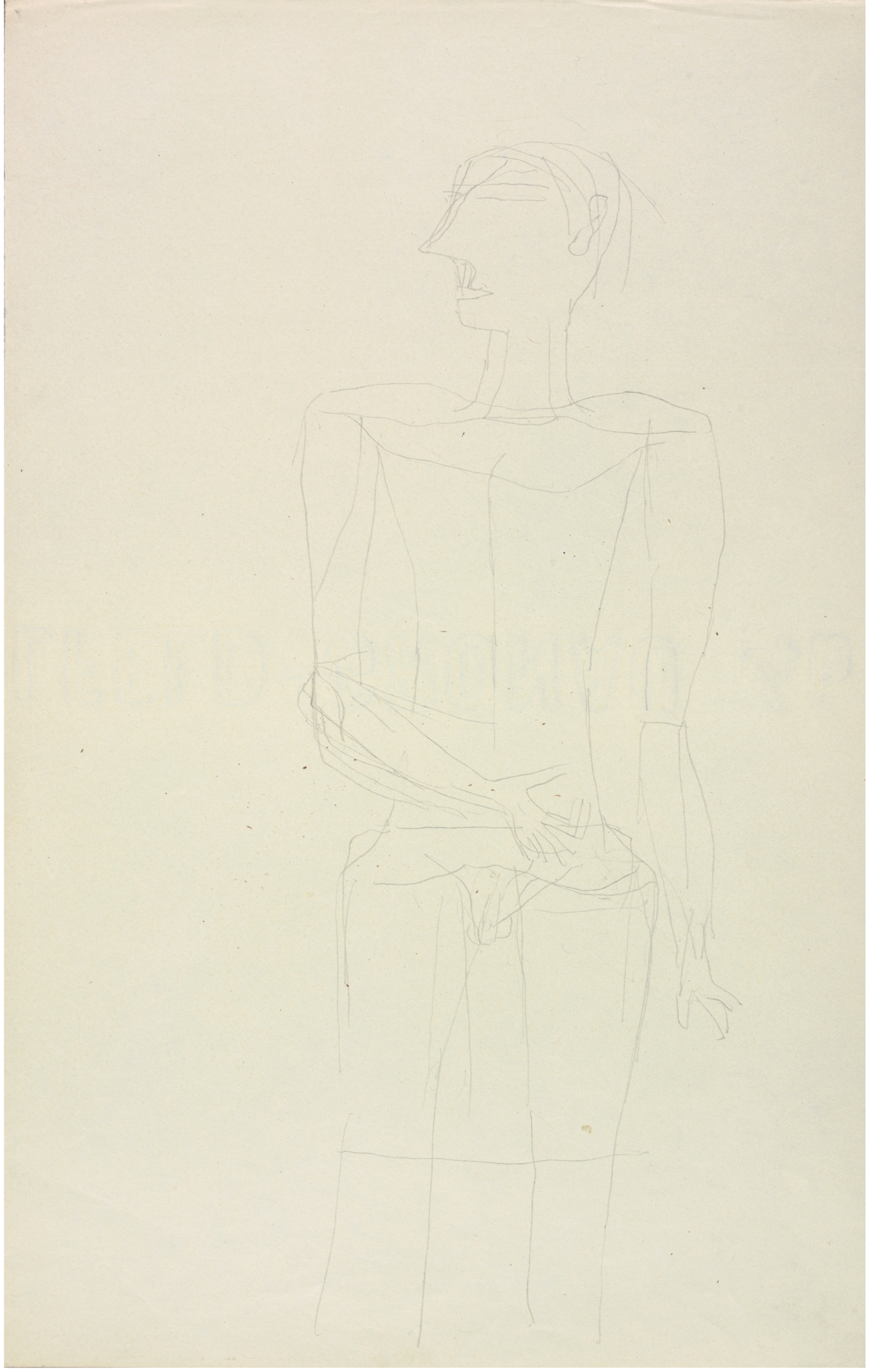
E_2M_1 bverlängert

Oval aus combiniertem Kreisbogen
(variabel)

[1] \symmetrisches/

[2] *darunter* 15

[3] *darunter* 14



16
157

Ellipsen Quadratur
und = rectification

und Vergleiche mit
Kreisen gleichen Inhaltes
oder „ Umfanges

Ellipsen quadratur

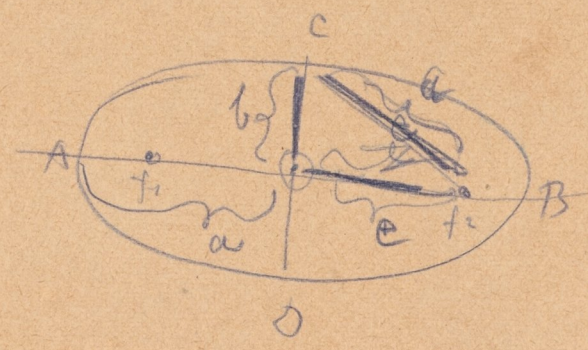
und = rectification

und Vergleiche mit

Kreisen gleichen Inhaltes

oder „ Umfanges

Ell.
Quadratur und Rectification



Quadratur

Ell. Inhalt = $\pi a b$

(Kreis πr^2)

Rectif.

(Kreis $2r\pi$)

$(a+b)\cdot\pi$

$f_1 f_2 = 2e$

$AB = 2a$

$CD = 2b$

$r^2 = r \cdot r$

$2r = r + r$

Ell.
Quadratur und Rectification

mehrere Hyberbeln

übertritt vom 1 I Hyp. nach 2 II Hyp. nach 3 III Hyp.

$f_1 f_2 = 2e$

$AB = 2a$

$CD = 2b$

Quadratur

Ell. Inhalt = $\pi a b$

(Kreis πr^2)

$r^2 = r \cdot r$

Rectif.

(Kreis $2r\pi$)

$2r = r + r$

$(a+b) \cdot \pi$

$\frac{20}{19} = \frac{90}{x}$

$20x = 90 \times 19$

$x = \frac{90 \times 19}{20} = 85{,}5^\circ$

$90 = \frac{20x}{19}$

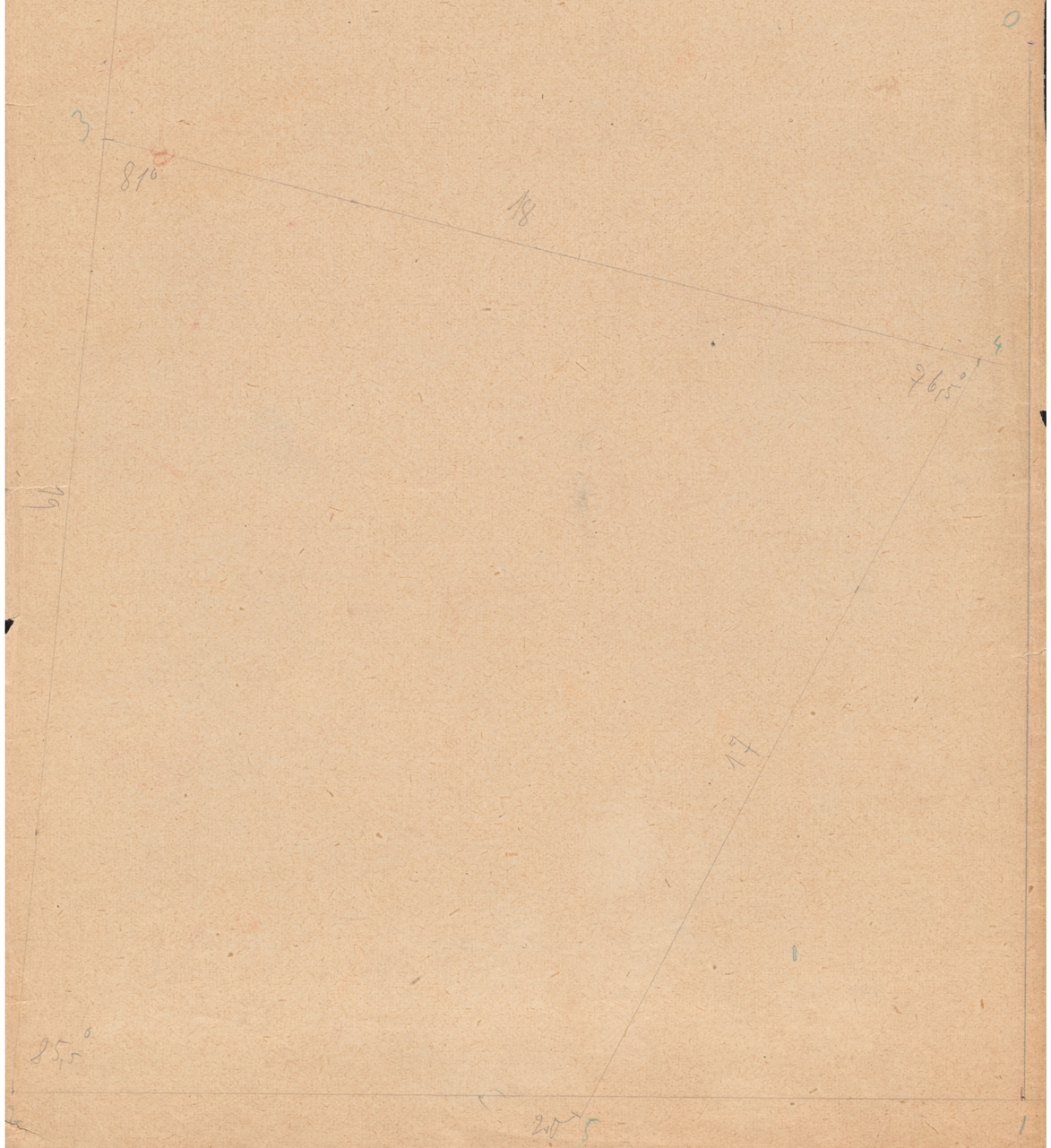
$90 = \frac{20x}{18}$ $\quad 20x = 90 \cdot 18$

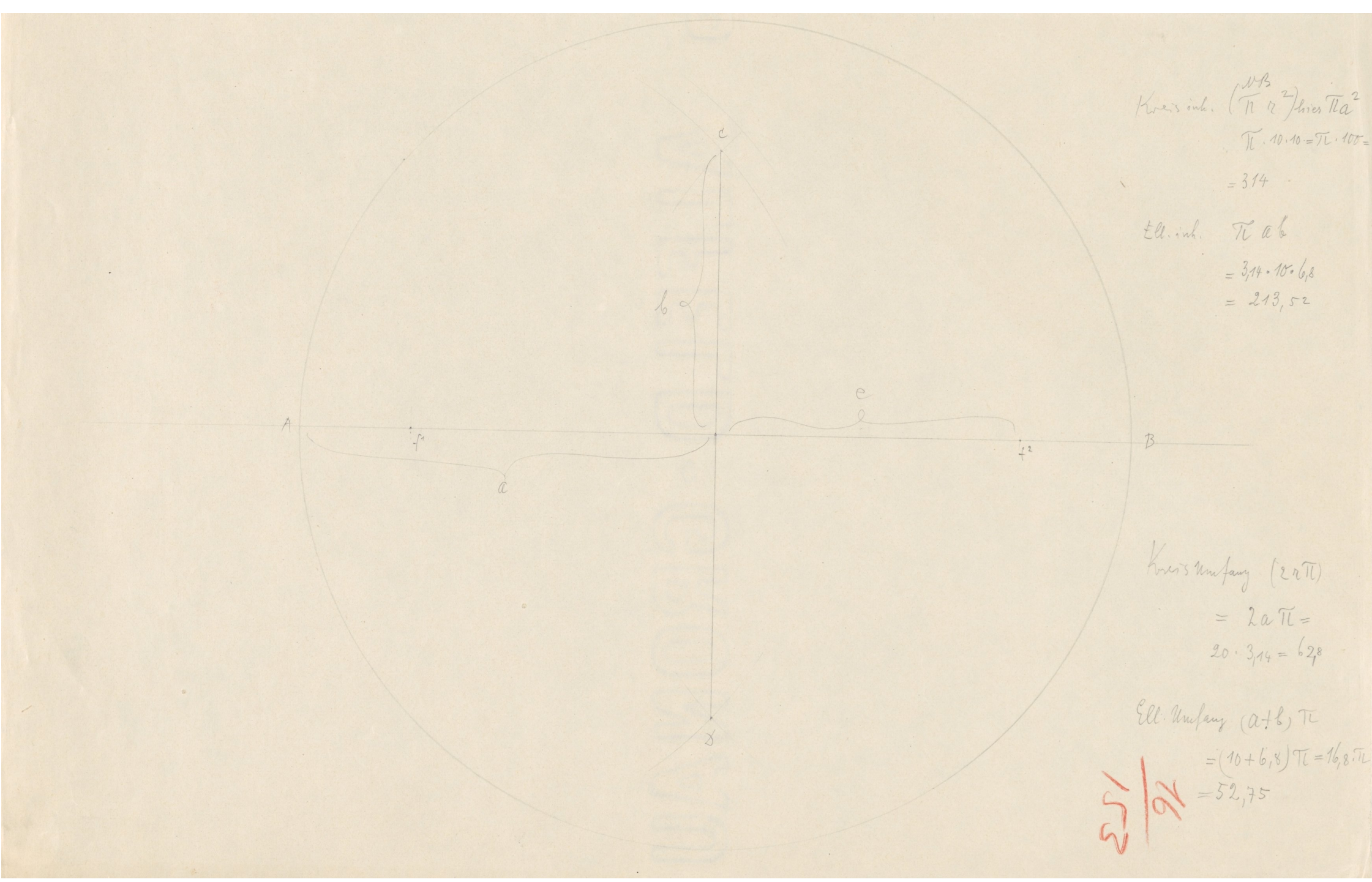
$x = \frac{90 \cdot 18}{20} = 81^\circ$

$\frac{20}{18} = \frac{90}{x}$

$153 : 2 = 76{,}5$

$\frac{20}{17} = \frac{90}{x}$ $\quad x = \frac{90 \cdot 17}{20} = 76{,}5^\circ$





Kreisinh. $\left(\overset{NB}{\pi r^2}\right)$ hier πa^2

$\pi \cdot 10 \cdot 10 = \pi \cdot 100 =$

$= 314$

Ell. inh. $\pi\, a\, b$

$= 3{,}14 \cdot 10 \cdot 6{,}8$

$= 213{,}52$

Kreisumfang $(2r\pi)$

$= 2a\pi =$

$20 \cdot 3{,}14 = 62{,}8$

Ell. Umfang $(a+b)\pi$

$= (10+6{,}8)\pi = 16{,}8 \cdot \pi$

$= 52{,}75$

51/92

NB

Kreisinh. $(\pi\, r^2)$ hier $\pi\, a^2$

$\pi \cdot 10 \cdot 10 = \pi \cdot 100 =$

$= 314$

Ell.inh. $\pi\, ab$

$= 3{,}14 \cdot 10 \cdot 6{,}8$

$= 213{,}52$

Kreisumfang $(2r\,\pi)$

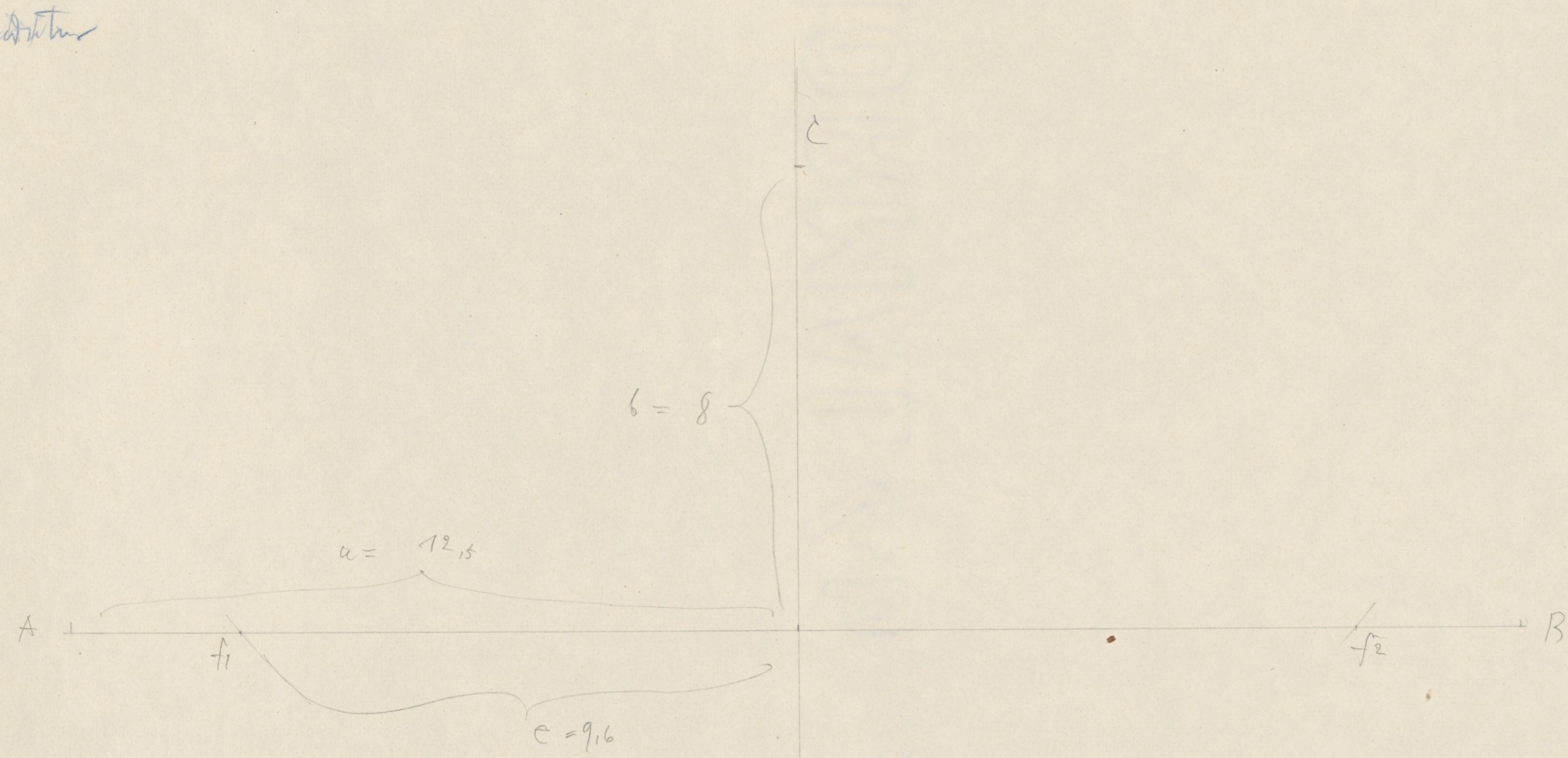
$= 2a\,\pi =$

$20 \cdot 3{,}14 = 62{,}8$

Ell. Umfang $(a + b)\,\pi$

$= (10 + 6{,}8)\,\pi = 16{,}8 \cdot \pi$

$= 52{,}75$



Inh. $\pi \cdot a\ b = 314$
oder AB = 25 CD = 16

Andere Beispiele für denselben Inhalt 1 a= 20 b = 5 dh.[2] AB = 40
CD = 10
od. 3, a=100 b=1 AB = 200 CD=2 od. 2, a=33 b=3 dh.[3] AB=66 CD = 6

[1] *darunter unleserlich*

[2] \dh./

[3] \dh./

Umfang = 62,8 Kreisradius in diesem Falle = 10, 2mal = 20 2r π 62,8 : 3.14 = 20

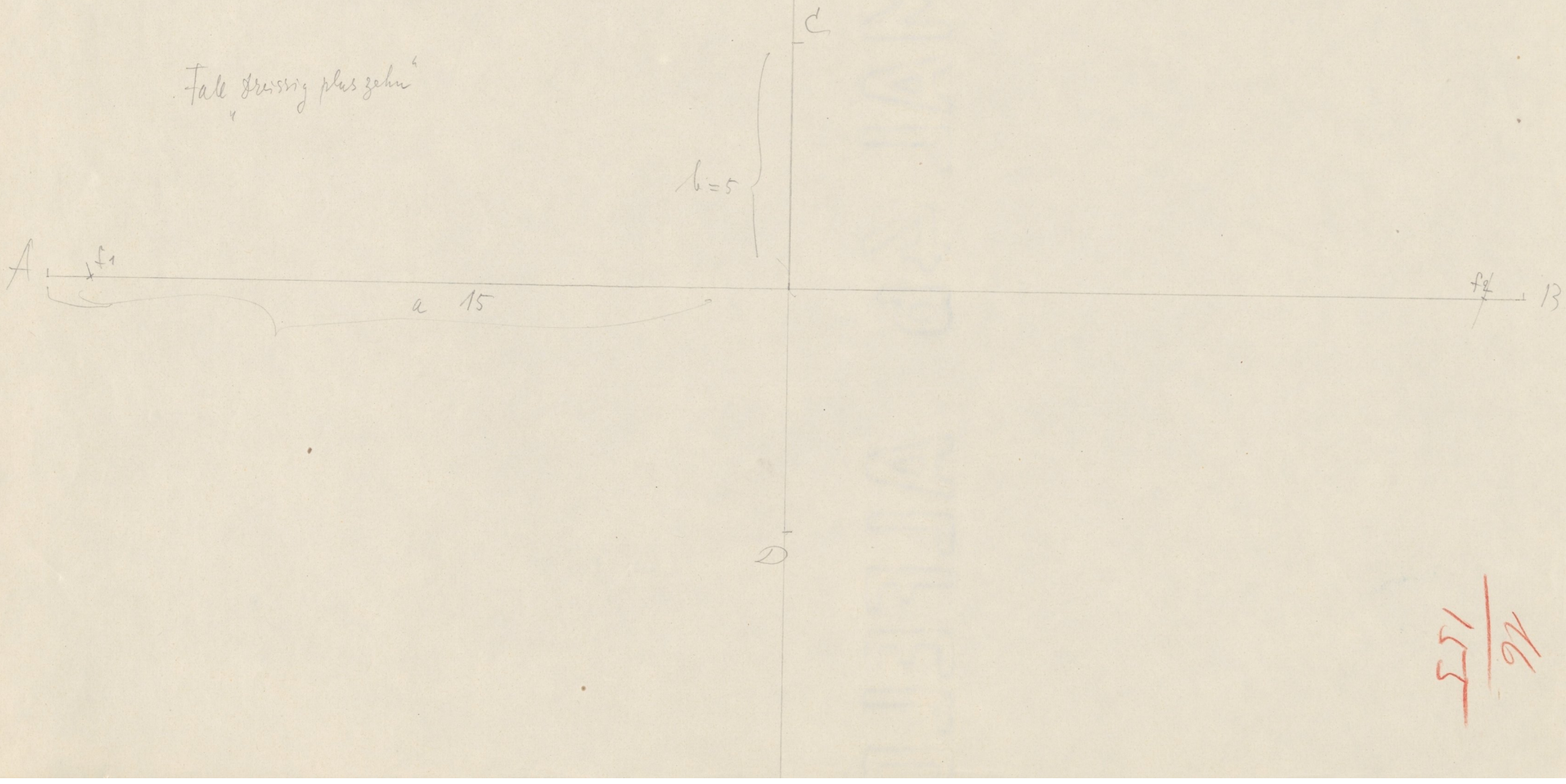
Rectification Summe der Ellipsenhalbachsen ebenfalls = 20

20 kann sich zusammensetzten z.B. aus 16+14 oder in Bezug auf AB und CD 32+ 8

15+5 30+10

14+6 28+12

gilt für a+b



Fall „dreissig plus zehn''

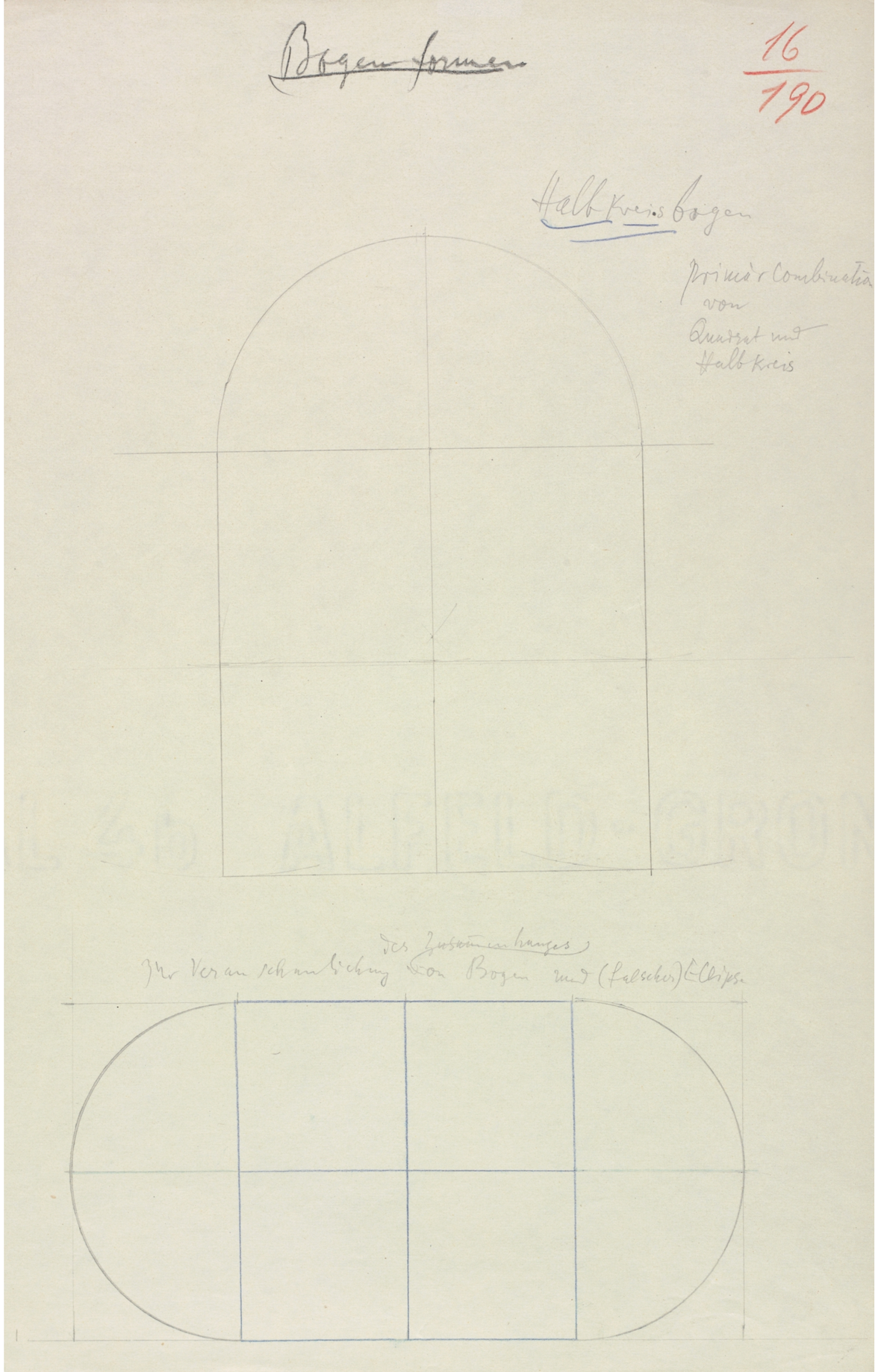
PN 15
16
189

Bogenformen

(combinierte Kreisbogen)

Bogenformen

(combinierte Kreisbogen)



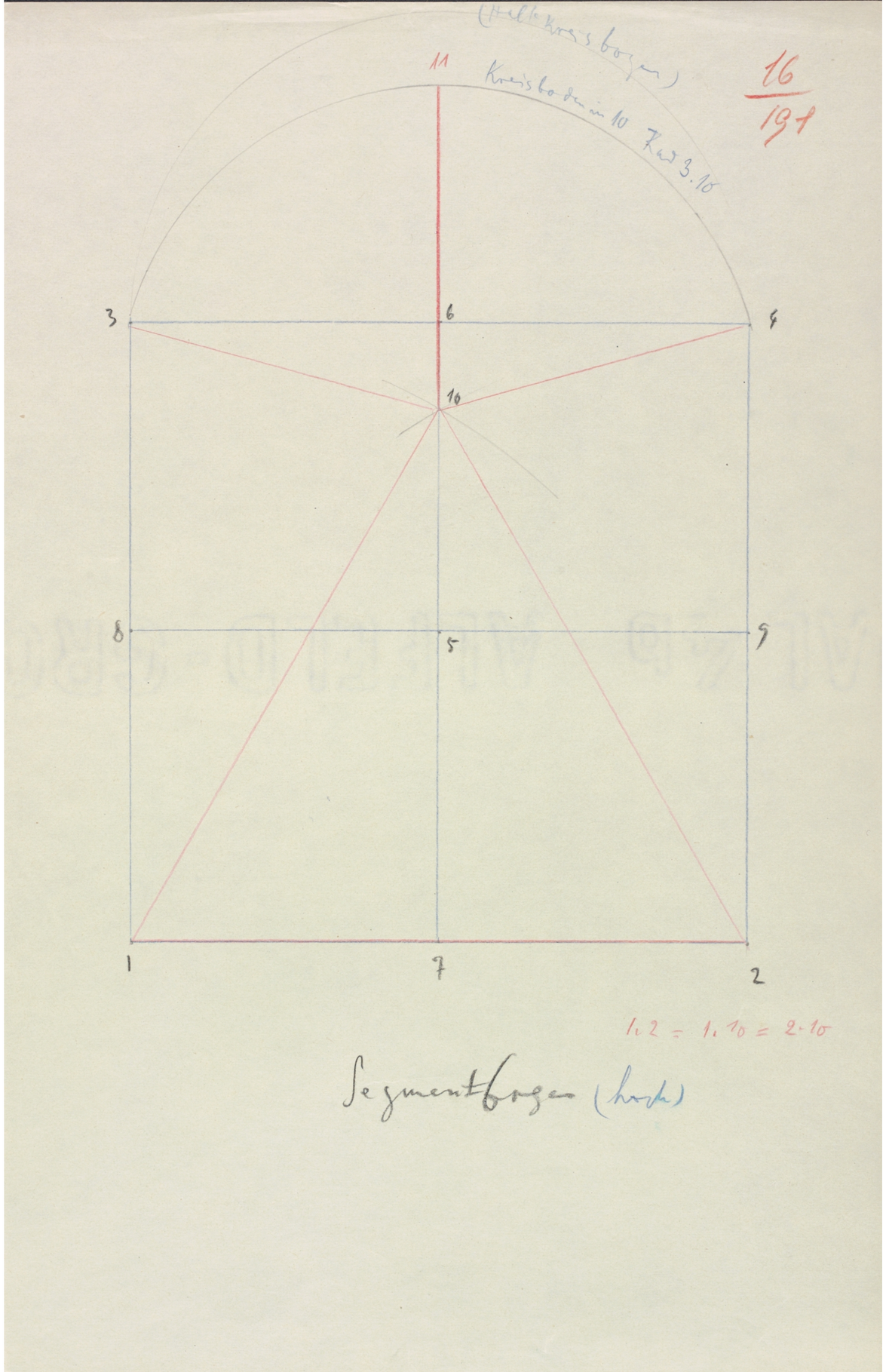
Bogenformen

Halbkreisbogen

primär Combination
von
Quadrat und
Halbkreis

Zur Veranschaulichung des Zusammenhanges[1] von Bogen und (falscher) Ellipse

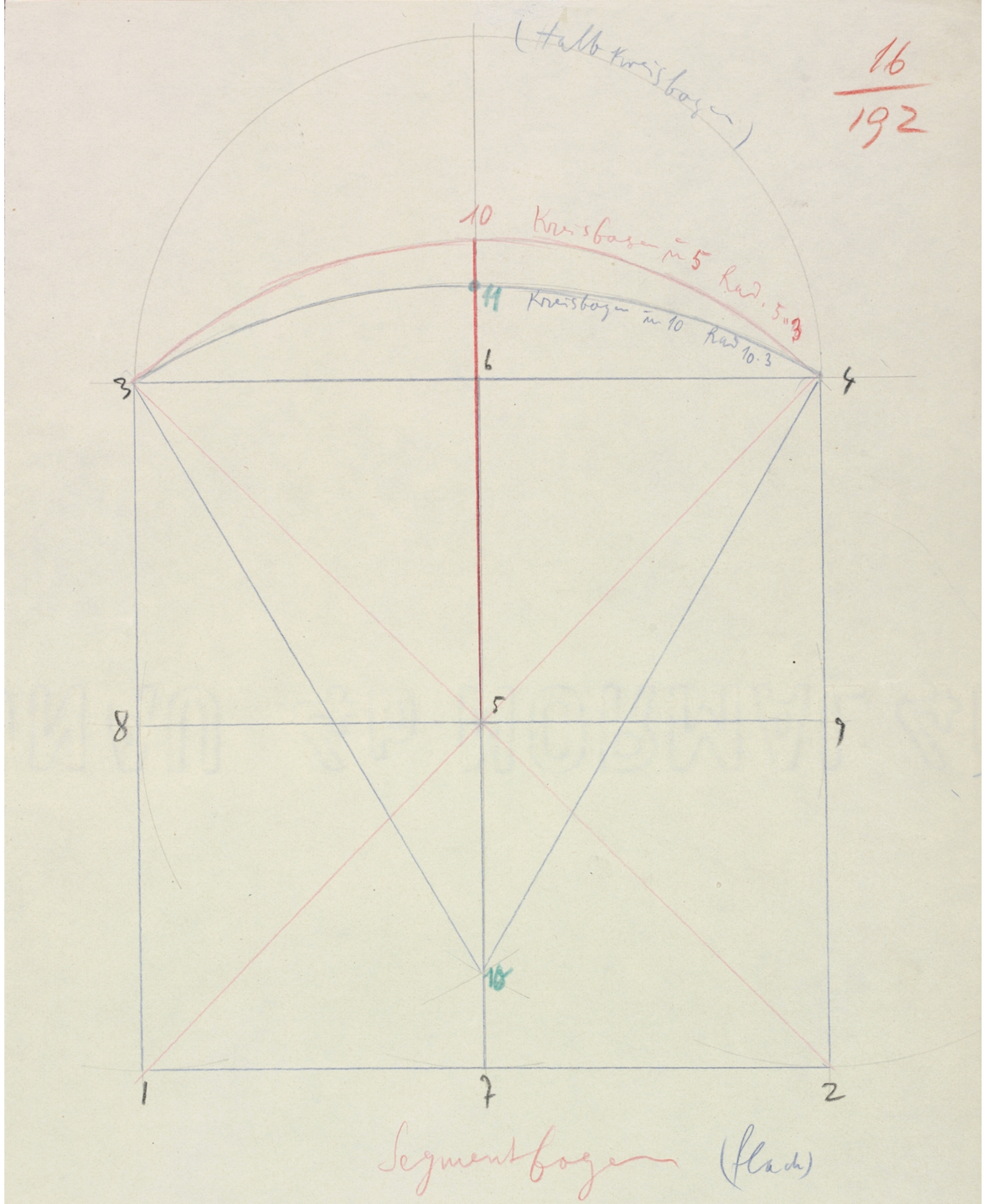
[1] \ des Zusammenhanges /



(Halbkreisbogen)

Kreisbogen in 10 Rad 3.10

Segmentbogen (hoch)



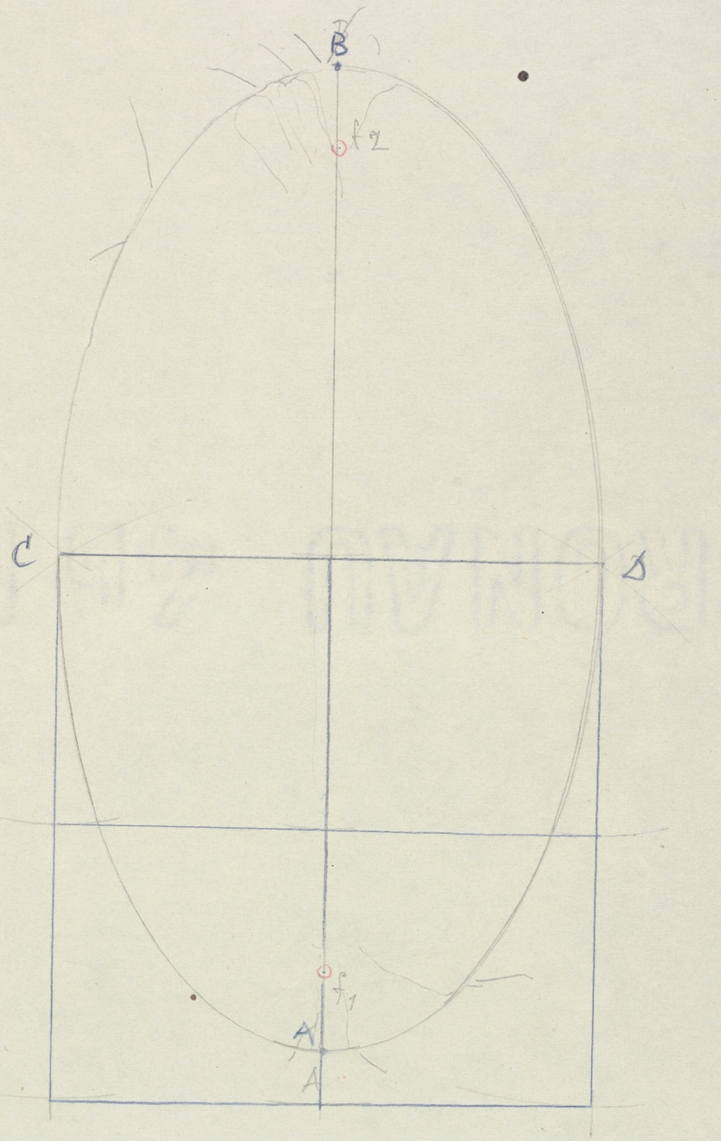
(Halbkreisbogen)

Kreisbogen in 5 Rad. 5.3

Kreisbogen in 10 Rad 10.3

Segmentbogen (flach)

Elliptischer Bogen (echt) 16/193

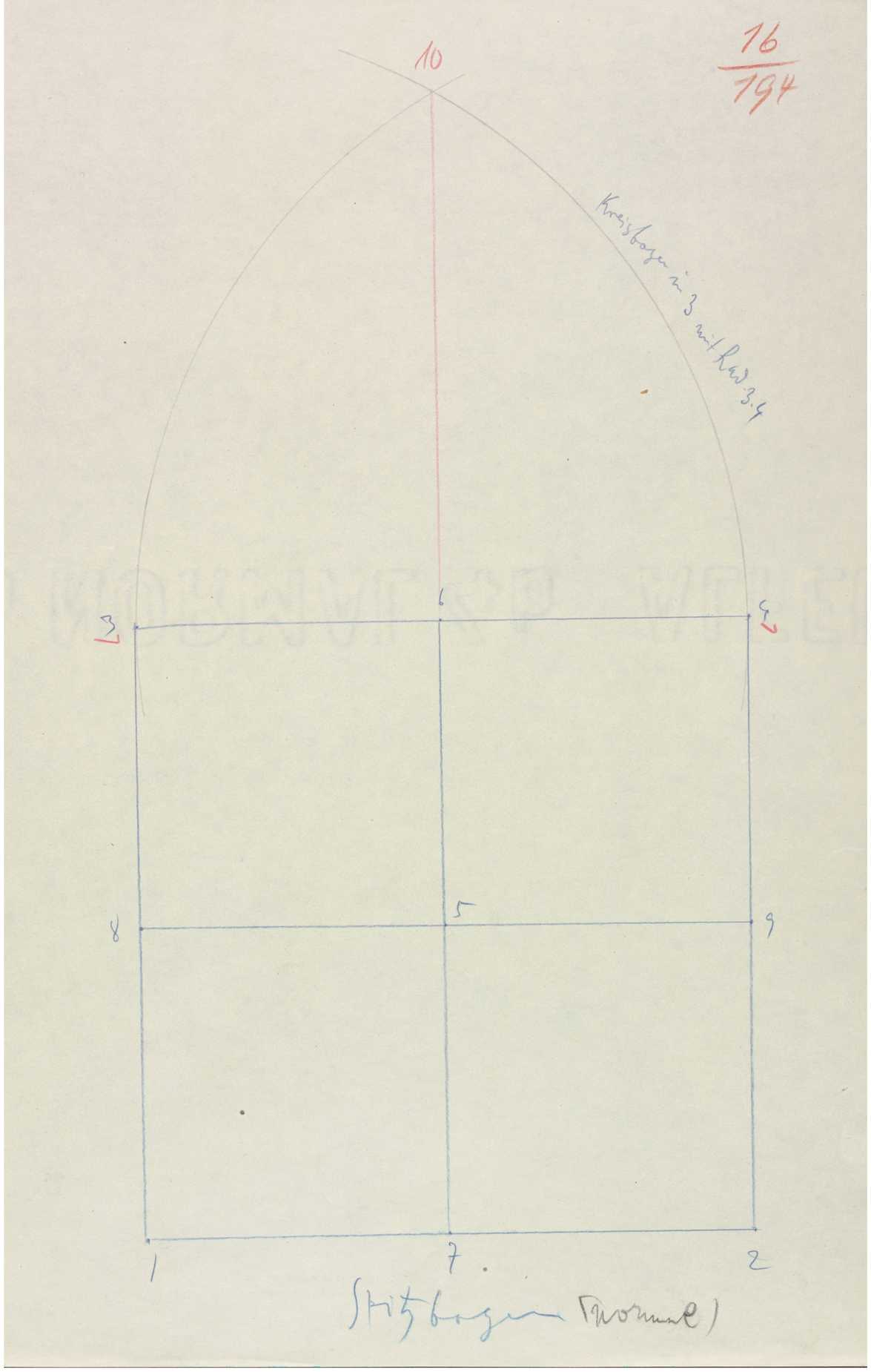


Zur Veranschaulichung des Vergleichs
mit falsch-Elliptischem

Elliptischer Bogen (echt)

Zur Veranschaulichung des Vergleichs

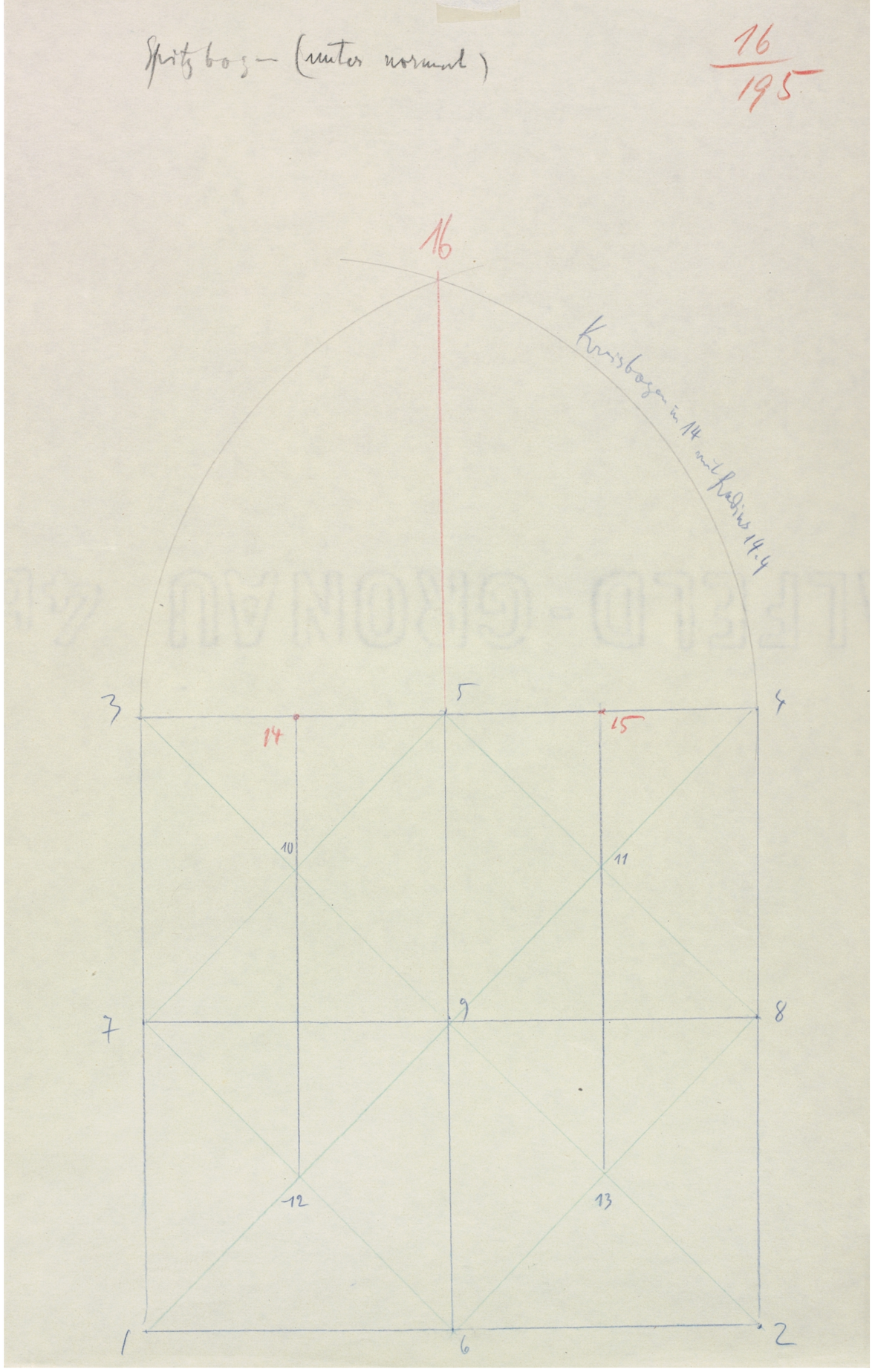
mit falsch-Elliptischem



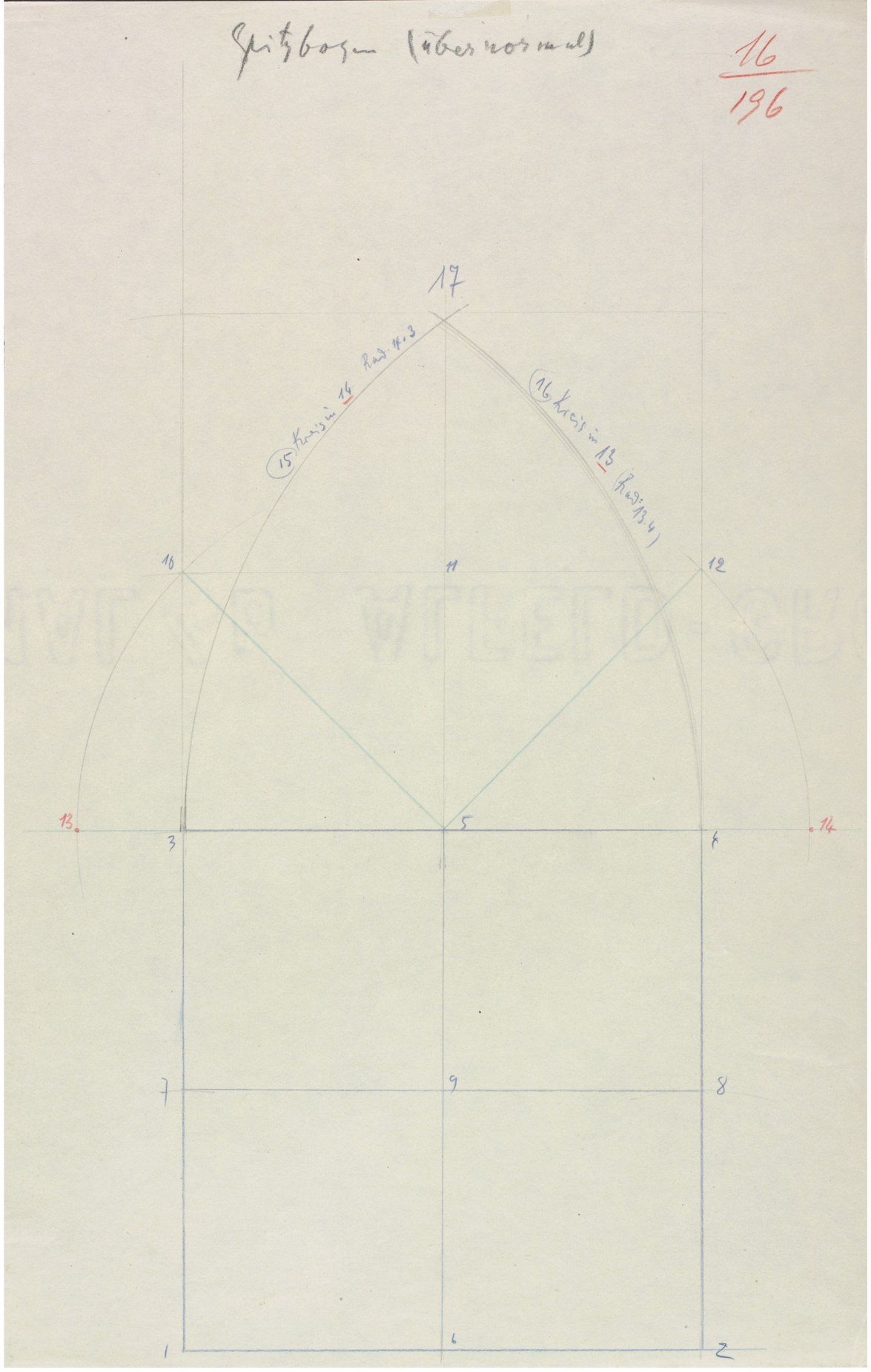
Kreisbogen in 3 mit Rad. 3.4

Spitzbogen (normal)

Spitzbogen (unter normal)



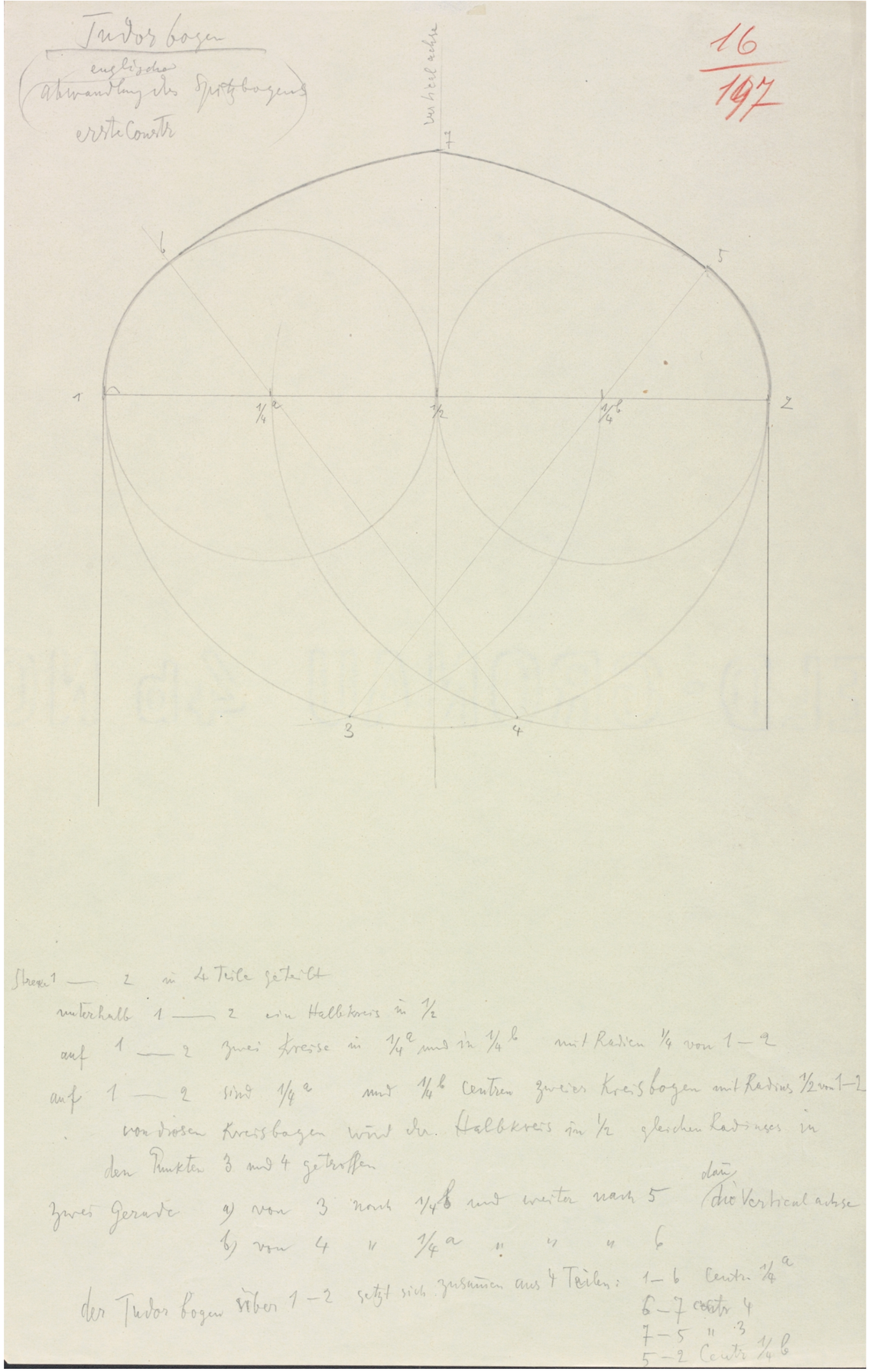
Kreisbogen in 14 mit Radius 14.4



Spitzbogen (übernormal)

Kreis in 14 Rad 14.3

Kreis in 13 (Rad 13.4)



Tudorbogen

(englische[1] Abwandlung des Spitzbogens)

erste Constr

Verticalachse

Strecke 1 – 2 in 4 Teile geteilt

unterhalb 1 – 2 ein Halbkreis in 1/2

auf 1 – 2 zwei Kreise in $1/4^a$ und in $1/4^b$ mit Radius 1/4 von 1 – 2

auf 1 – 2 sind $1/4^a$ und $1/4^b$ Centren zweier Kreisbogen mit Radius 1/2 von 1 – 2

von diesen Kreisbogen wird der Halbkreis in 1/2 gleichen Radiuses in

den Punkten 3 und 4 getroffen

zwei Gerade a, von 3 nach $1/4^b$ und weiter nach 5 dann[2] die Verticalachse

b, von 4 " $1/4^a$ " " " 6

der Tudorbogen über 1 -2 setzt sich zusammen aus 4 Teilen: 1 – 6 Centr. $1/4^a$

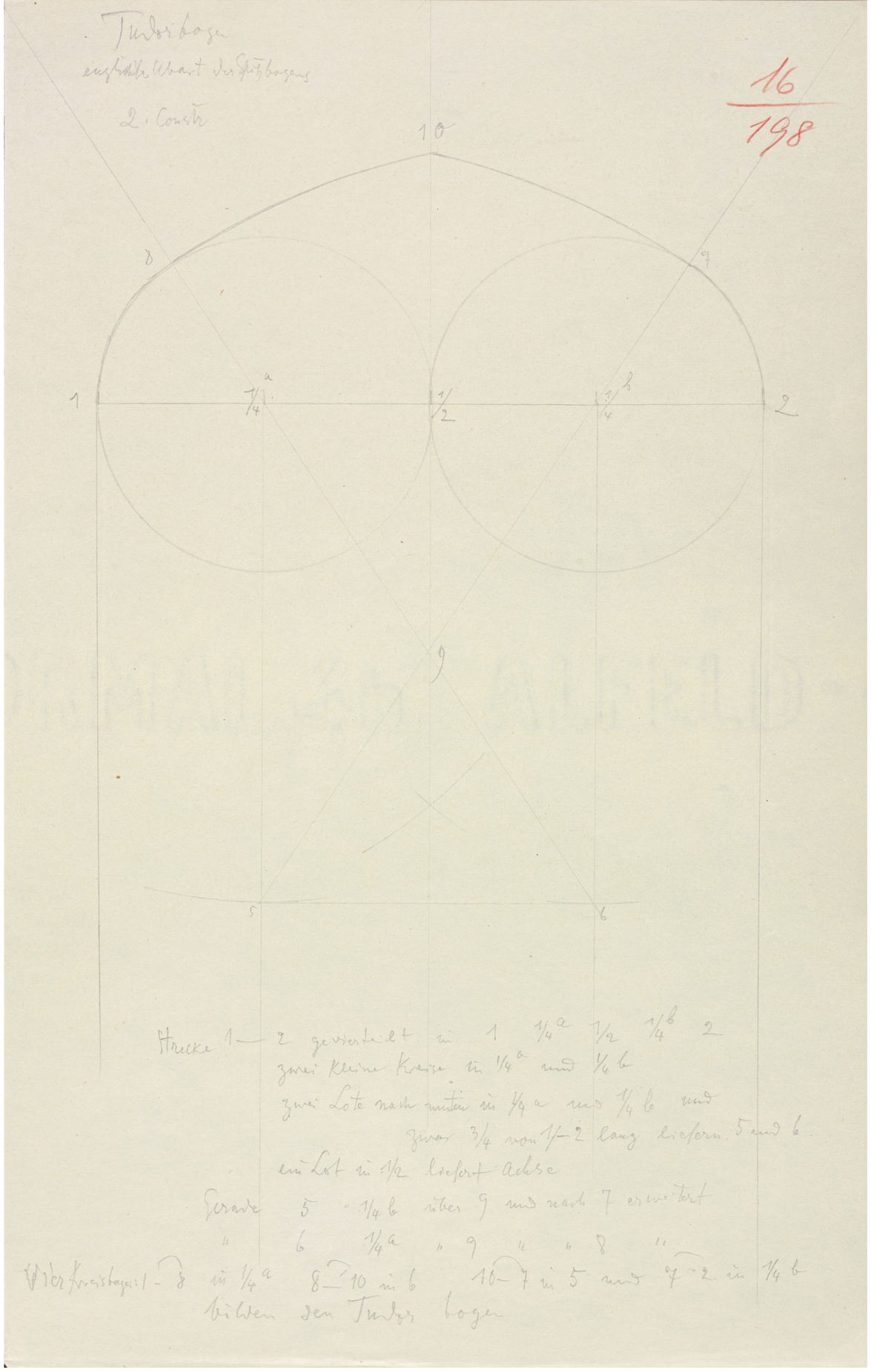
6 – 7 Centr 4

7 – 5 " 3

5 – 2 Centr $1/4^b$

[1] \ englische /

[2] \ dann /



Tudorbogen

englische Abart des Spitzbogens

2. Constr

Strecke 1 – 2 gevierteilt in 1 1/4[a] 1/2 1/4[b] 2

zwei kleine Kreise in 1/4[a] und 1/4[b]

zwei Lote nach unten in 1/4[a] und 1/4[b] und

zwar 3/4 von 1/ - 2 lang liefern 5 und 6

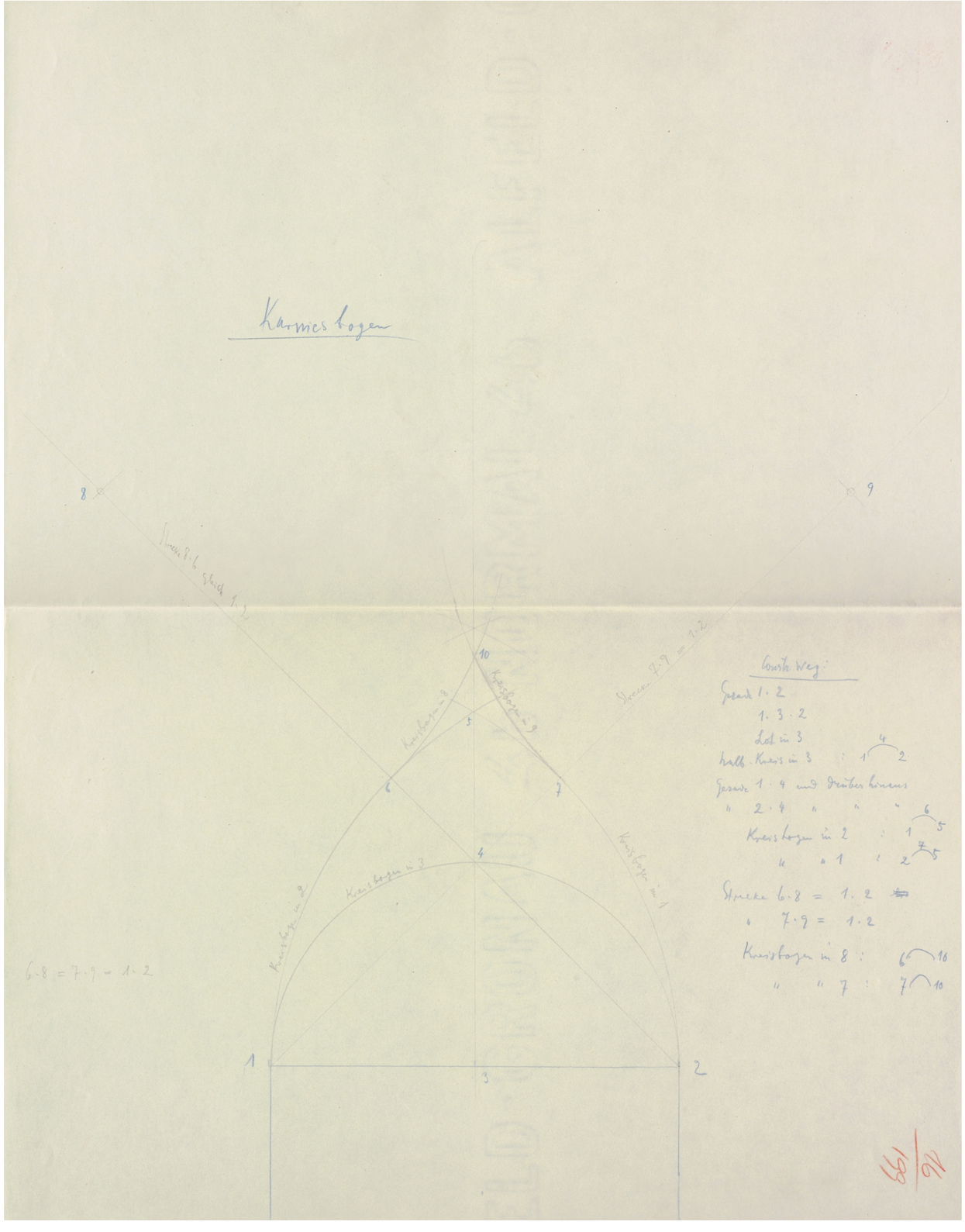
ein Lot in 1/2 liefert Achse

Gerade 5 1/4[b] über 9 und nach 7 erweitert

" 6 1/4[a] " 9 " " 8 "

Vier Kreisbogen: 1 – 8 in 1/4[a] 8 – 10 in 6 10 – 7 in 5 und 7 – 2 in 1/4[b]

bilden den Tudor bogen



Karniesbogen

Strecke 8·6 gleich 1·2

Strecke 7·9 = 1·2

Kreisbogen in 9

Constr Weg:

Kreisbogen in 8

Gerade 1 · 2

1 · 3 · 2

Lot in 3

halb. Kreis in 3:

Gerade 1 · 4 und darüber hinaus

" 2 · 4 " " "

Kreisbogen in 1

Kreisbogen in 2:

" " 1

Kreisbogen in 3

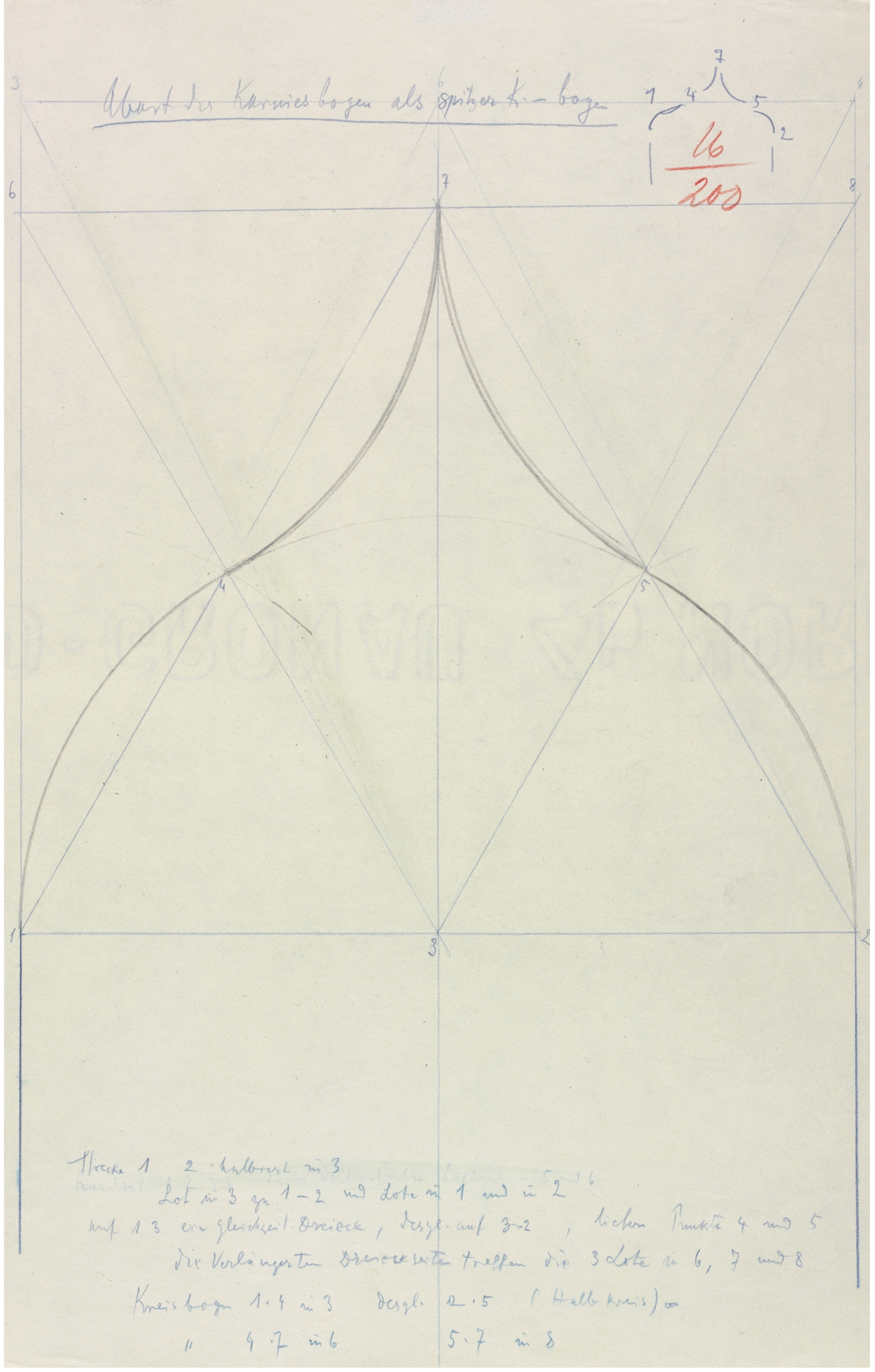
Strecke 6 · 8 = 1 · 2

" 7 · 9 = 1 · 2

Kreisbogen in 8:

Kreisbogen in 2

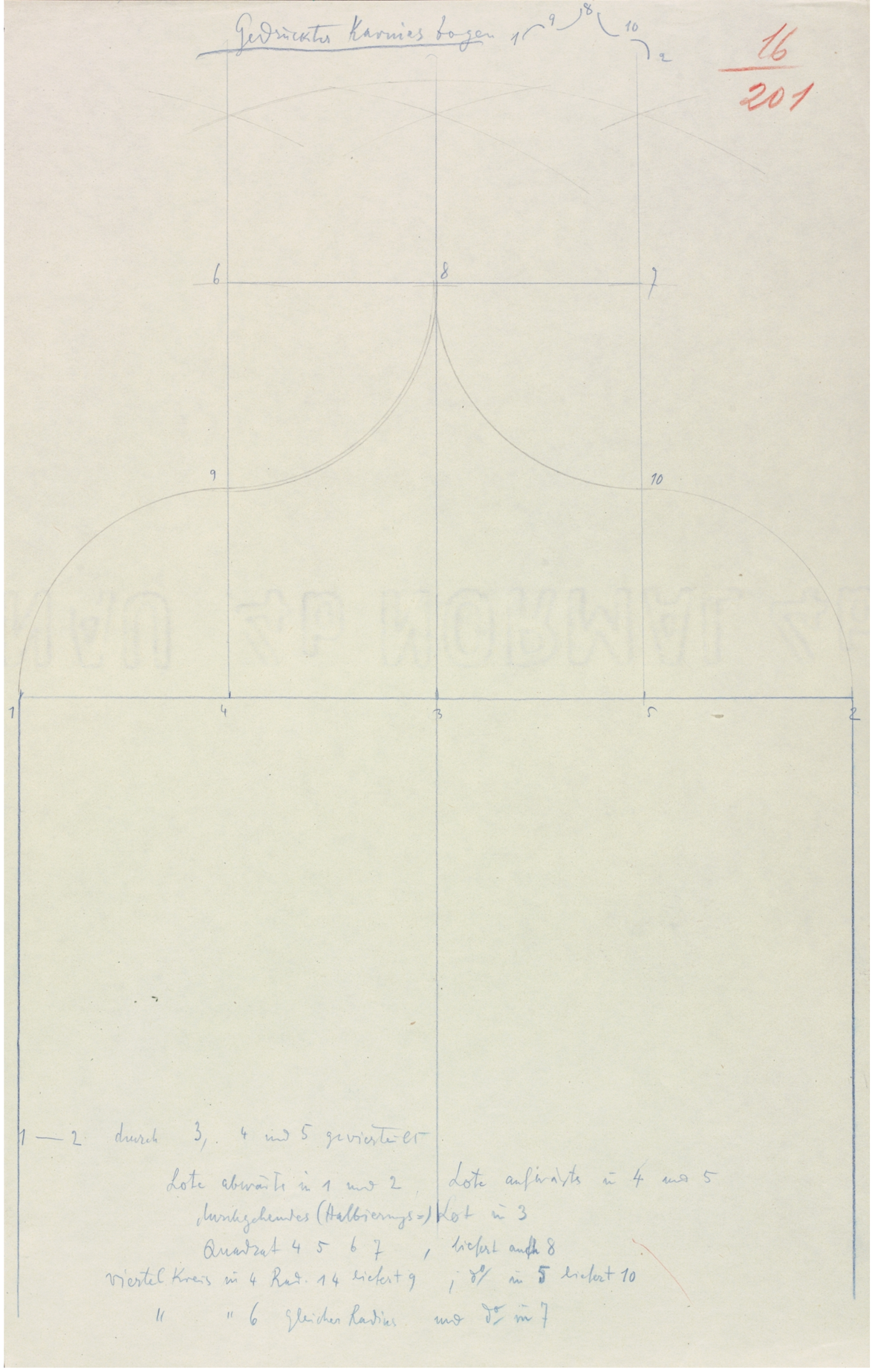
" " 7:



Abart des Karniesbogen als spitzer K – bogen

Strecke 1 2 halbiert in 3
Lot in 3 zu 1 – 2 und Lote in 1 und in 2
auf 1 3 ein gleichseit. Dreieck, desgl. auf 3-2, liefern Punkte 4 und 5
die verlängerten Dreieckseiten treffen de 3 Lote in 6, 7 und 8

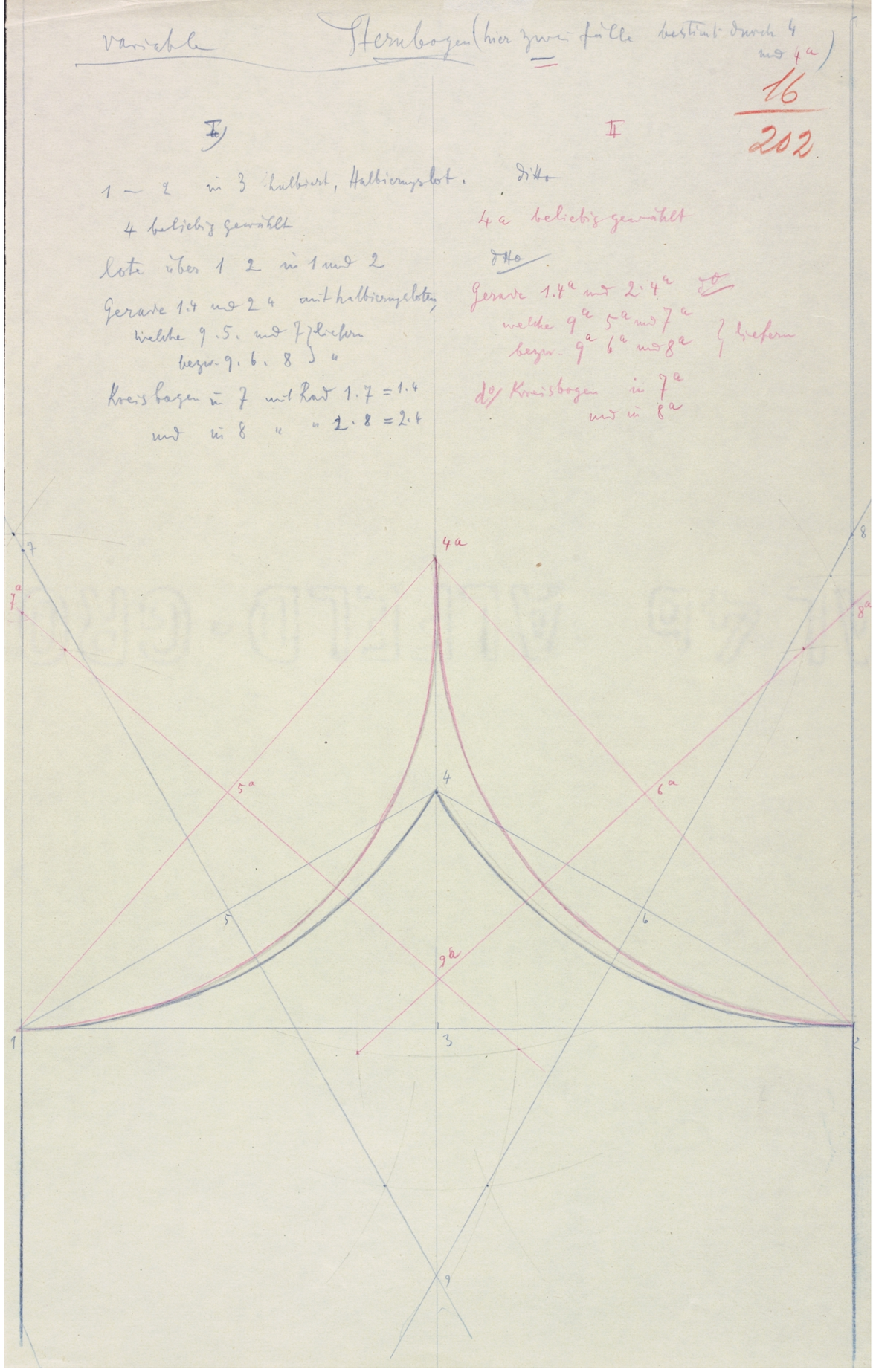
Kreisbogen 1 · 4 in 3 desgl. 2 · 5 (Halbkreis)
" 4 ·7 in 6 5 · 7 in 8



Gedrückter Karniesbogen

1 – 2 durch 3, 4 und 5 gevierteilt

Lote abwärts in 1 und 2, Lote aufwärts in 4 und 5
durchgehendes (Halbierungs=) Lot in 3
Quadrat 4 5 6 7 , liefert auch 8
Viertel Kreis in 4 Rad. 1 4 liefert 9, do in 5 liefert 10
" " 6 gleicher Radius und do in 7



variable Sternbogen (hier zwei fälle bestimmt durch 4 und 4ª)

I II

1 – 2 in 3 halbiert, Halbierungslot ditto

4 beliebig gewählt 4a beliebig gewählt

Lote über 1 2 in 1 und 2 ditto

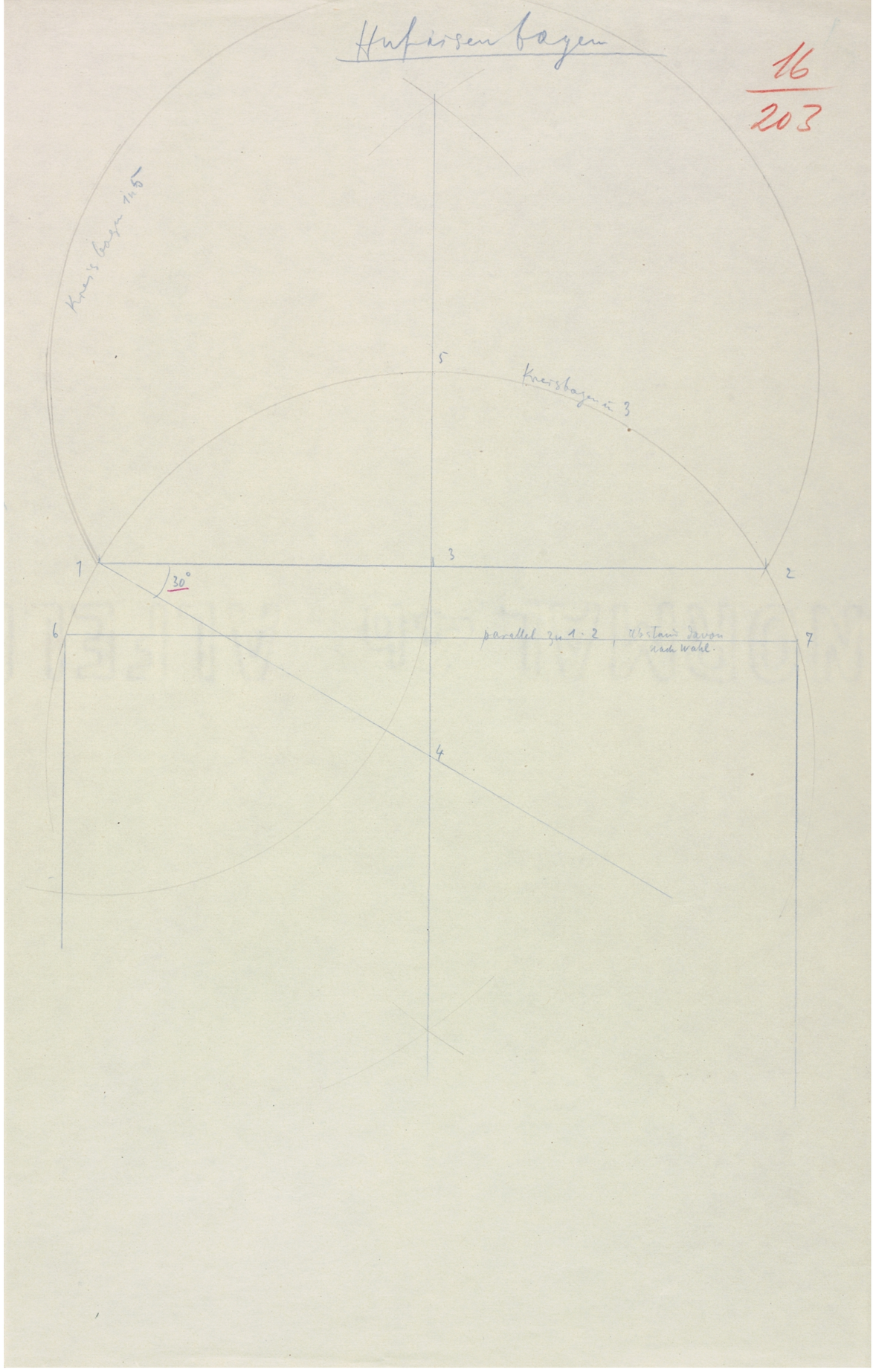
Gerade 1 · 4 und 2 4 mit halbierungsloten, Gerade 1 · 4ª und 2 ·4ª do

welche 9 · 5 und 7 liefern welche 9ª 5ª und 7ª liefern

bezw. 9 · 6 · 8 bezw. 9ª 6ª und 8ª

Kreisbogen in 7 mit Rad 1 · 7 = 1 · 4 do Kreisbogen in 7ª

und in 8 " " 2 · 8 = 2 · 4 und in 8ª

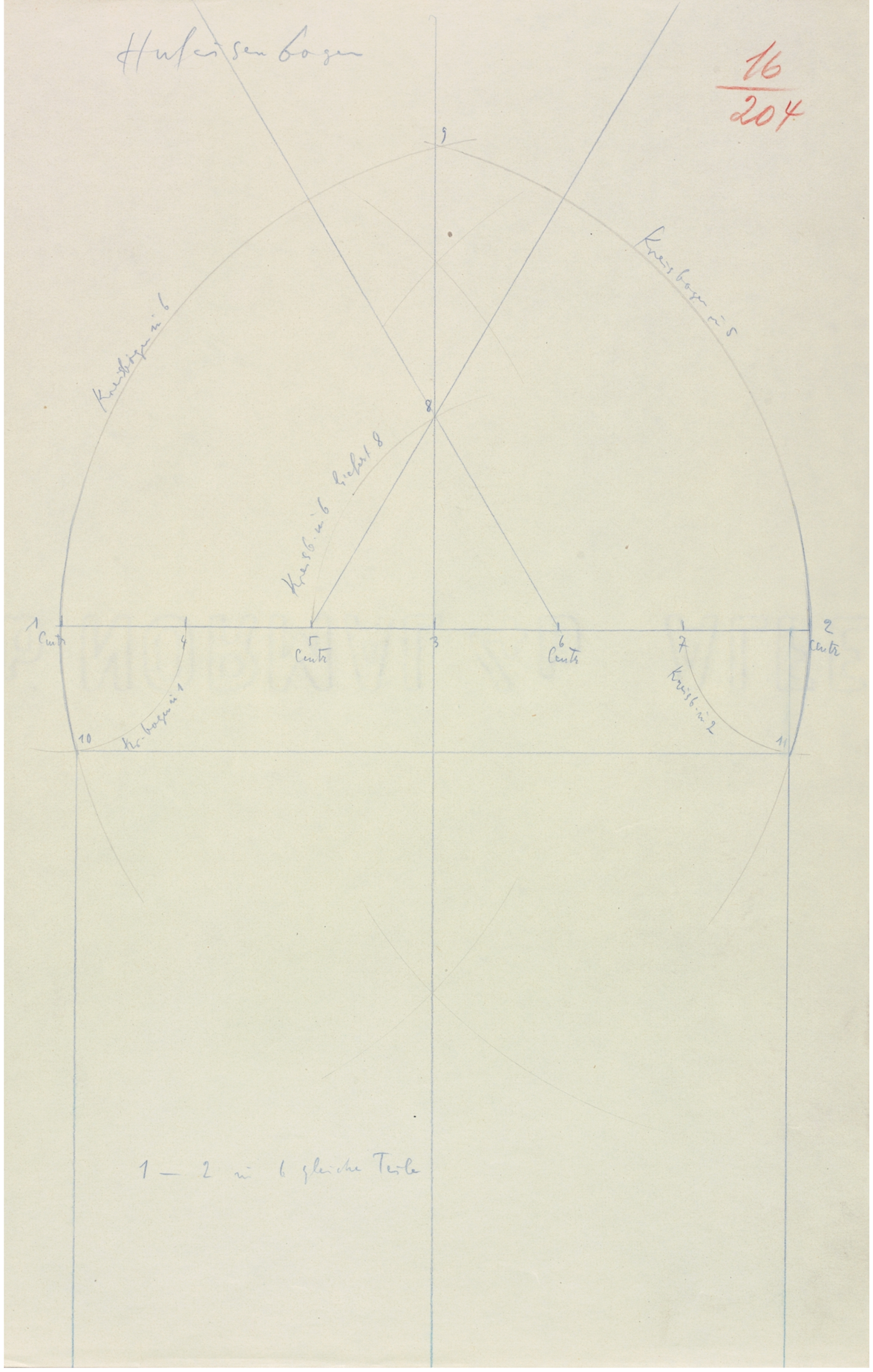


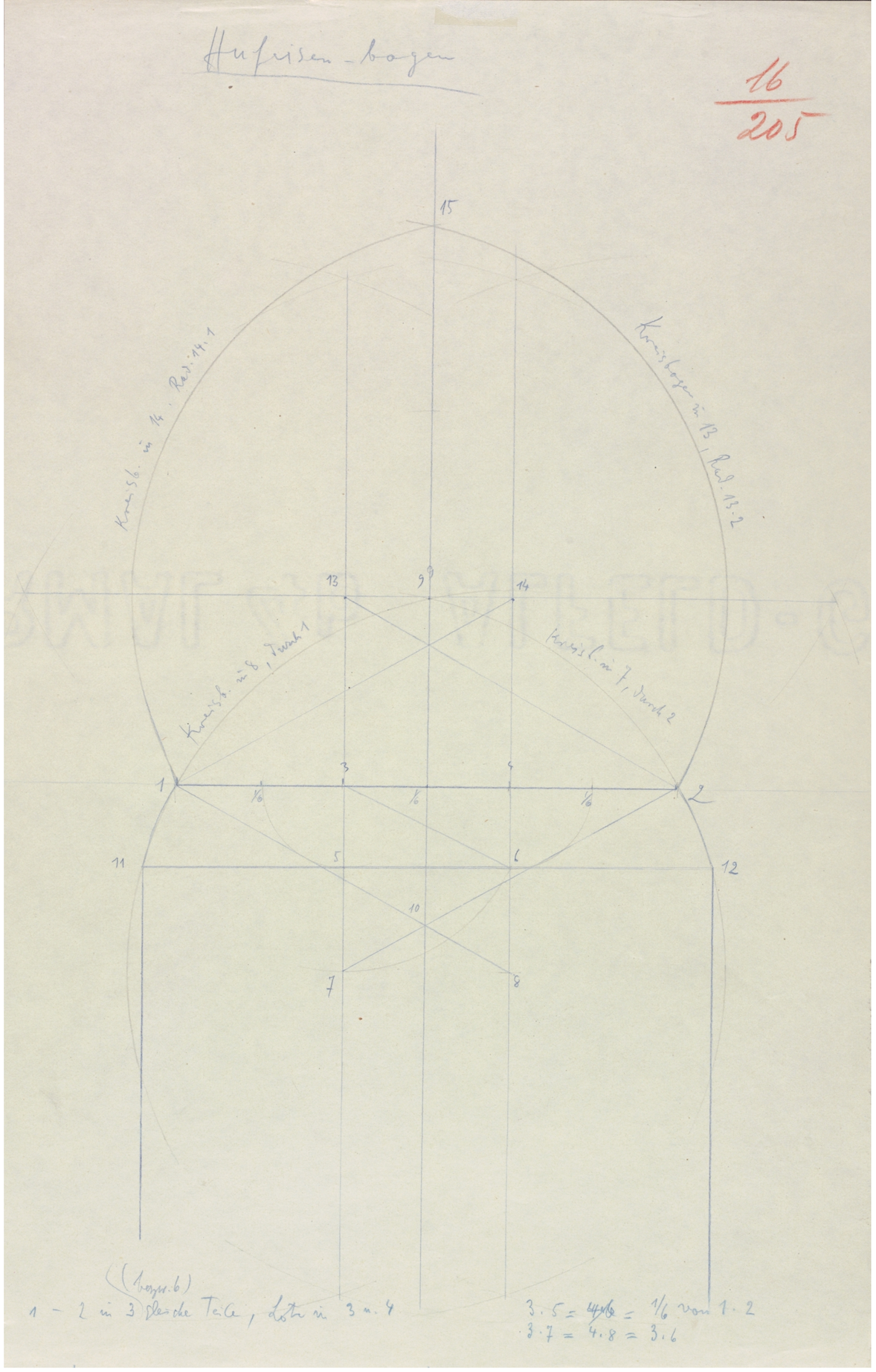
Hufeisenbogen

Kreisbogen in 5

Kreisbogen in 3

parallel zu 1 · 2 Abstand davon nach Wahl


Hufeisenbogen
16
204
Kreisbogen in 5
Kreisbogen in 6
Kreis 6 in 6 liefert 8
Centr
Centr
Centr
Centr
Kreisbogen in 1
Kreisb in 2
1 – 2 in 6 gleiche Teile



Hufeisenbogen

Kreisb. in 14 Rad: 14.1

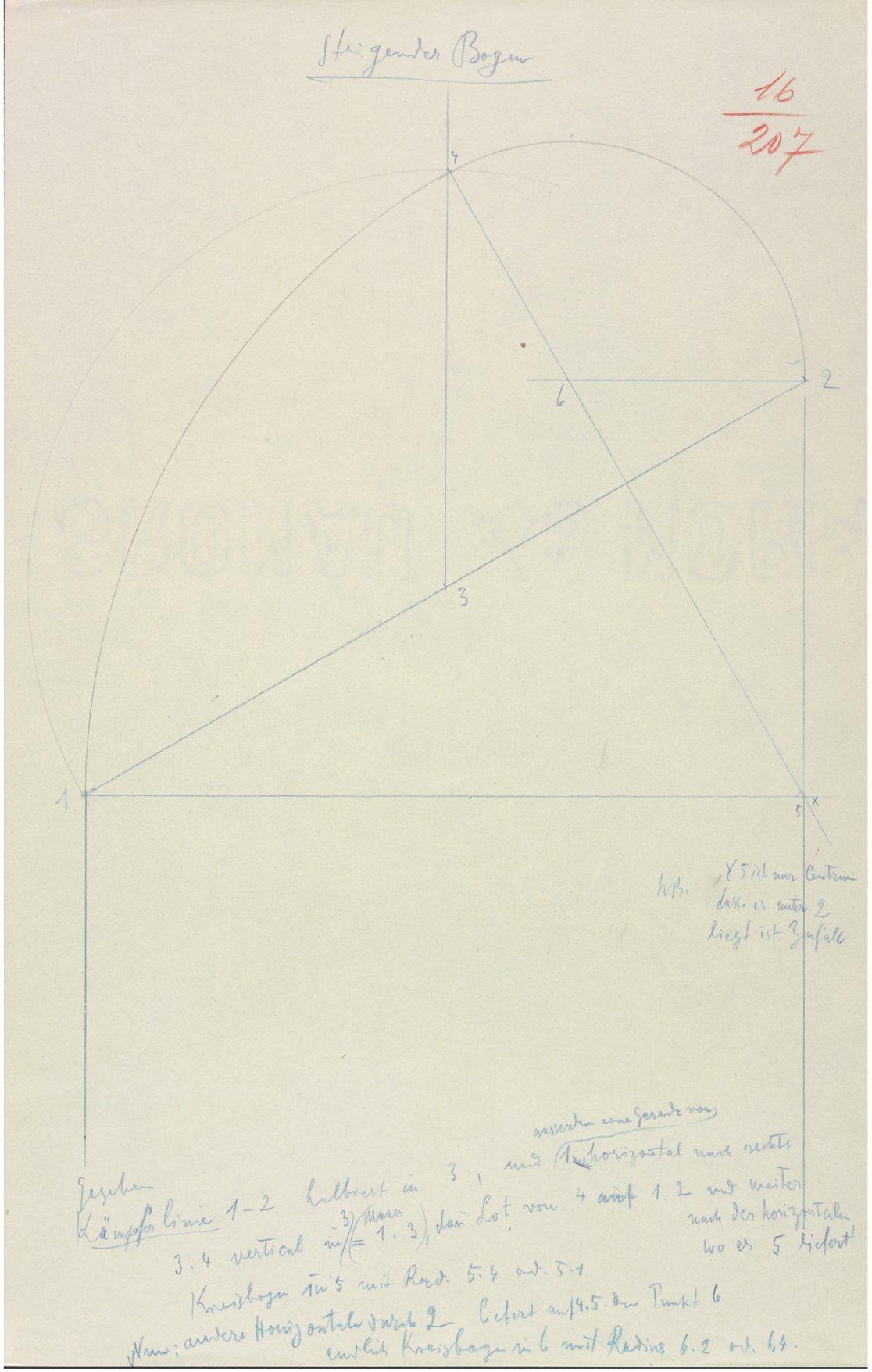
Kreisbogen in 13, Rad. 13.2

Kreisb. in 8, durch 1

Kreisb. in 7, durch 2

1 – 2 in 3 (bezw. 6)[1] gleiche Teile, Lote in 3 u. 4

[1] \(bezw. 6)/



Steigender Bogen

NB. X5 ist nur Centrum
dass es unter 2
liegt ist Zufall

Gegeben
Kämpferische Linie 1 – 2 halbiert in 3, und ausserdem eine Gerade von[1] 1[2] horizontal nach rechts
3 · 4 vertical in 3[3] (Maass[4] = 1 · 3), dann Lot von 4 auf 1 2 und weiter
nach der horizontalen
wo es 5 liefert
Kreisbogen in 5 mit Rad. 5 · 4 od. 5 · 1
Nur: andere Horizontale durch 2 liefert auf 4 · 5 den Punkt 6
endlich Kreisbogen in 6 mit Radius 6 · 2 od. 6 · 4

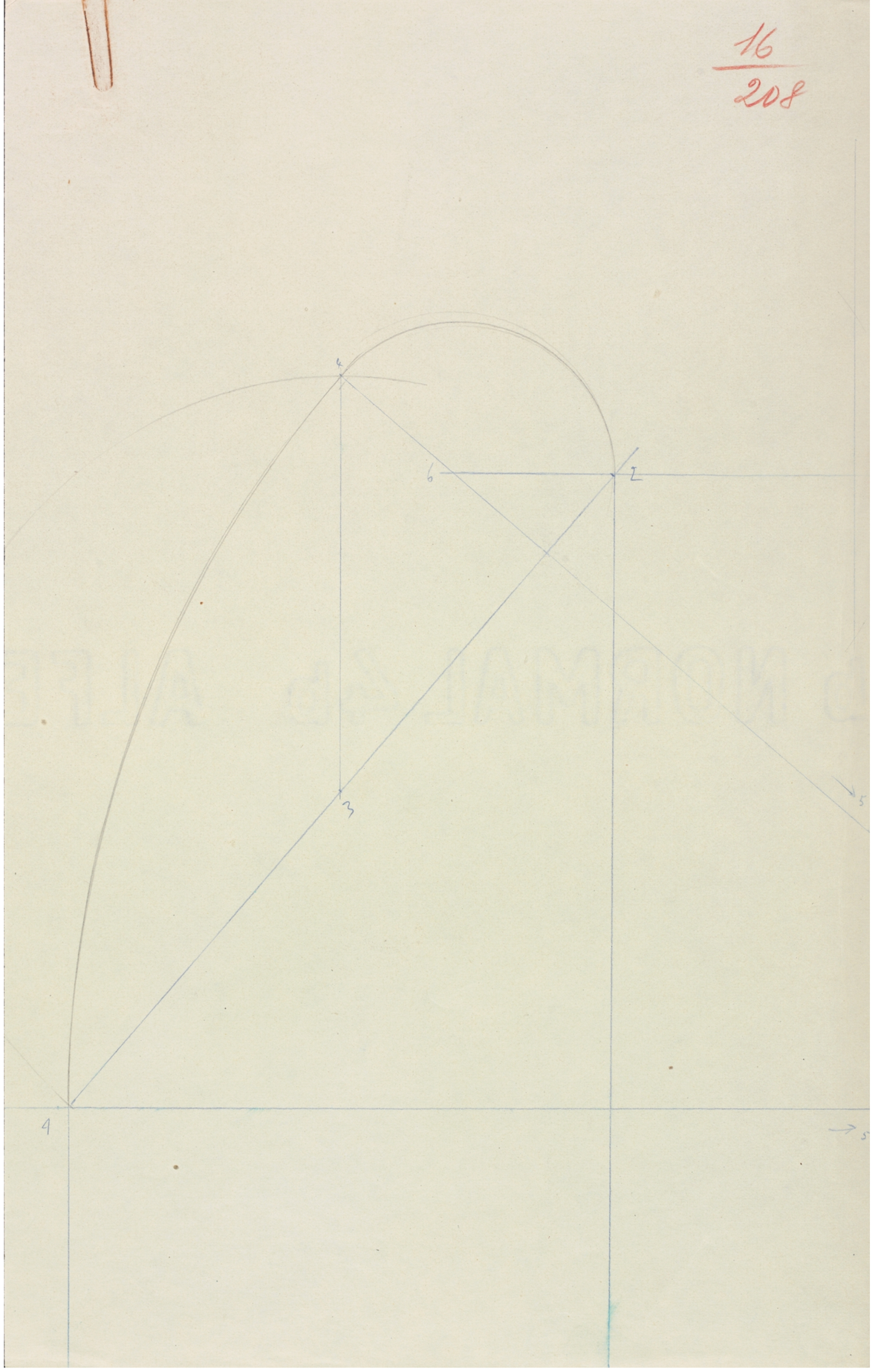
[1] \ ausserdem eine Gerade von /

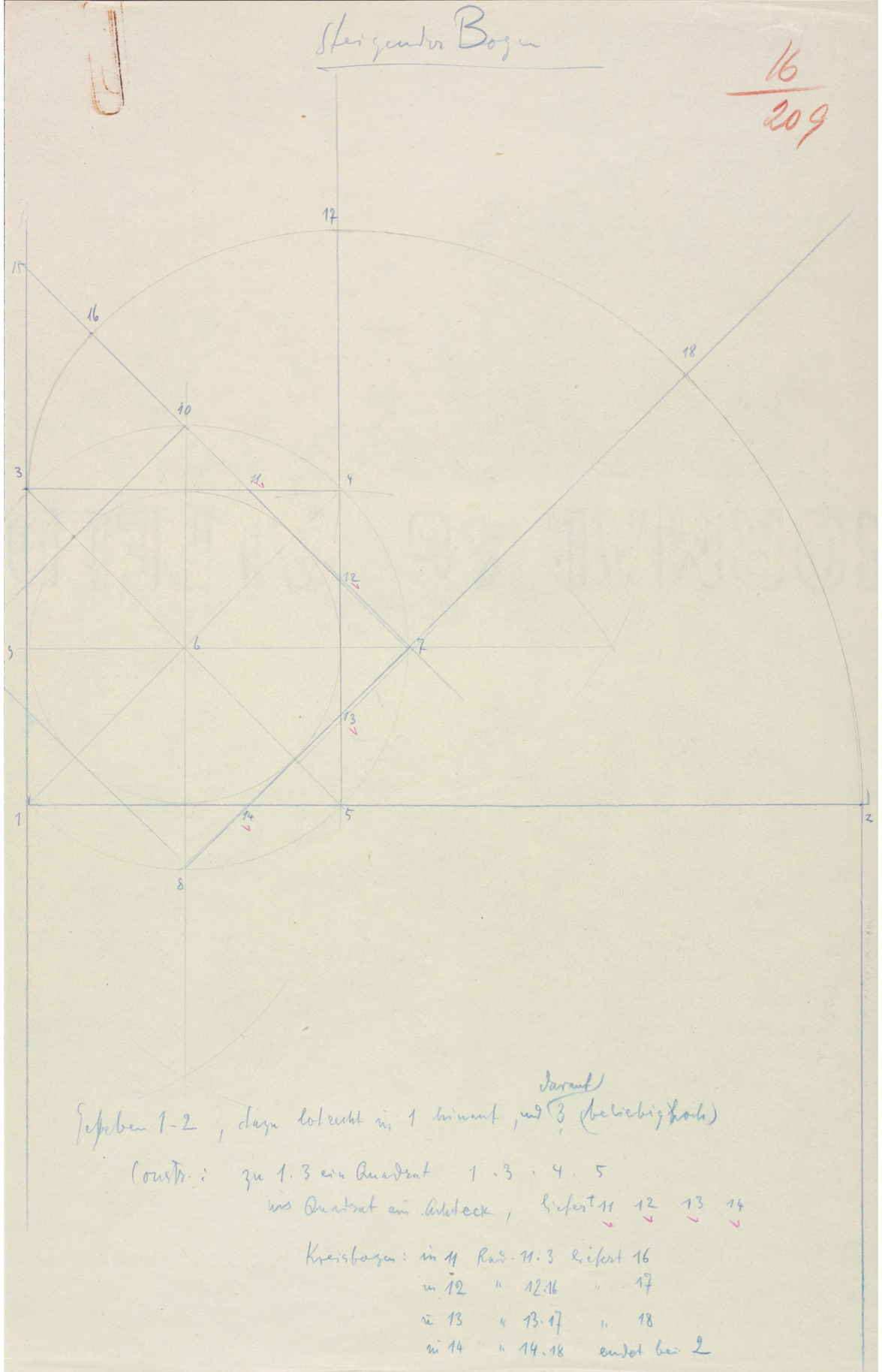
[2] 1 ~~nach~~

[3] \ 3 /

[4] \ Maass /

16
208





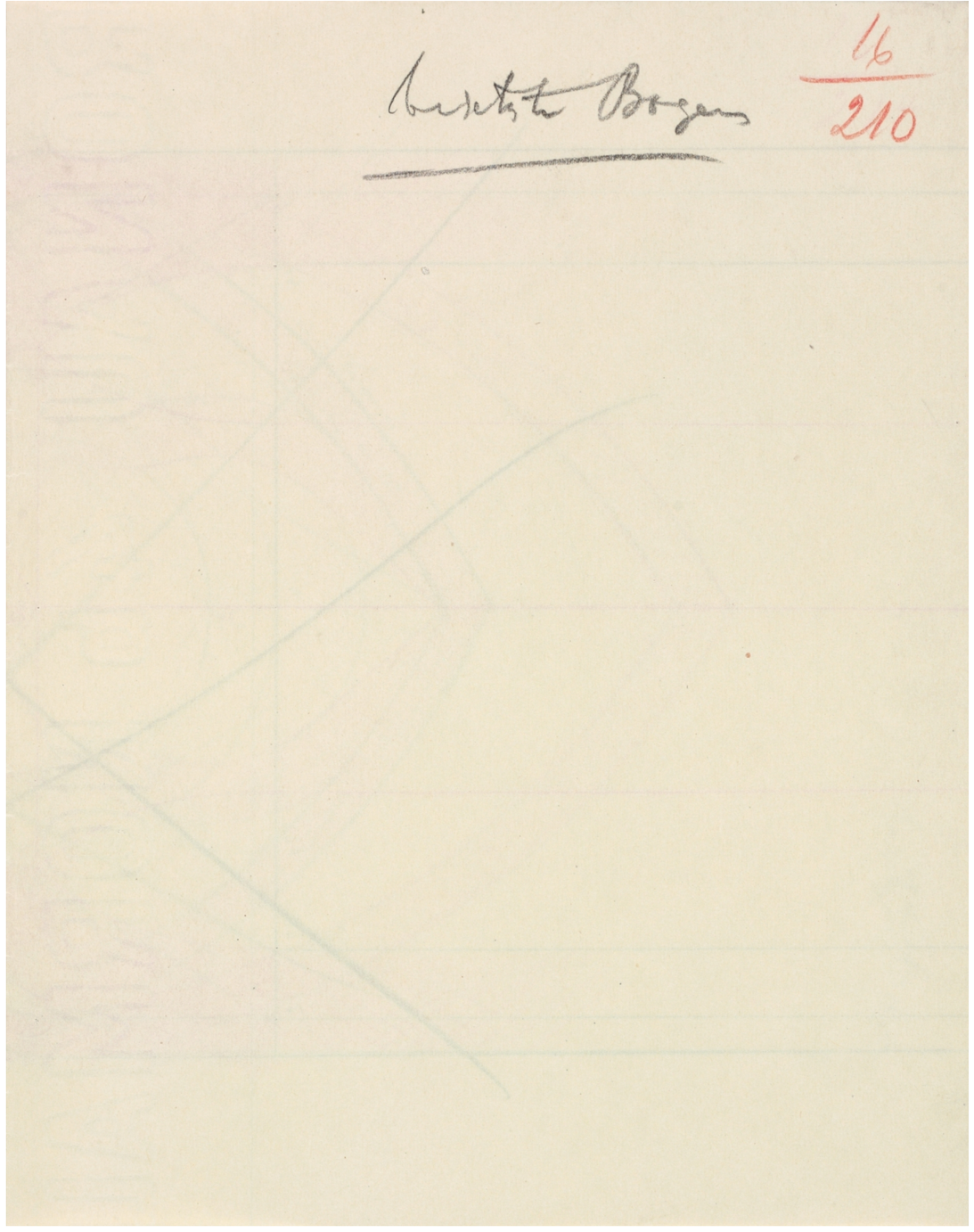
steigender Bogen

Gegeben 1 – 2, dazu lotrecht in 1 hinauf, und darauf[1] 3 (beliebig hoch)

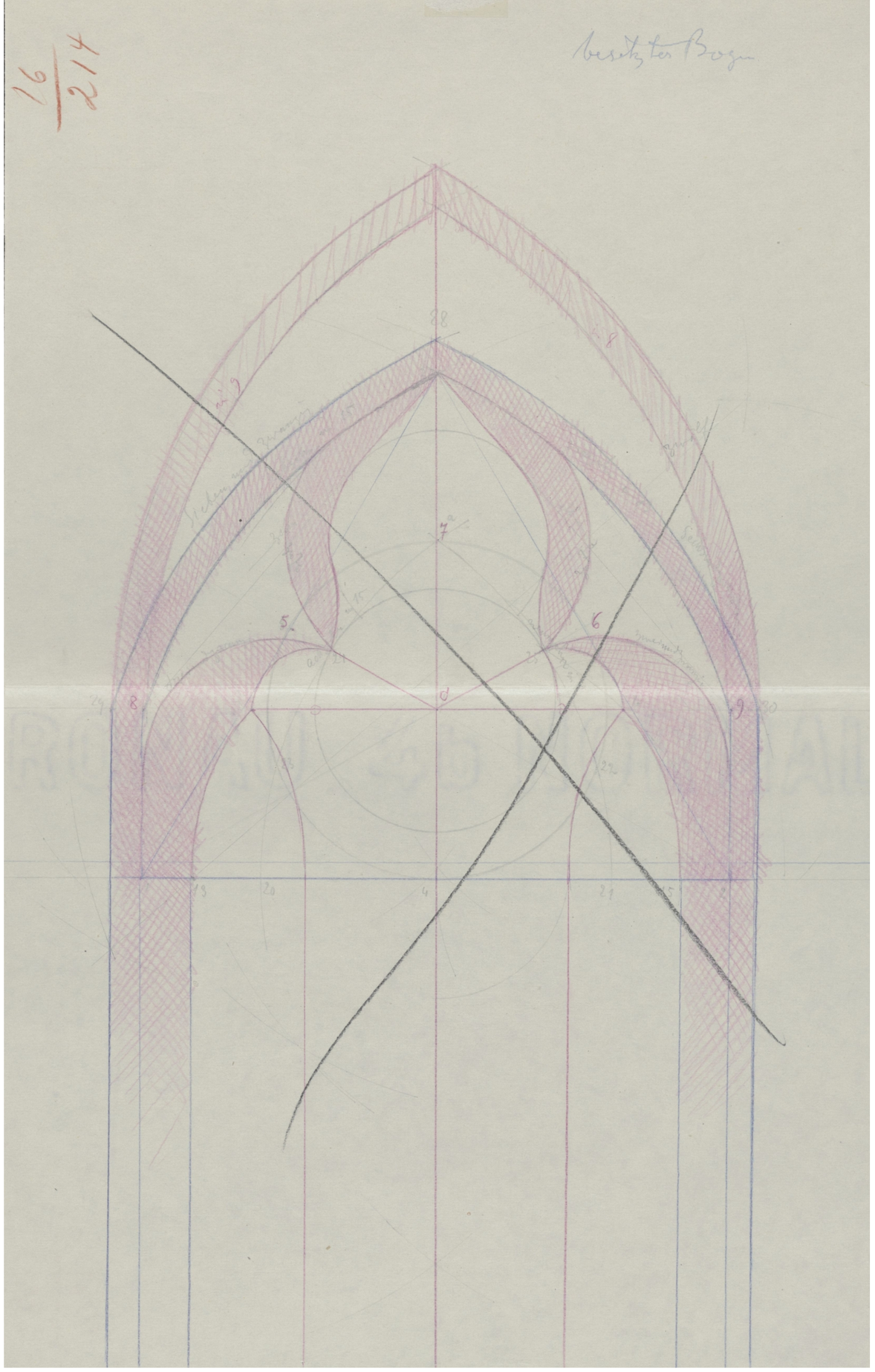
Constr.: zu 1 · 3 ein Quadrat 1 · 3 · 4 · 5
ein Quadrat ein Achteck, liefert 11 12 13 14

Kreisbogen: in 11 Rad. 11 · 3 liefert 16
in 12 " 12 · 16 " 17
in 13 " 13 · 17 " 18
in 14 14 · 18 endet bei 2

[1] \ darauf /



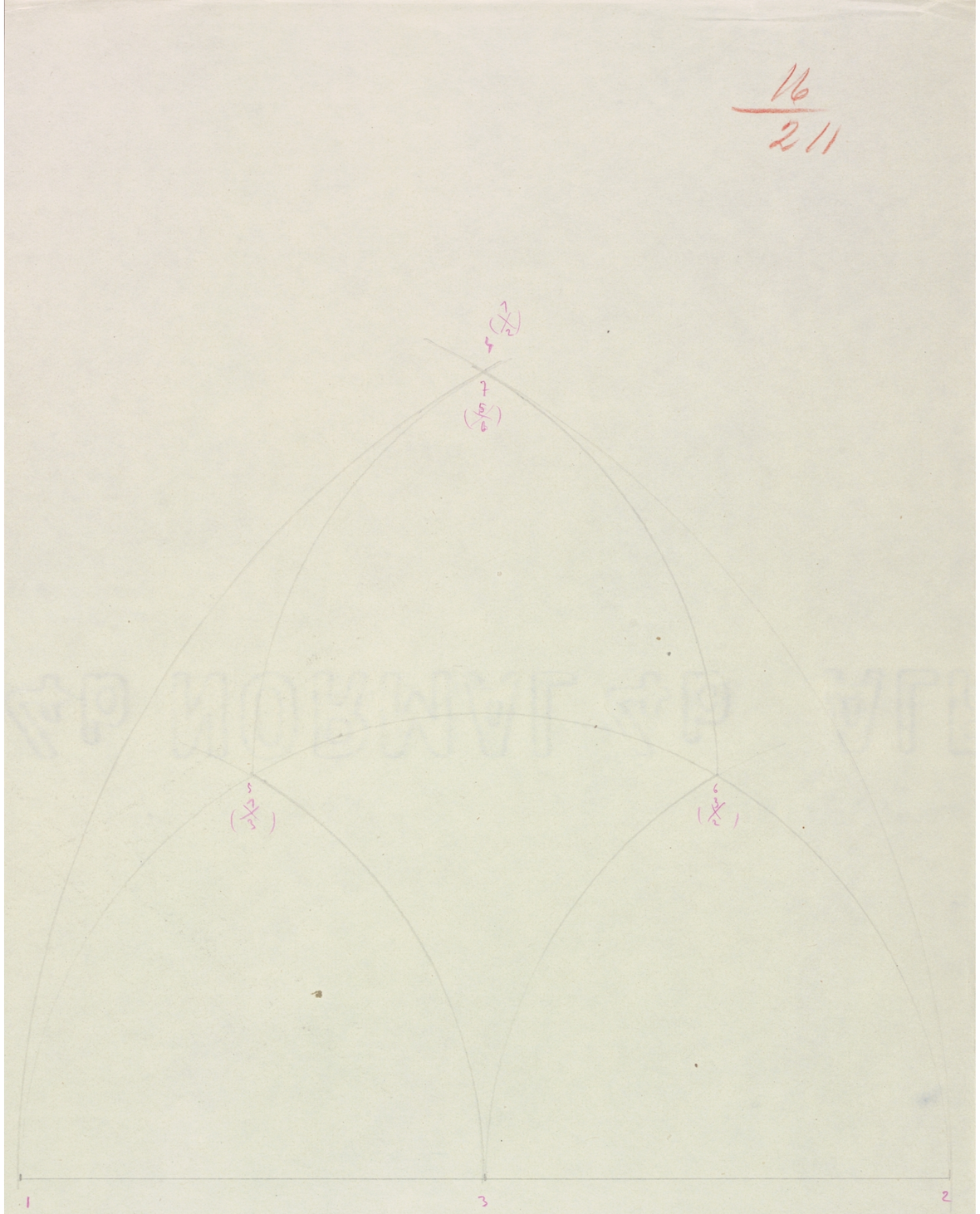
besetzte Bogen

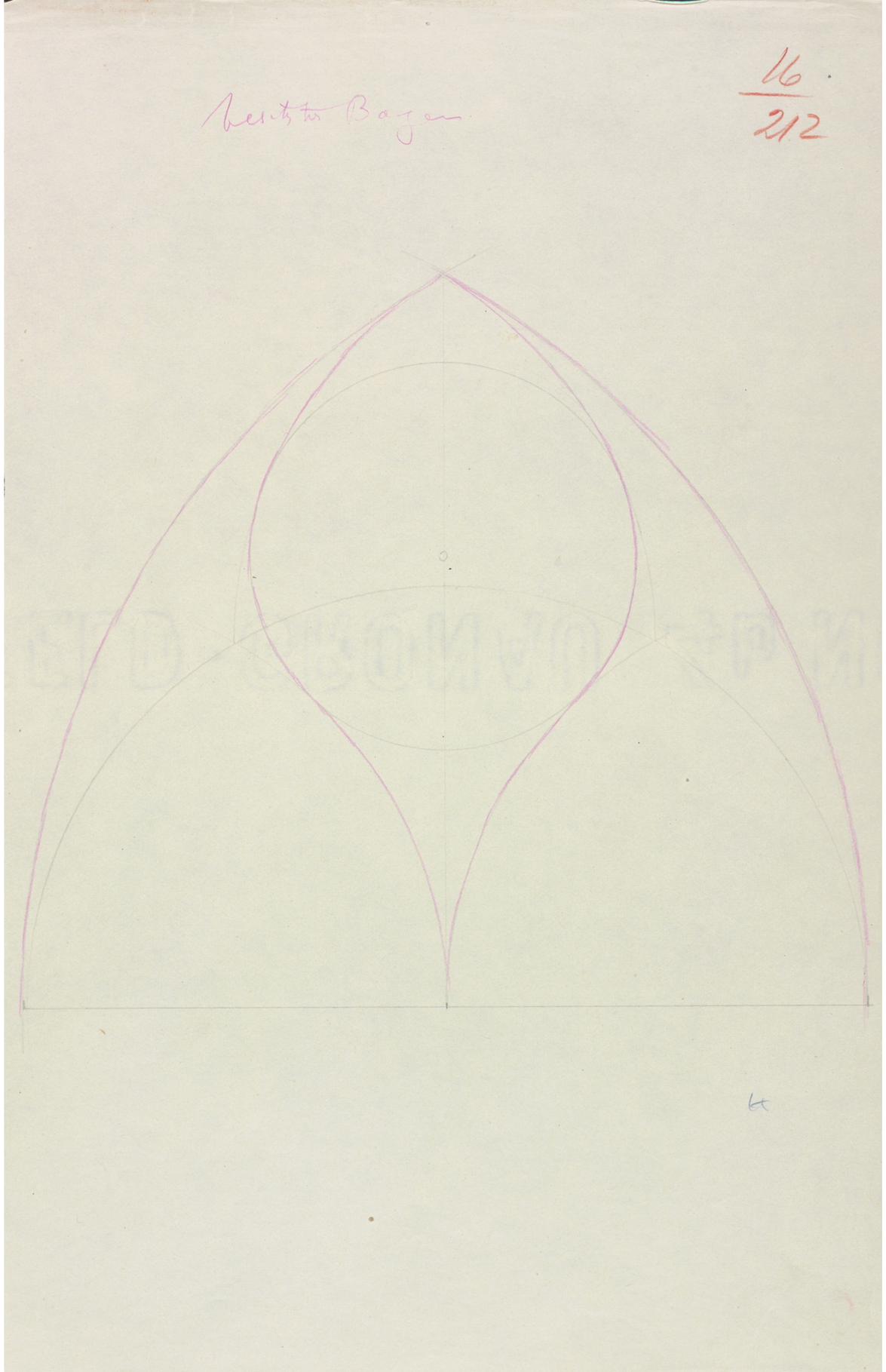


besetzter Bogen[1]

[1] *Zeichnung durchgestrichen*

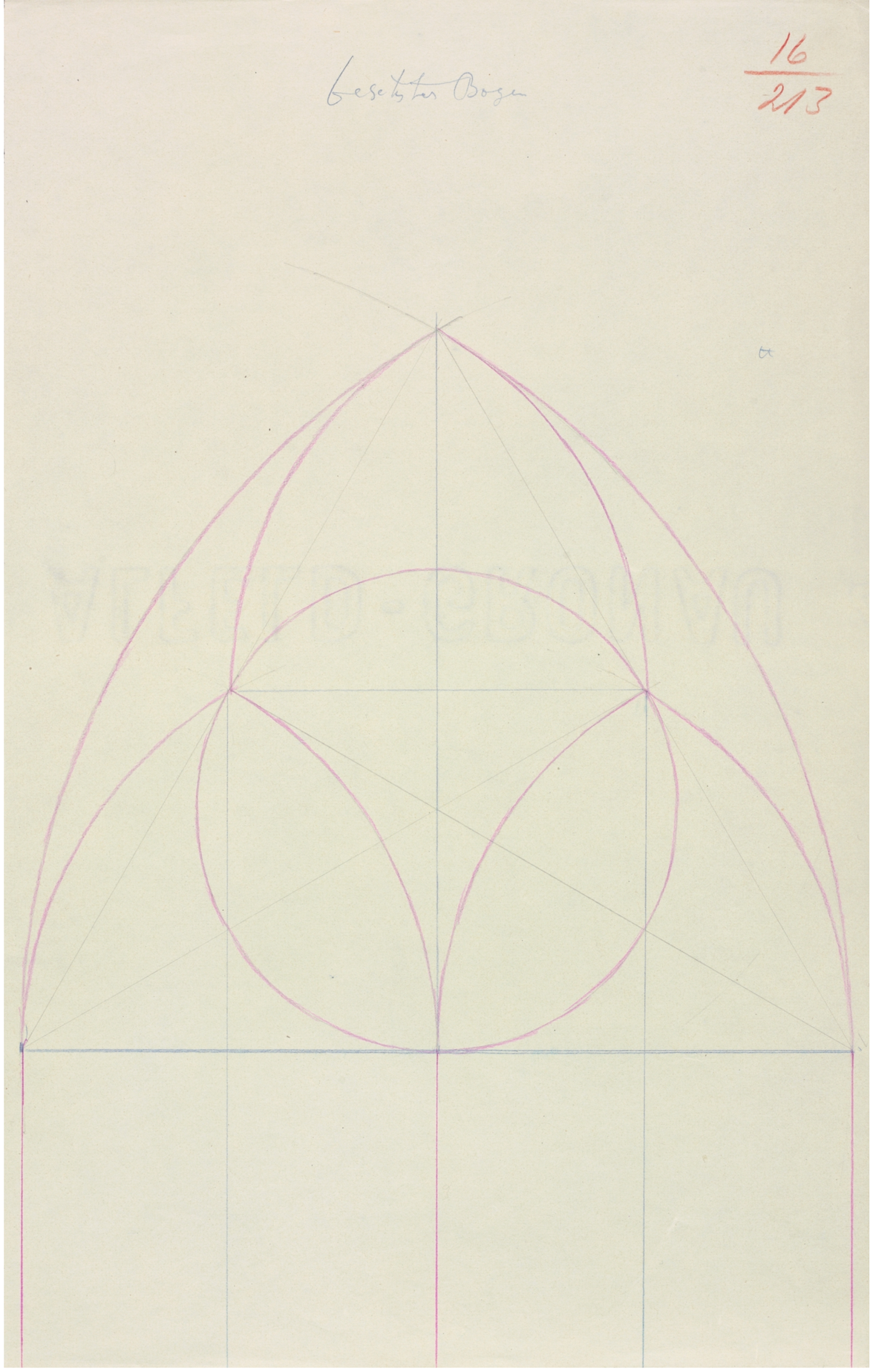
16
21

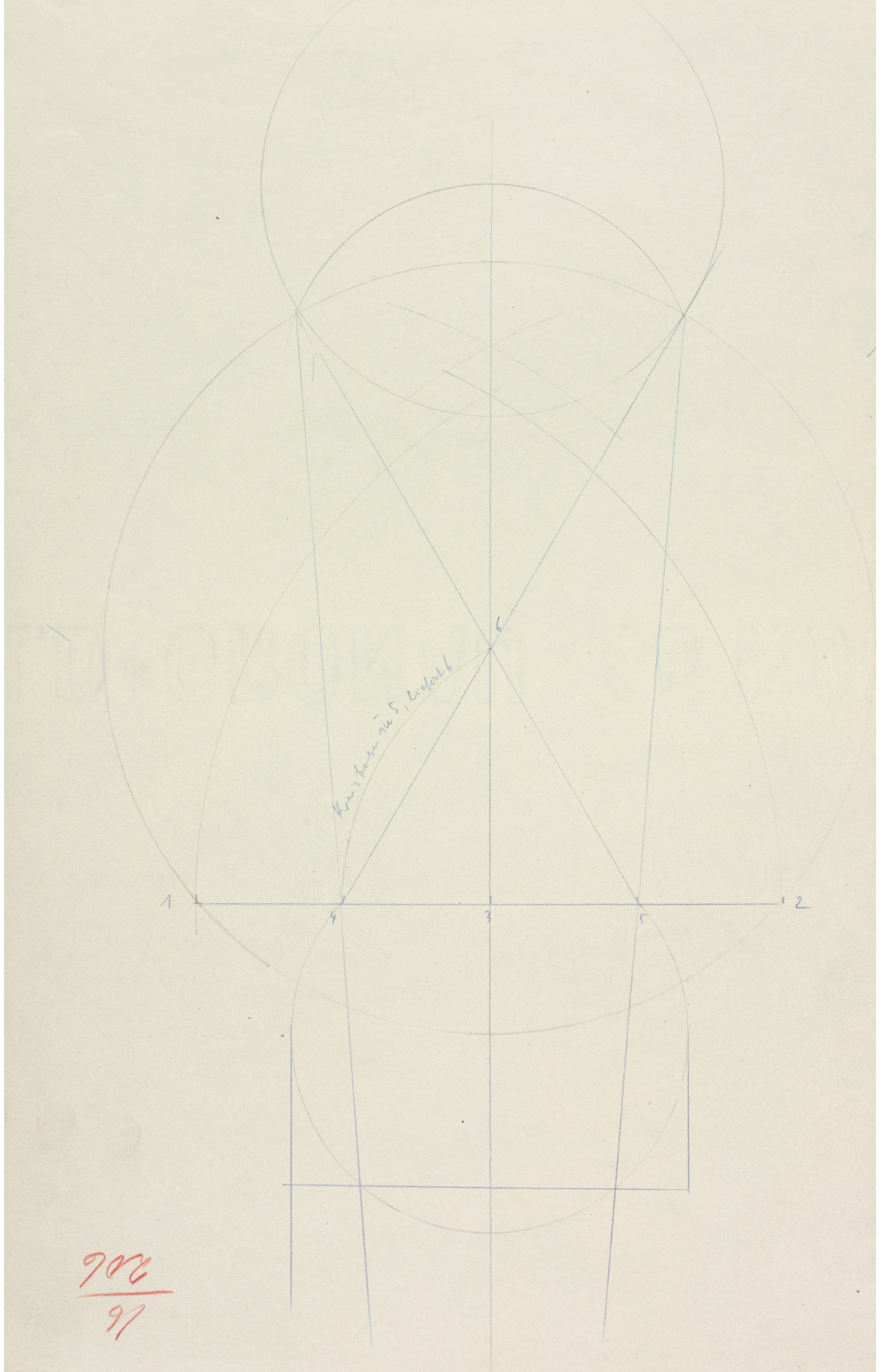




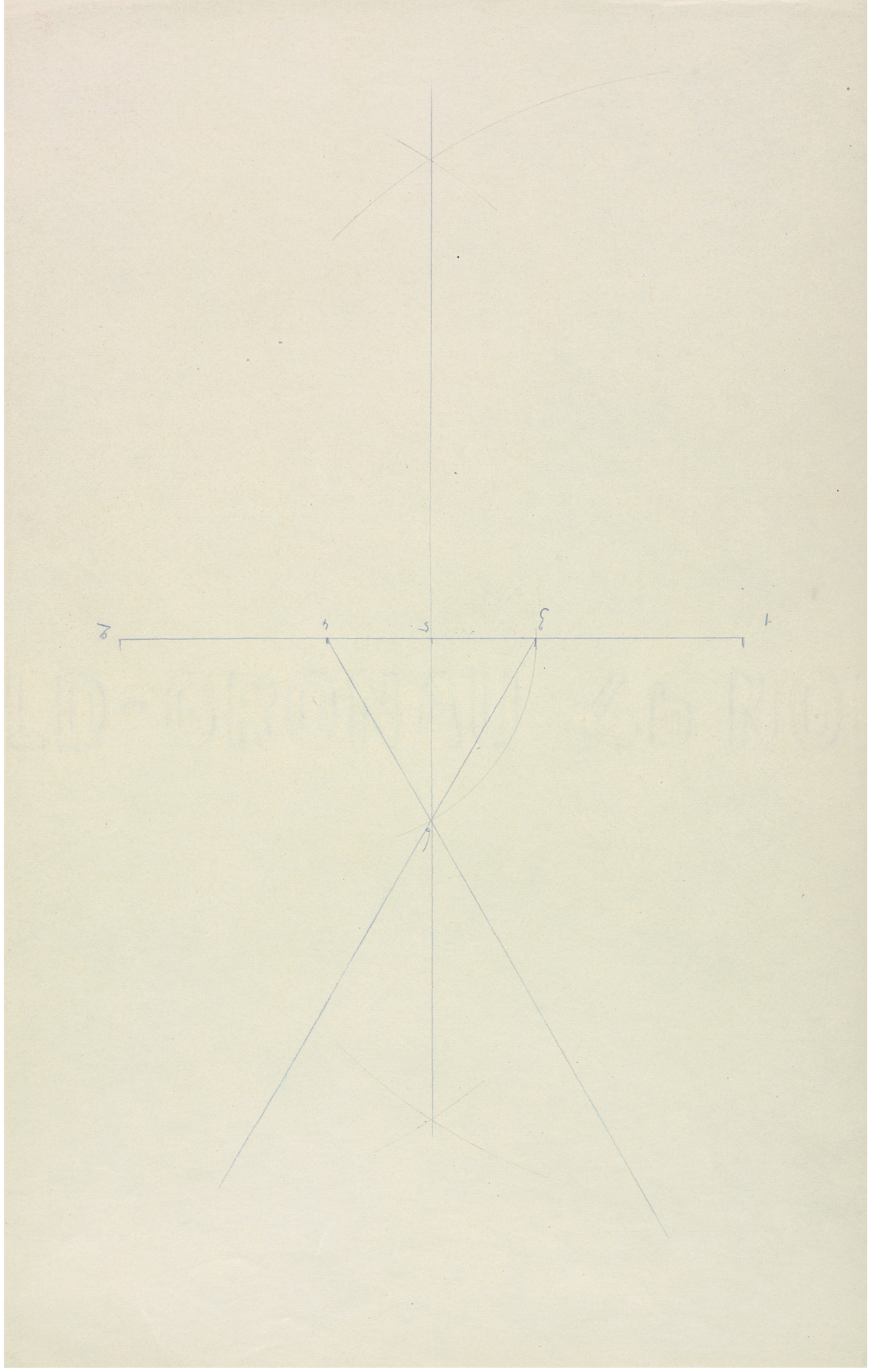
besetzter Bogen

besetzter Bogen





Kreisbogen in 5, liefert 6


8
4
5
3
1

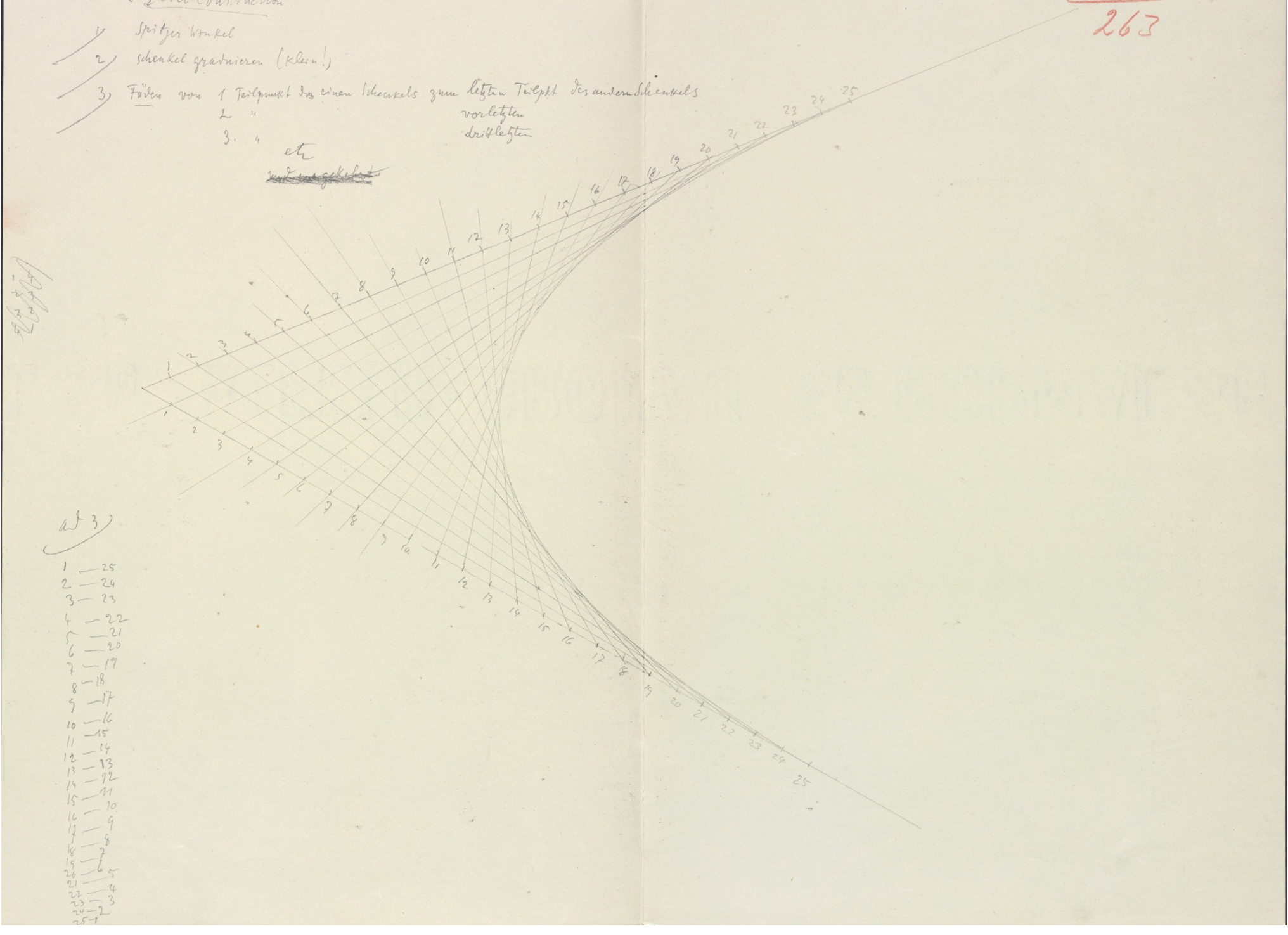
Parabel

Parabelconstruction

1, Spitzer Winkel

2, Schenkel graduieren (klein!)

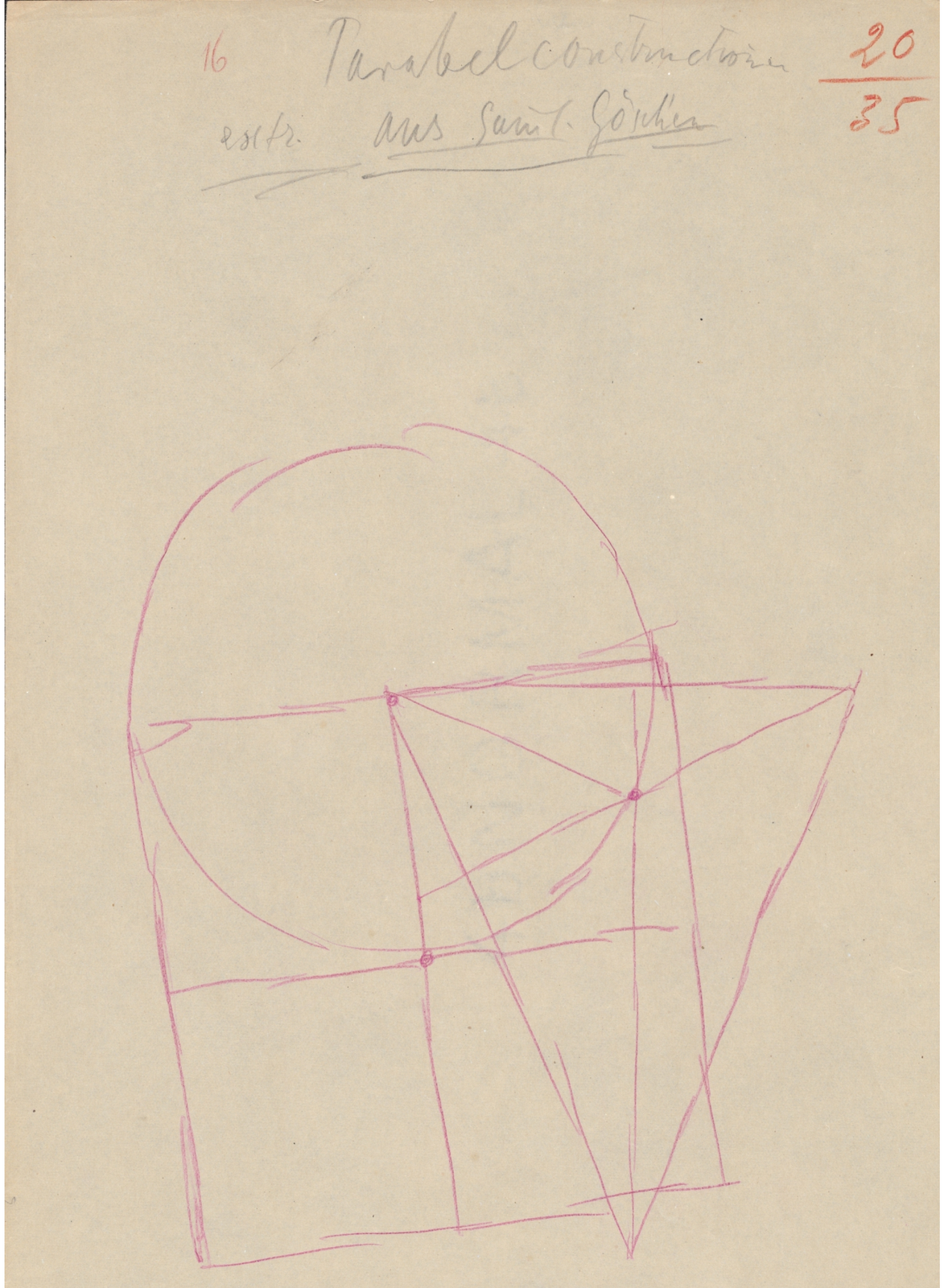
3, Fäden von 1 Teilpunkt des einen Schenkels zum letzten Teil des anderen Schenkels
2 " vorletzten
3 " drittletzten
etc[1]



[1] *unterhalb durchgestrichen* ~~und umgekehrt~~

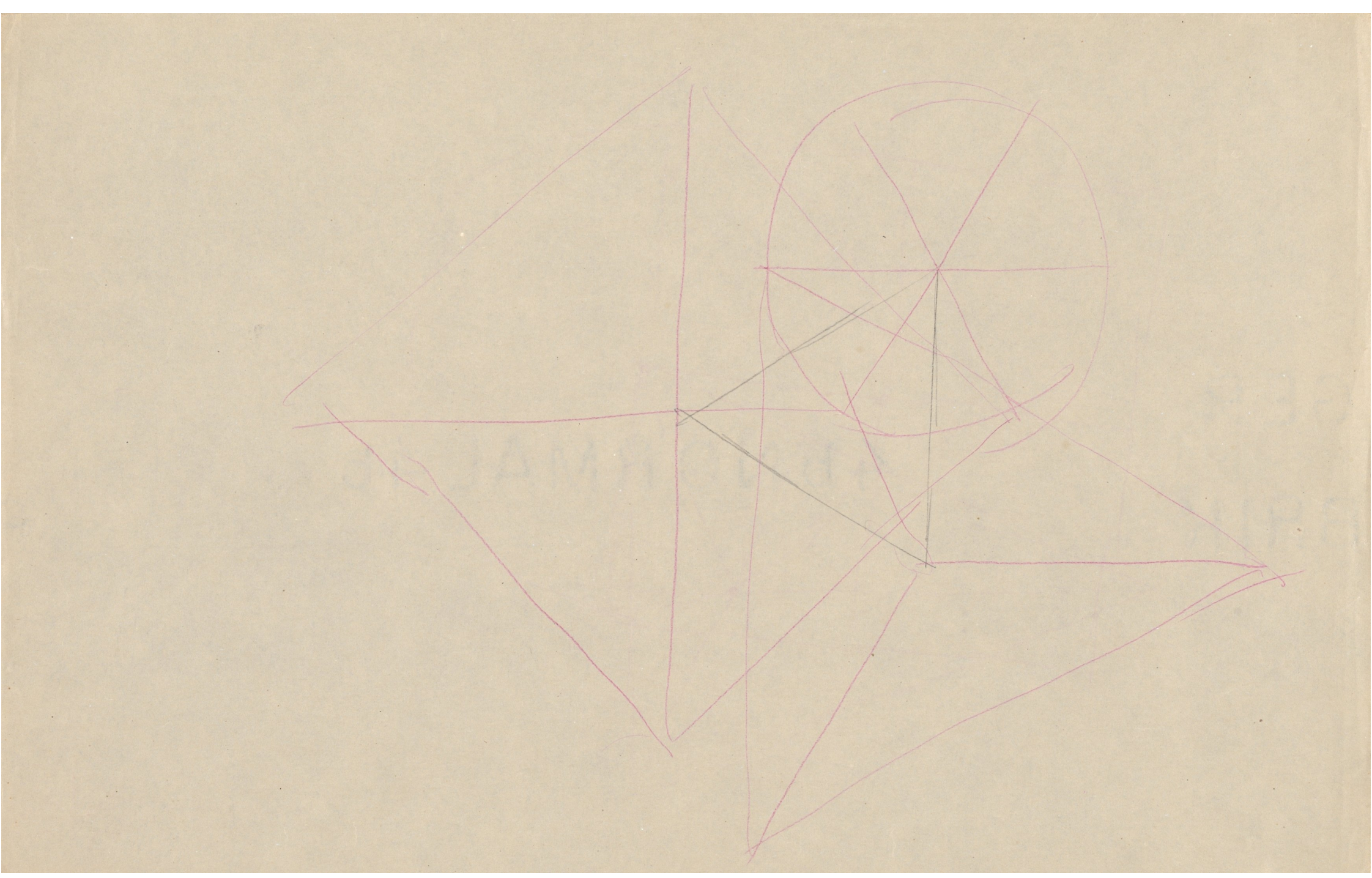
16 Parabelconstructionen 20/35

extr. aus Samml. Göschen

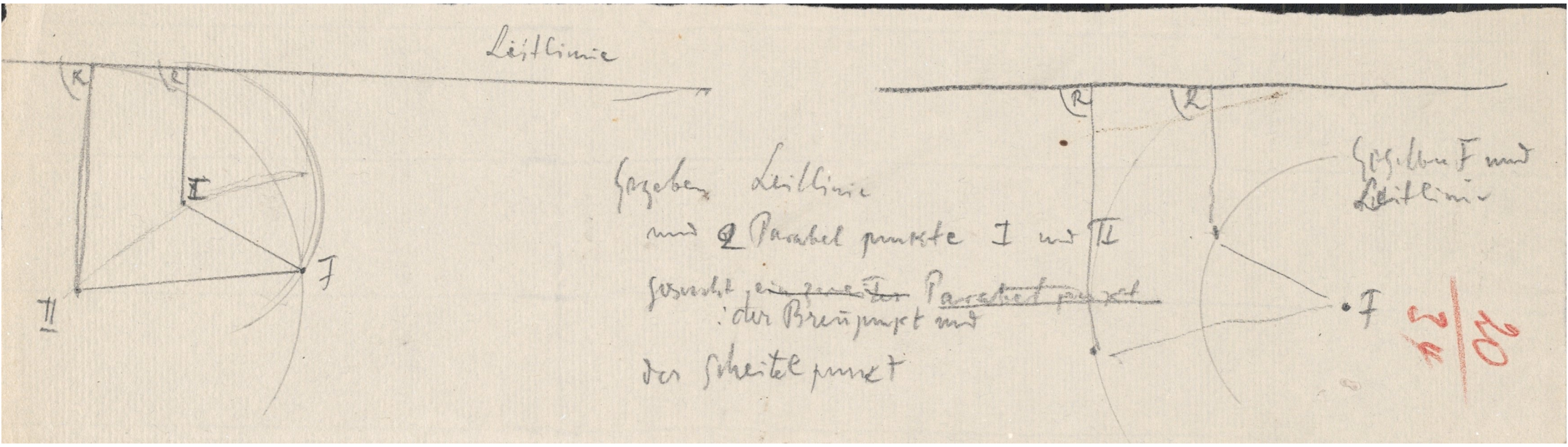


16 Parabelconstructionen

extr. aus Samml. Göschen



Paul Klee, II.16 Kegelschnitte, BG II.16/239



Leitlinie

gegeben Leitlinie

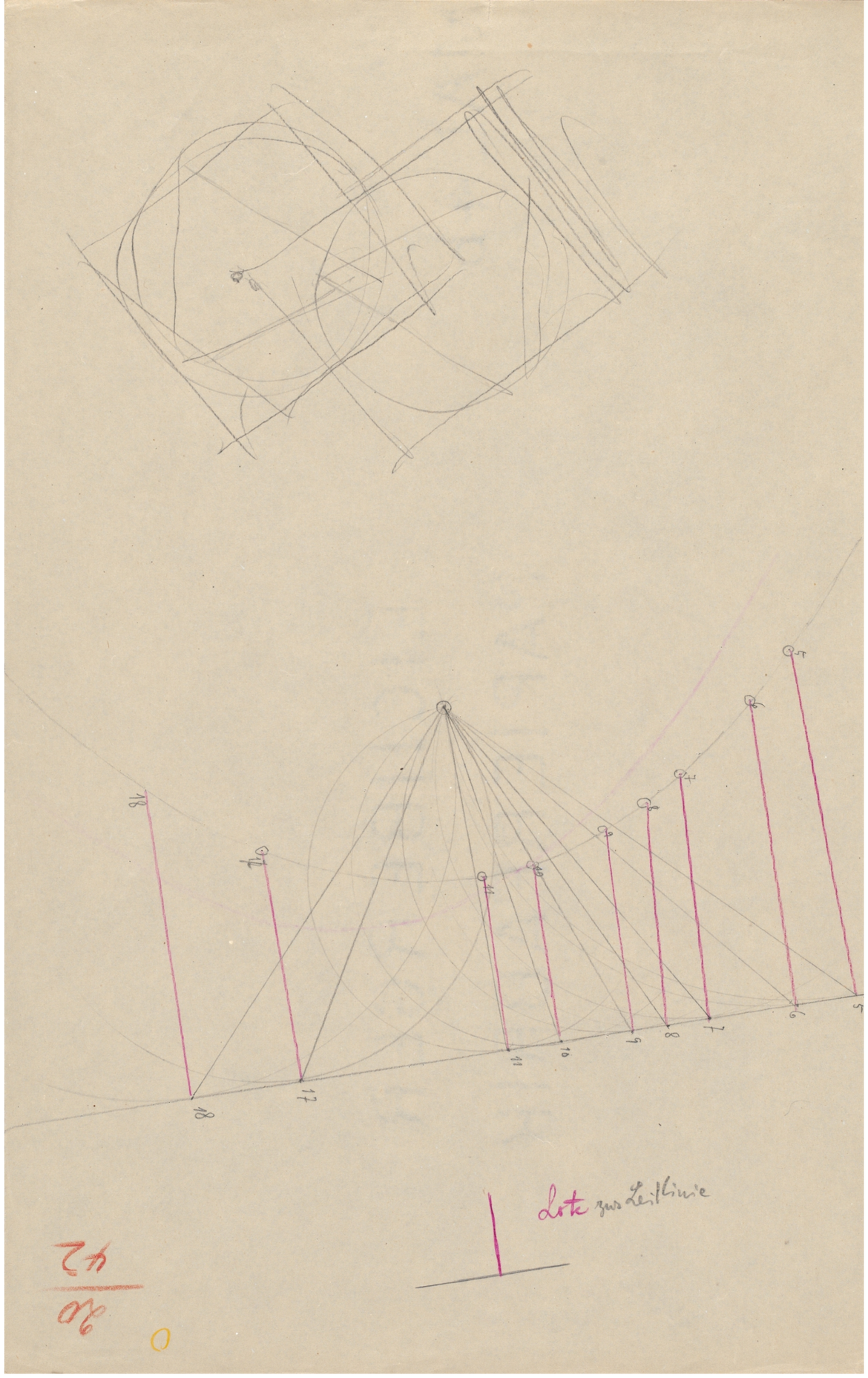
und 2 Parabelpunkte I und II

gesucht der Brennpunkt und [1]

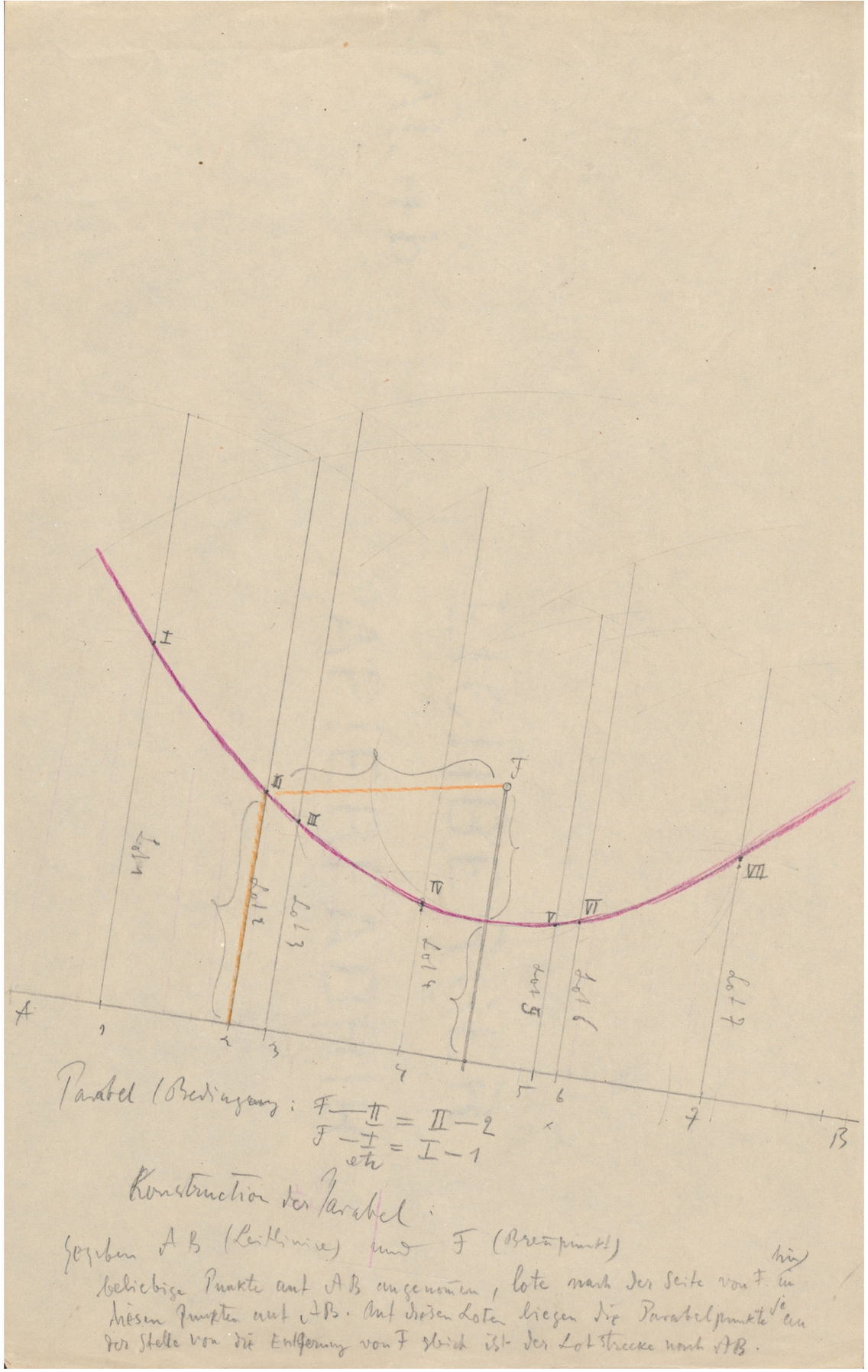
der Scheitelpunkt

Gegeben F und Leitlinie

[1] ~~ein zweiter Parabelpunkt~~ / der Brennpunkt und \



Lote zur Leitlinie



Parabel / Bedingung: F – II = II – 2
F – I = I – 1
etc

Konstruction der Parabel:

gegeben AB (Leitlinie) und F (Brennpunkt)
beliebige Punkte auf AB angenommen, Lote nach der Seite von F hin[1] in diesen Punkten auf AB. Auf diesen Loten liegen die Parabelpunkte je[2] an der Stelle von *der* die Entfernung von F gleich ist der Lotstrecke nach AB.

[1] \ hin /

[2] \ je /

PN14 16

16 Parabel

„ein Kegelschnitt, der entsteht, wenn ein Kreiskegel von einer Ebene parallel zu einer Mantellinie geschnitten wird. “

mechanisch definierbar als Spannung(vollzugs) vorgang
zwischen einem beweglichen Punkt einerseits und einer festen Linie (Gerade) andererseits
einer Seite einem festen Punkt und

16b

Parabel

„ein Kegelschnitt, der entsteht, wenn ein Kreiskegel von einer Ebene parallel zu[1] einer Mantellinie geschnitten wird.““

mechanisch definierbar als Spannun(vollzugs) vorgang

zwischen einem beweglichen[2] Punkt einerseits[3] und einem festen Punkt und[4] einer festen[5] Linie (Gerade) andererseits

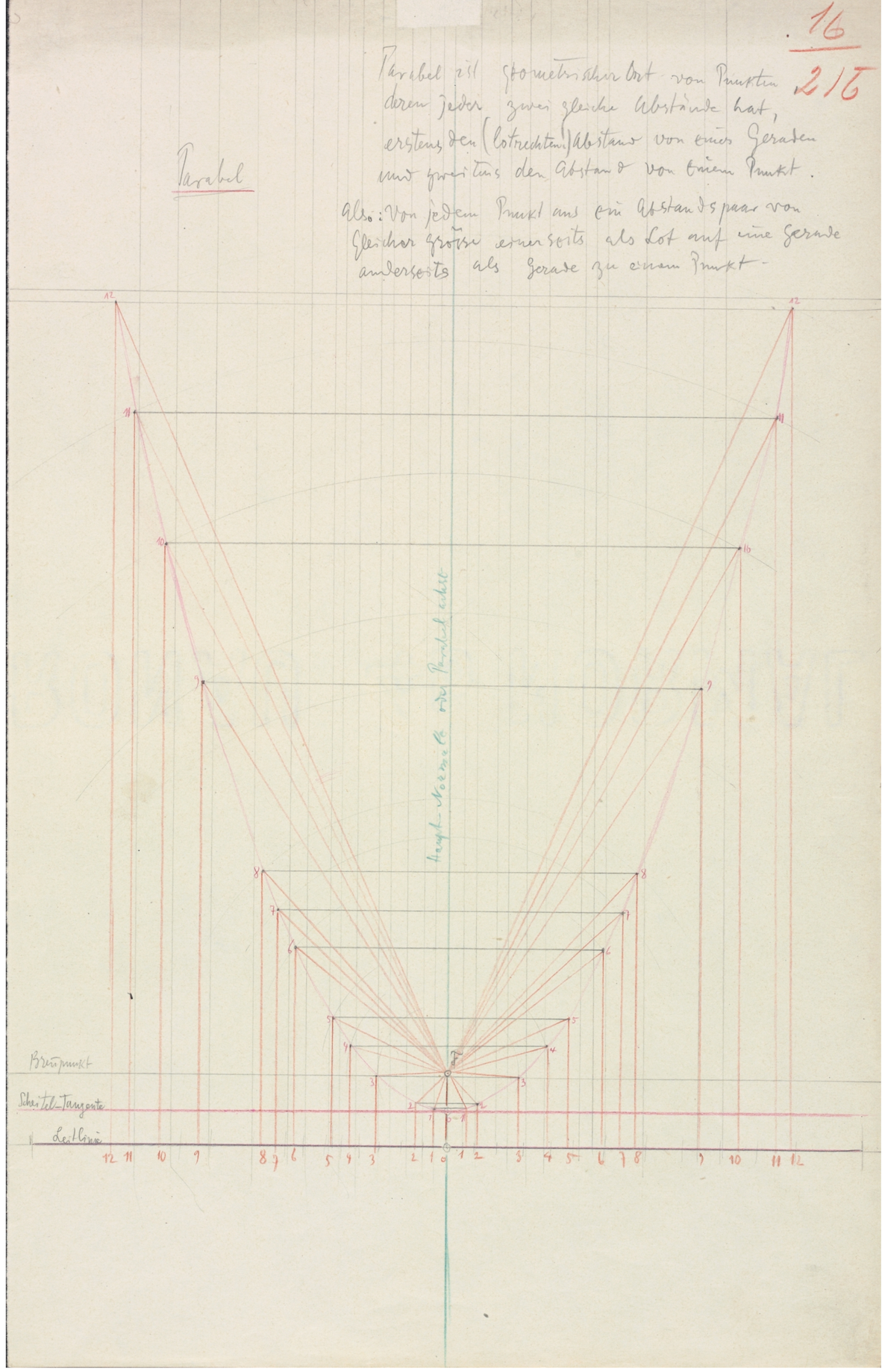
[1] \ zu /

[2] / beweglichen \

[3] / einerseits \

[4] / einem festen Punkt und \

[5] / festen \



Parabel

Parabel ist geometrischer Ort von Punkten,
deren jeder zwei gleiche Abstände hat,
erstens den (lotrechten) Abstand von einer Geraden
und zweitens den Abstand von einem Punkt.

Also: Von jedem Punkt aus eine Abstandspaar von
gleicher Grösse einerseits als Lot auf eine Gerade
andererseits als Gerade zu einem Punkt.

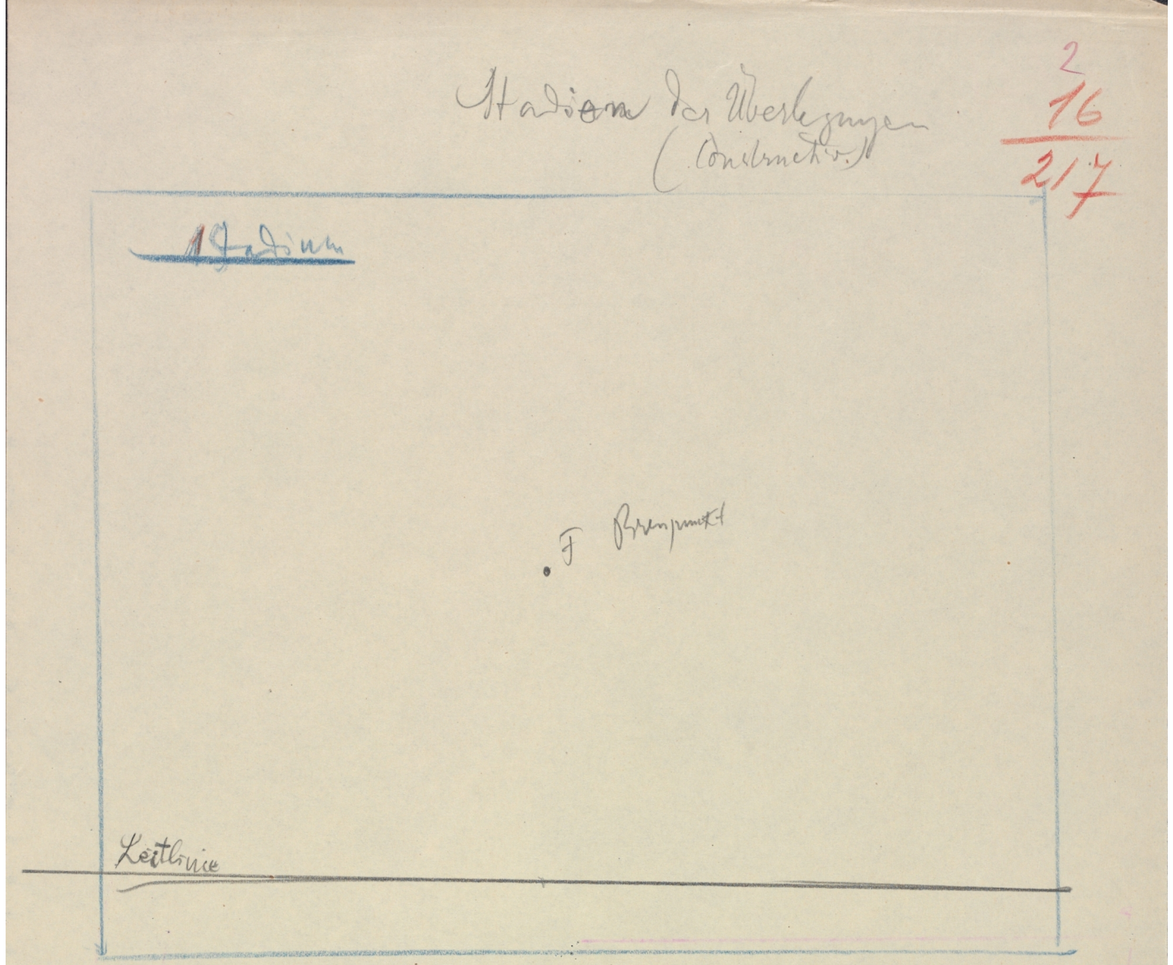
Haupt-Normale oder Parabelachse

Brennpunkt

Scheitel-Tangente

Lotlinie

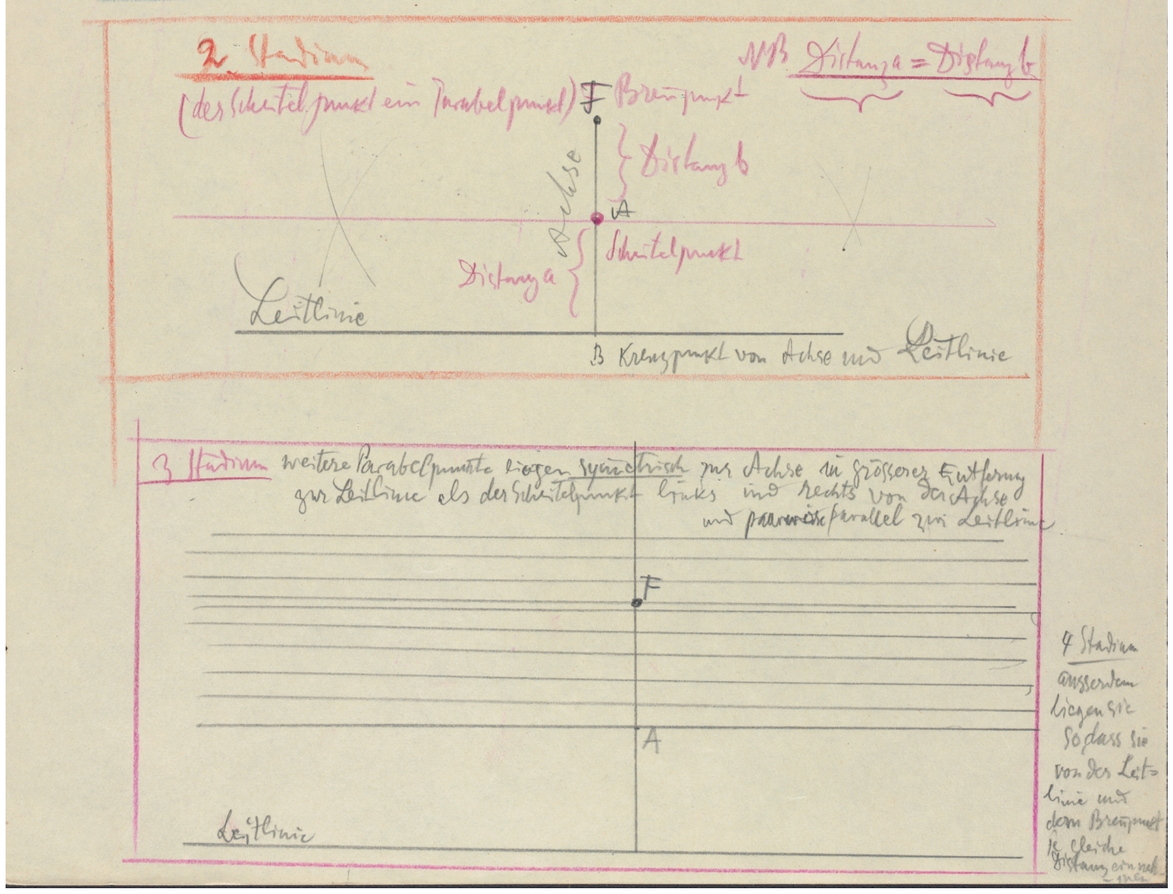
Stadien der Überlegungen
(constructiv)



1. Stadium

Brennpunkt
F

Leitlinie



2. Stadium
(der Scheitelpunkt ein Parabelpunkt) F Brennpunkt

NB Distanz a = Distanz b

Distanz b

Achse

Scheitelpunkt

Distanz b

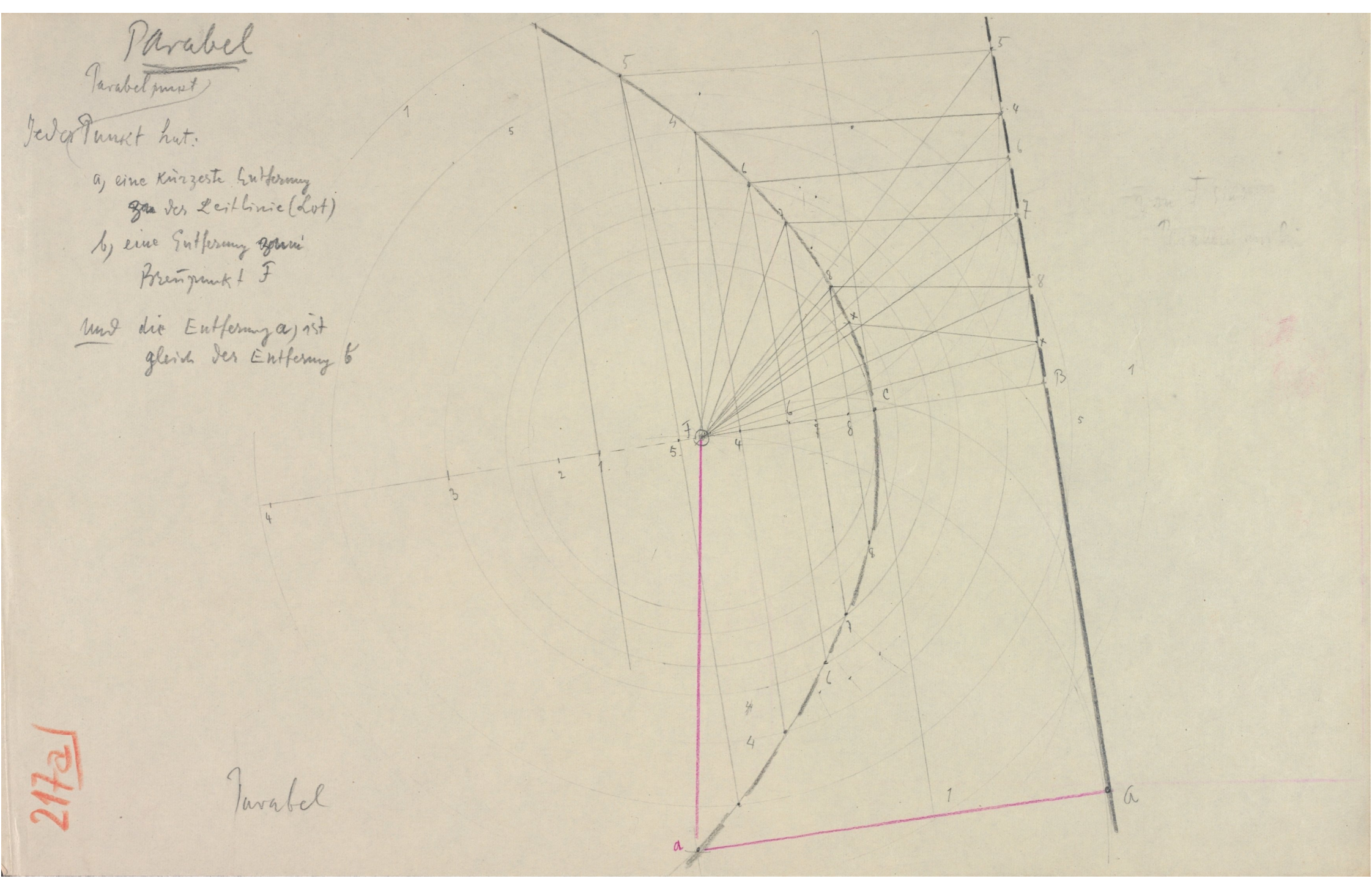
Leitlinie

B Kreuzpunkt von Achse und Leitlinie

3. Stadium weitere Parabelpunkte liege symmetrisch zur Achse in grösserer Entfernung zur Leitlinie als der Scheitelpunkt links und rechts von der Achse und paarweise parallel zur Leitlinie

Leitlinie

4. Stadium
ausserdem
liegen sie
so, dass sie
von der Leit=
linie und
dem Brennpunkt
je gleiche
Distanz einneh=
men



Parabel

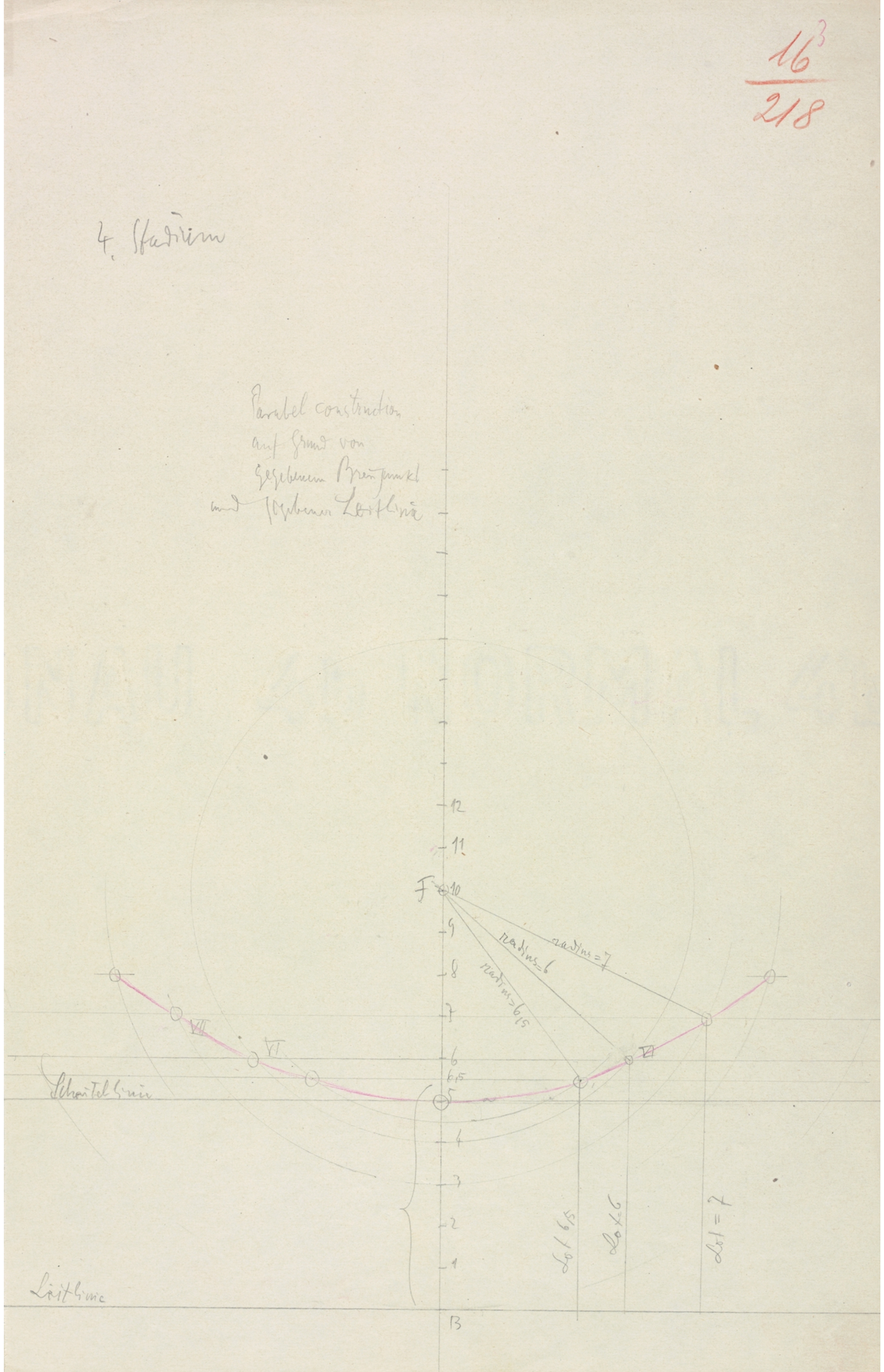
Jeder Parabelpunkt[1] Punkt hat:

a, eine kürzeste Entfernung
zu der Leitlinie (Lot)
b, die Entfernung a, ist
gleich der Entfernung b

und die Entferung a, ist
gleich der Entfernung b

Parabel

[1] \ Parabelpunkt /



4. Stadium

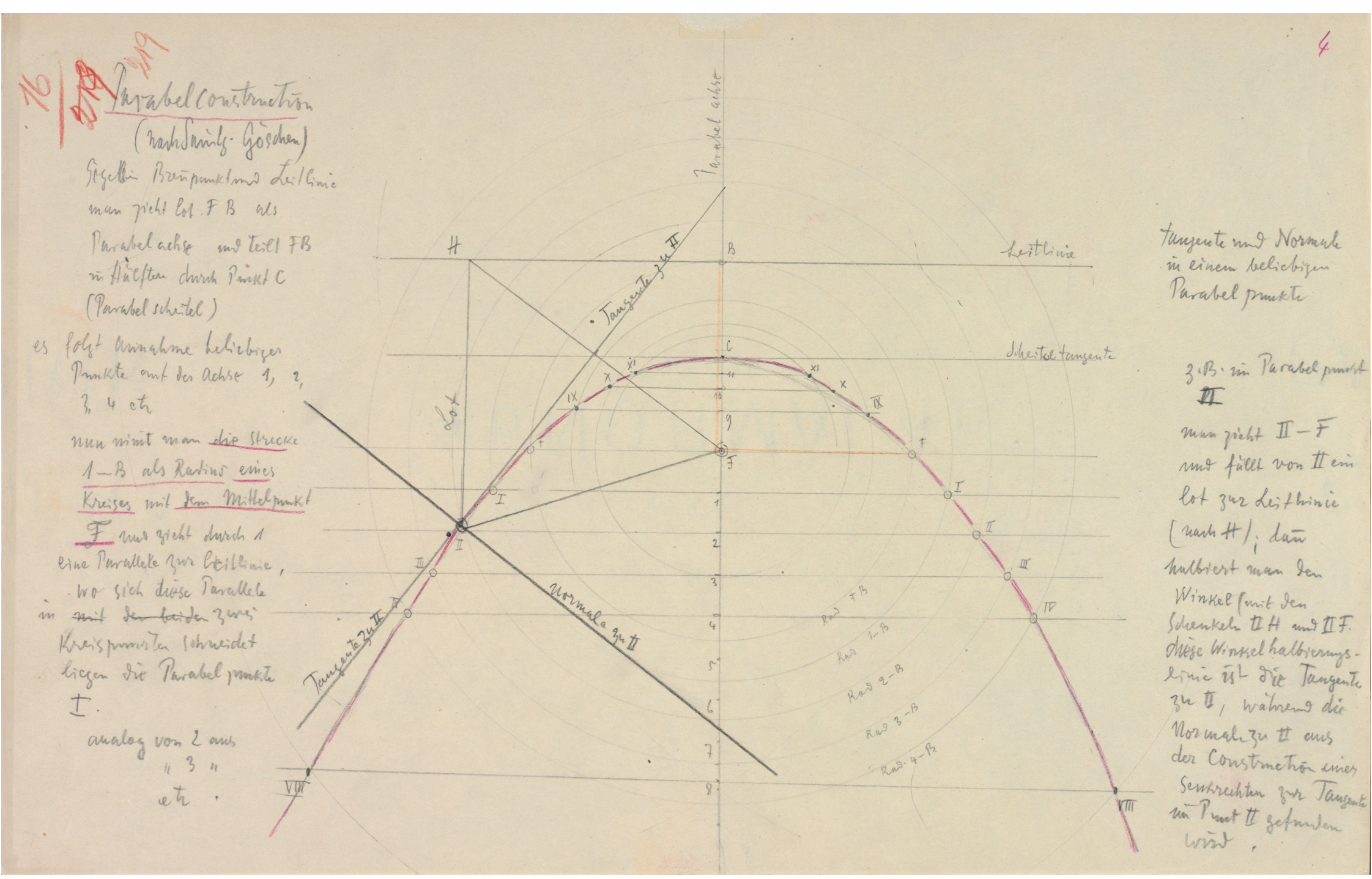
Parabelconstruction
auf Grund von
gegebenem Brennpunkt
und gegebener Leitlinie

radius = 7
radius = 6

radius = 6.5

Scheitellinie

Leitlinie



Parabelconstruction

(nach Sammlg. Göschen)

Gegeben Brennpunkt und Leitlinie

man zieht Lot F B als

Parabelachse und teilt F B

in Hälften durch Punkt C

(Parabelscheitel)

es folgt Annahme beliebiger

Punkte auf der Achse 1, 2,

3, 4 etc.

nun nimmt man <u>die Strecke</u>

<u>1 – B als Radius eines</u>

<u>Kreises</u> mit <u>dem Mittelpunkt</u>

<u>F</u> und zieht durch 1

eine Parallele zur Leitlinie,

wo sich diese Parallele

in[1] zwei

Kreispunkten schneidet

liegen die Parabelpunkte

I.

analog von 2 aus

" 3 "

etc.

Parabel achse

Leitlinie

Tangente zu II

Scheiteltangente

Lot

Normale zu II

Tangente zu II

tangente und Normale

in einem beliebigen

Parabelpunkt

z.B. im Parabelpunkt

II

nun zieht II – F

und Fällt von II ein

lot zur Leitlinie

(nach H); dann

halbiert man den

Winkel (mit den

Schenkeln II H und II F.

diese Winkelhalbierungs-

linie ist die Tangente

zu II, während die

Normale zu II aus

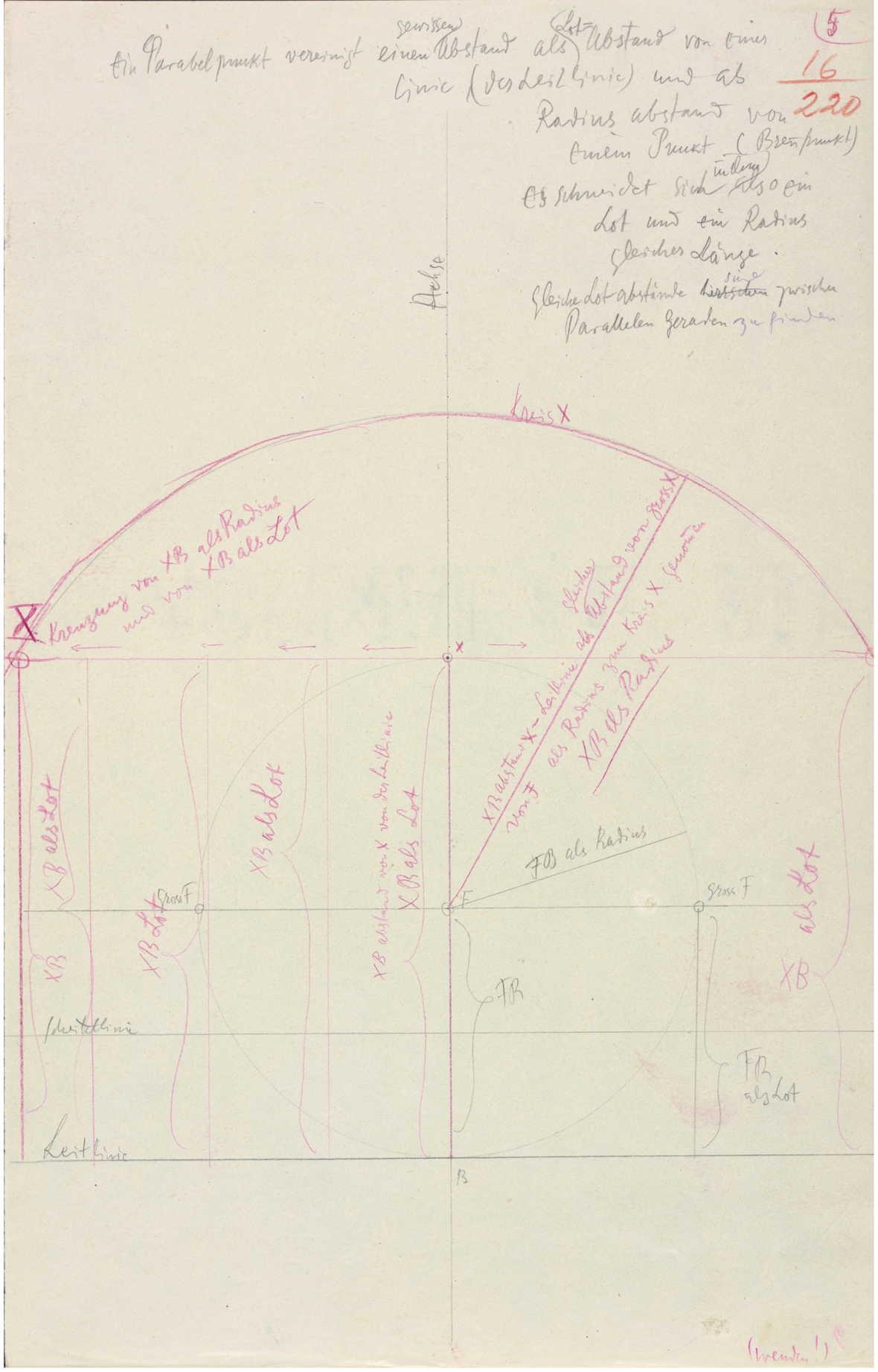
der Construction einer

Senkrechten zur Tangente

in Punkt II gefunden

wird.

[1] in ~~mit den beiden~~



5[1]

ein Parabelpunkt vereinigt einen gewissen[2] Abstand als Lotabstand[3] von einer Linie (der Leitlinie) und als Radiusabstand von einem Punkt (Brennpunkt) es schneidet in ihm[4] also ein Lot und ein Radius gleicher Länge.

Achse

Gleiche Lotabstände sind[5] zwischen Parallelen Geraden zu finden

Kreis x

Kreuzung von XB als Radius
und von XB als Lot

XB Abstand x – Leitlinie als gleicher[6] Abstand von gross X
von F als Radius zum Kries x genommen
XB als Radius

XB als Lot XB als Lot XB Abstand von X von der Leitlinie
XB als Lot
FB als Radius
Gross F F Gross F
XB als Lot
XB als Lot

Scheitelline

FB
als Lot

Leitlinie

[1] *darunter* 4

[2] \ gewissen /

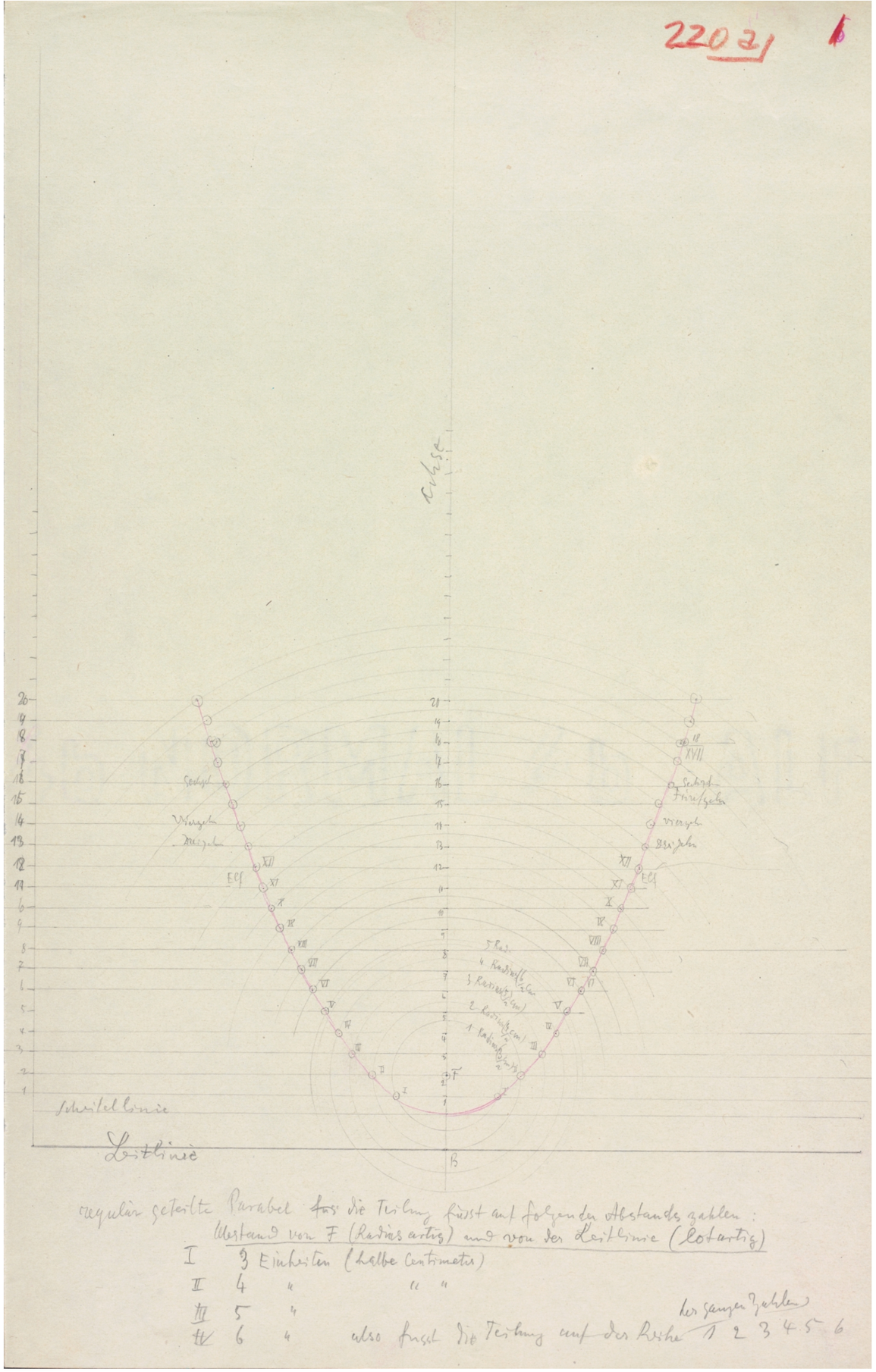
[3] \ Lot= / Abstand

[4] \ in ihm /

[5] sind *darunter* herrschen

[6] \ gleicher /

(wenden!)



Achse

Sechzehn

Vierzehn
Dreizehn
Elf

Sechzehn
Fünfzehn
Vierzehn
Dreizehn
Elf

5 Radius
4 Radius
3 Radius
2 Radius
1 Radius

Scheitellinie

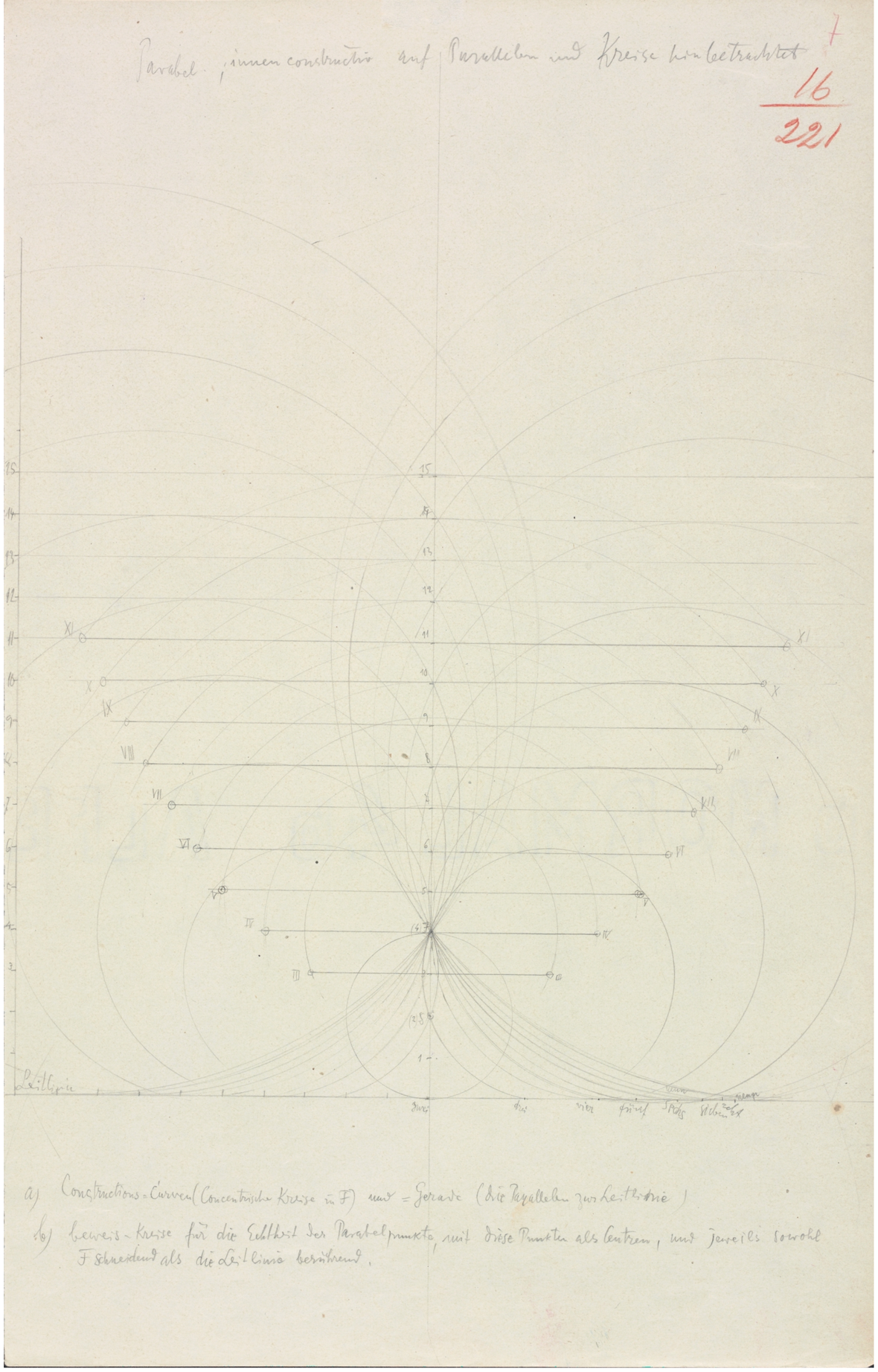
Leitlinie

regulär geteilte Parabel[1] die Teilung füsst auf folgenden Abstandszahlen:
Abstand von F (Radiusartig) und von der Leitlinie (lotartig)
I 3 Einheiten (halbe Centimeter)
II 4
III 5
IV 6 also fusst die Teilung auf der Reihe der ganzen Zahlen[2] 1 2 3 4 5 6

[1] Parabel ~~fus~~

[2] \ der ganzen Zahlen /

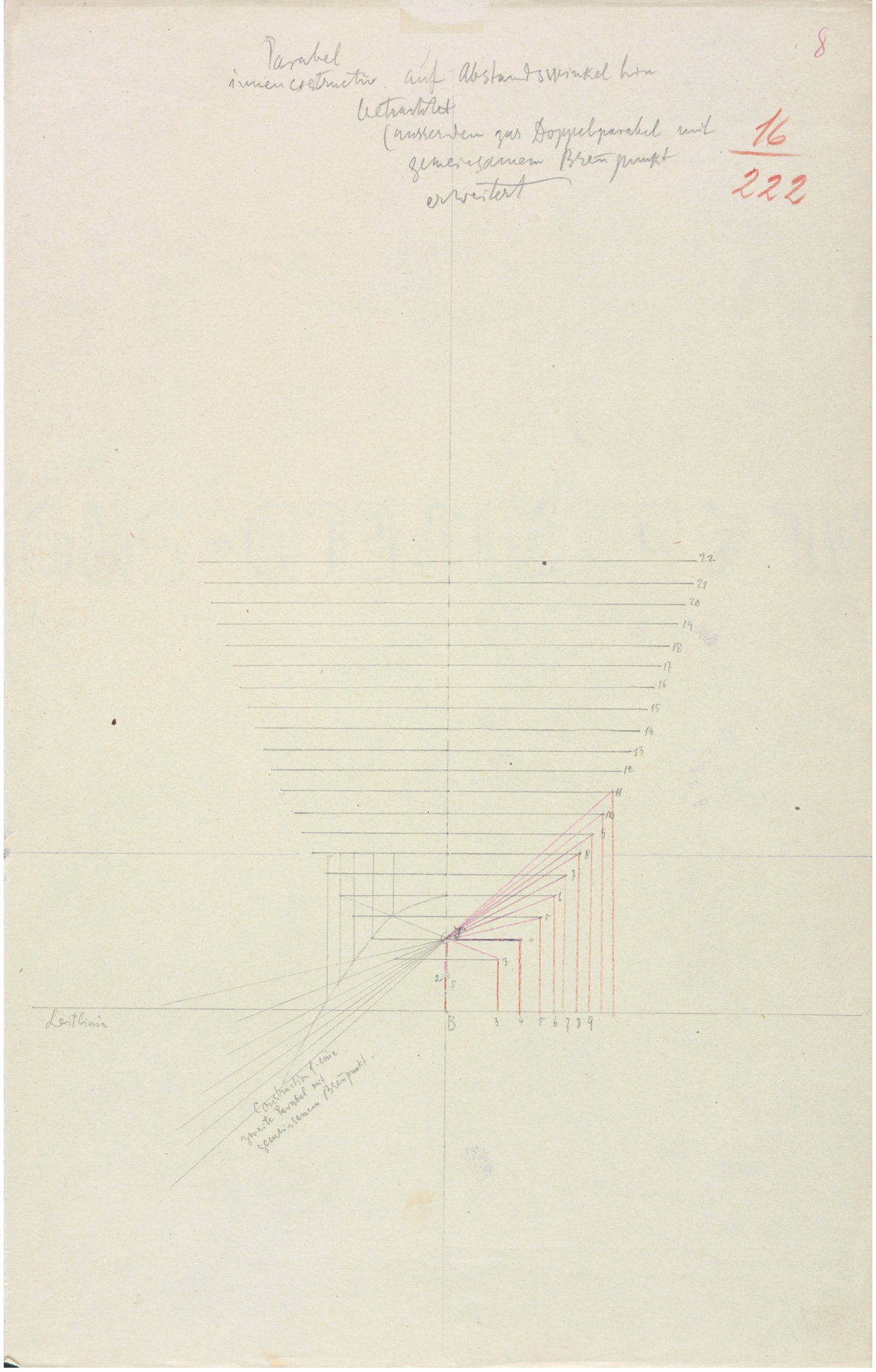
Parabel, innen constructiv auf Parallelen und Kreise hin betrachtet



a, Constructions=Curven (Concentrische Kreise in F) und = Gerade (die Parallelen zur Leitlinie)

b, beweis-Kreise für die Echtheit der Parabelpunkte, mit diesen[1] Punkten als Centren, und jeweils sowohl F schneidend als die Leitlinie berührend

[1] diese



Parabel
innencon*s*tructiv[1] auf Abstandswinkel hin
betrachtet
(ausserdem zur Doppelparabel mit
gemeinsamem Brennpunkt
erweitert)

Leitlinie

Construction f. eine
zweite Parabel mit
gemeinsamem Brennpunkt

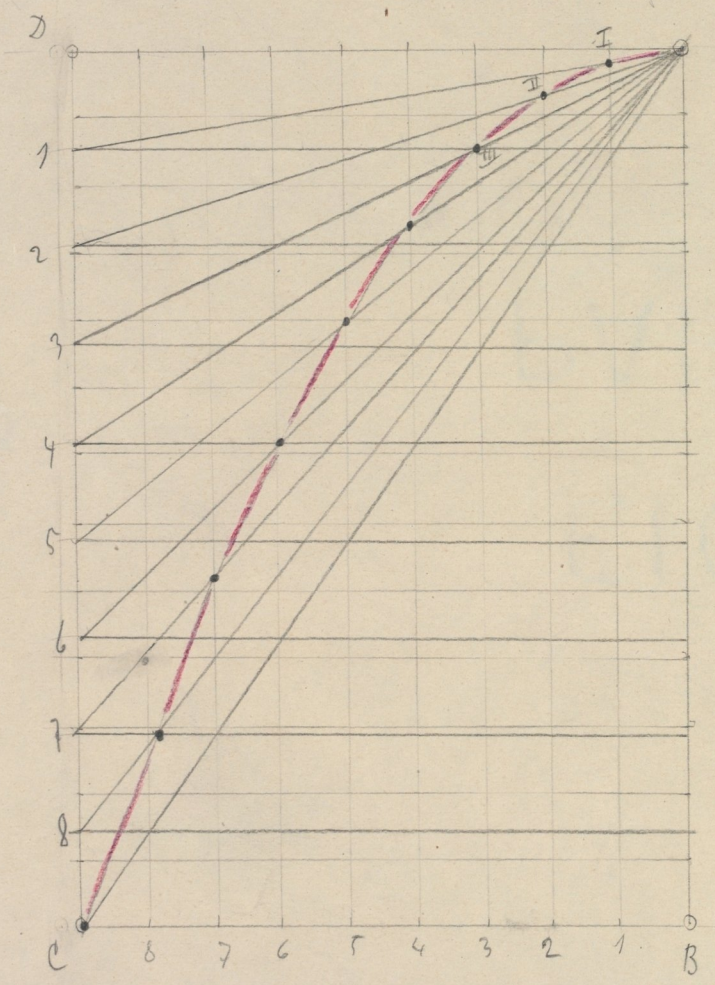
[1] innencostructiv

andere Parabelconstruction (ohne Brennpunkt und Leitlinie)

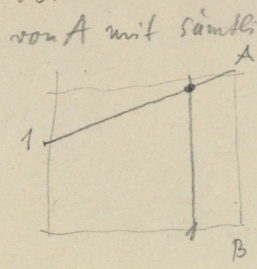
9

Gegeben A
" AB
" C

dann folgt: Teilung von CB und CD in gleich viele Teile



dann folgt Parallelteilung des Rechtecks von DC nach AB
und Verbindung von A mit sämtlichen Punkten auf DC



Schnittpunkt zwischen den beiden
Linien 1 | und 1 \
gibt Parabelpunkt I
etc

zuletzt noch Spiegelung um die Achse AB

andere Parabelconstruction (ohne Brennpunkt und Leitlinie) 9

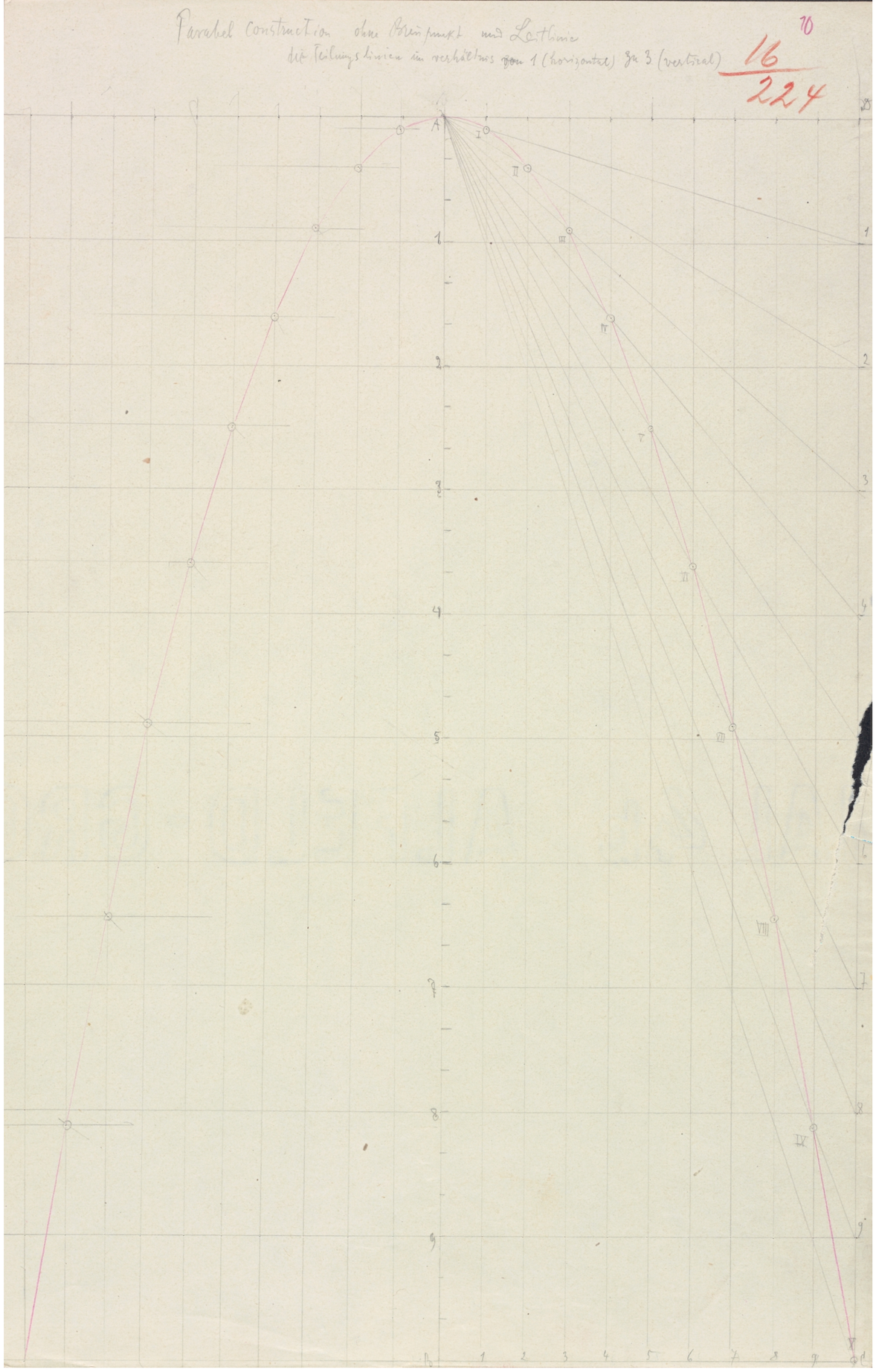
Gegeben A dann folgt: Teilung von CB und CD in gleich viele Teile

dann folgt Parallelteilung des Rechtecks von DC nach AB
und Verbindung von A mit sämtlichen Punkten auf DC

Schnittpunkt[1] zwischen den beiden
linien 1 und 1
gibt Parabelpunkt I
etc

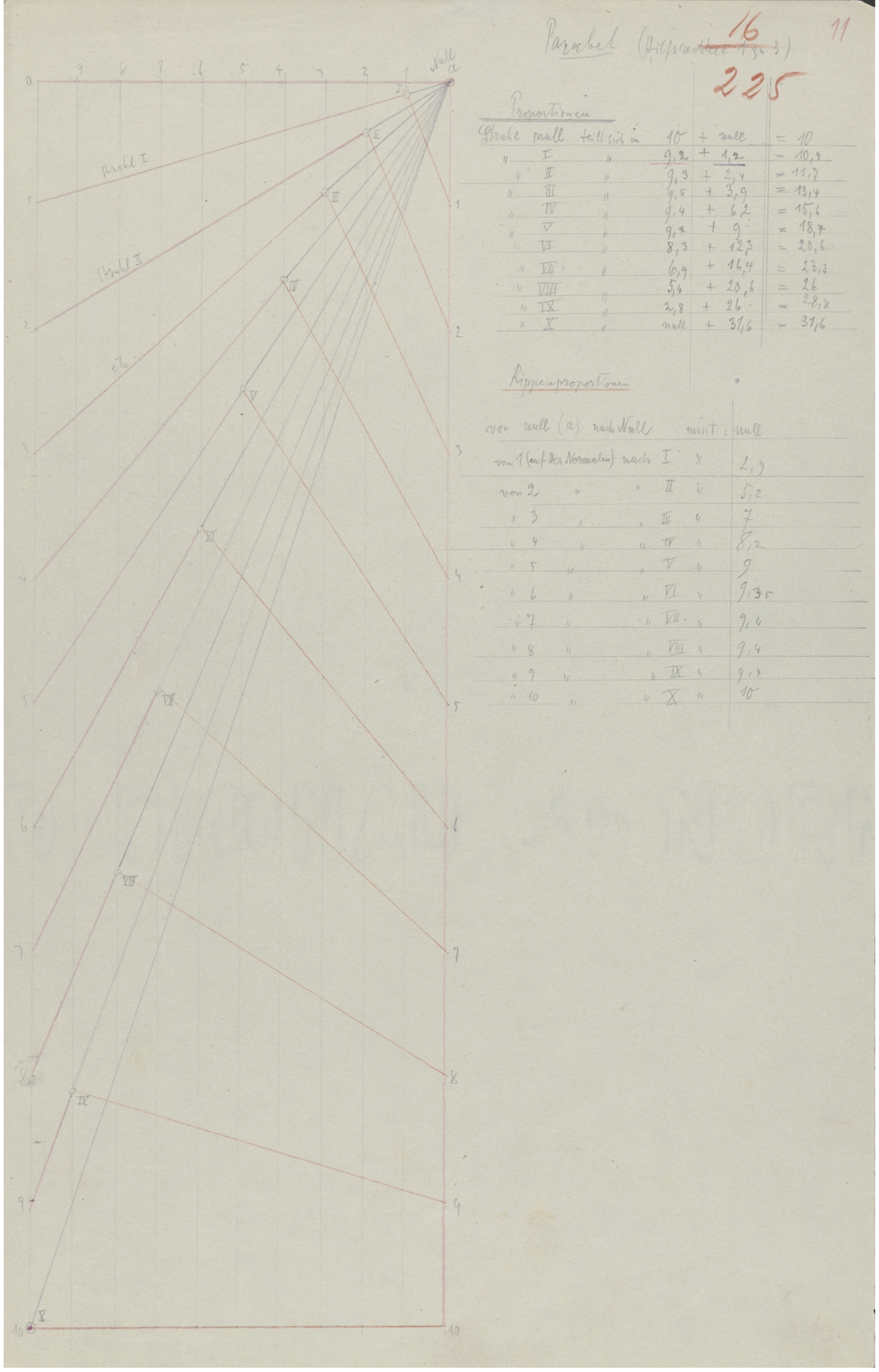
zuletzt noch Spiegelung um die Achse AB

[1] Schnittpunk



Parabel construction ohne Brennpunkt und Leitlinie 10

die Teilungslinien im Verhältnis von 1 (horizontal) zu 3 (vertical)



Parabel (Hilfsrechteck 1 zu 3)

Proportionen

Strahl null teilt sich in 10 + null = 10

Strahl I

Strahl II

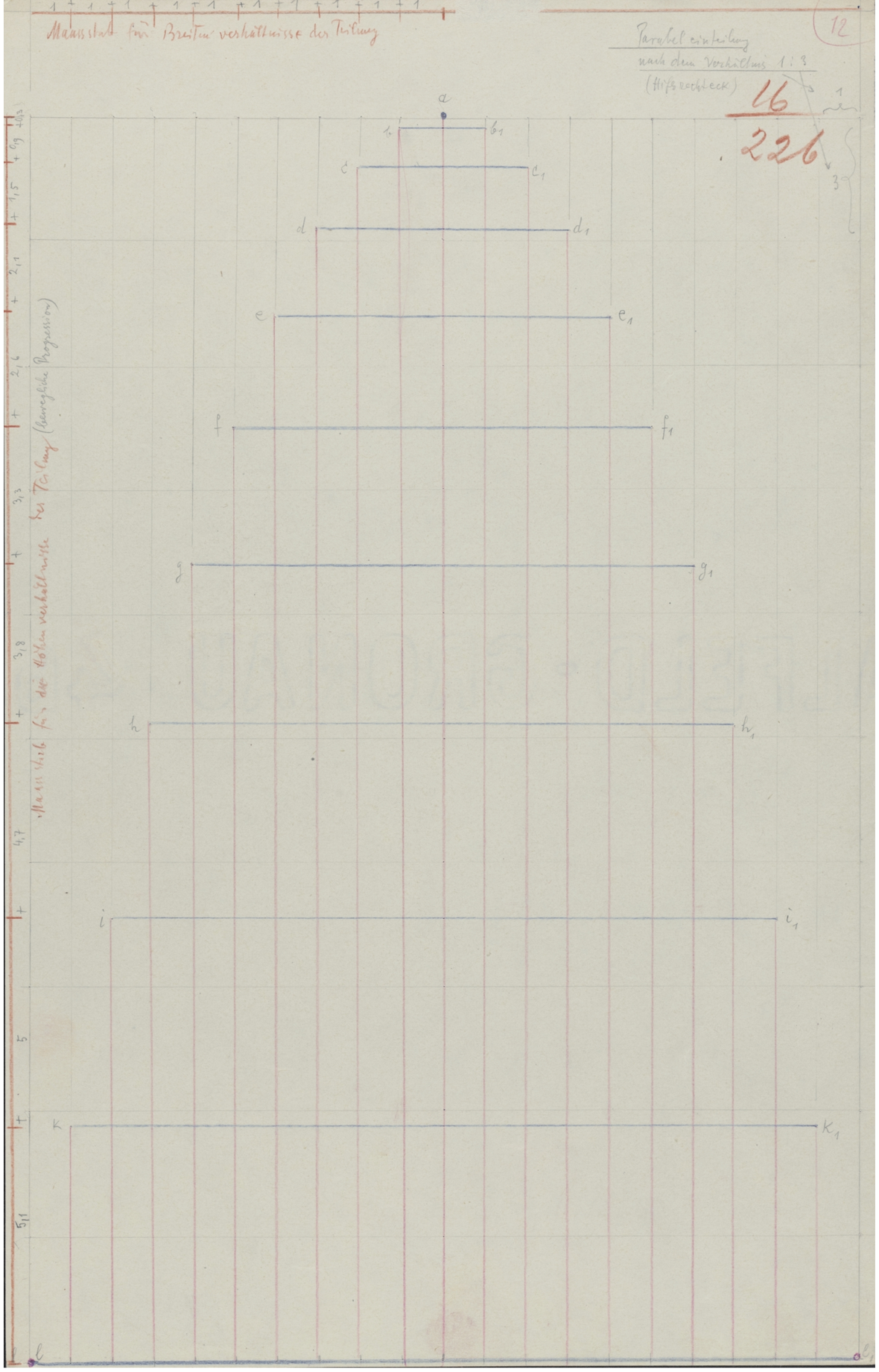
etc.

Rippenproportionen

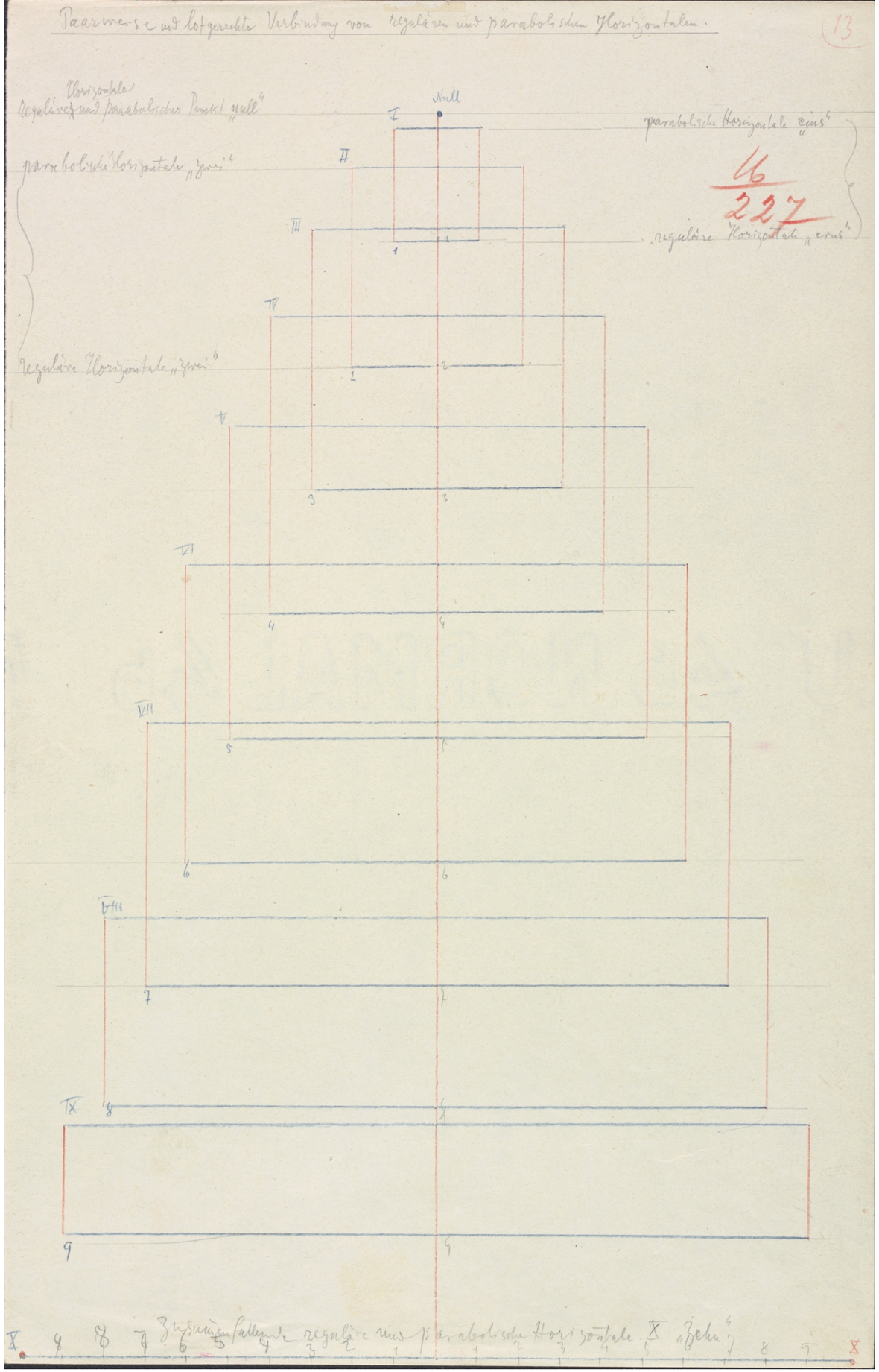
von null (a) n ach Null misst: null
von 1 (auf der Normalen) nach I „

Maassstab für Breitenverhältnisse der Teilung

Parabeleinteilung
nach dem Verhältnis 1 : 3
(Hilfsdreieck)



Maassstab für die Höhenverhältnisse der Teilung (bewegliche Progression)



reguläre Horizontale[1] und parabolischer Punkt „null"

parabolische Horizontale „eins"

parabolische Horizontale „zwei"

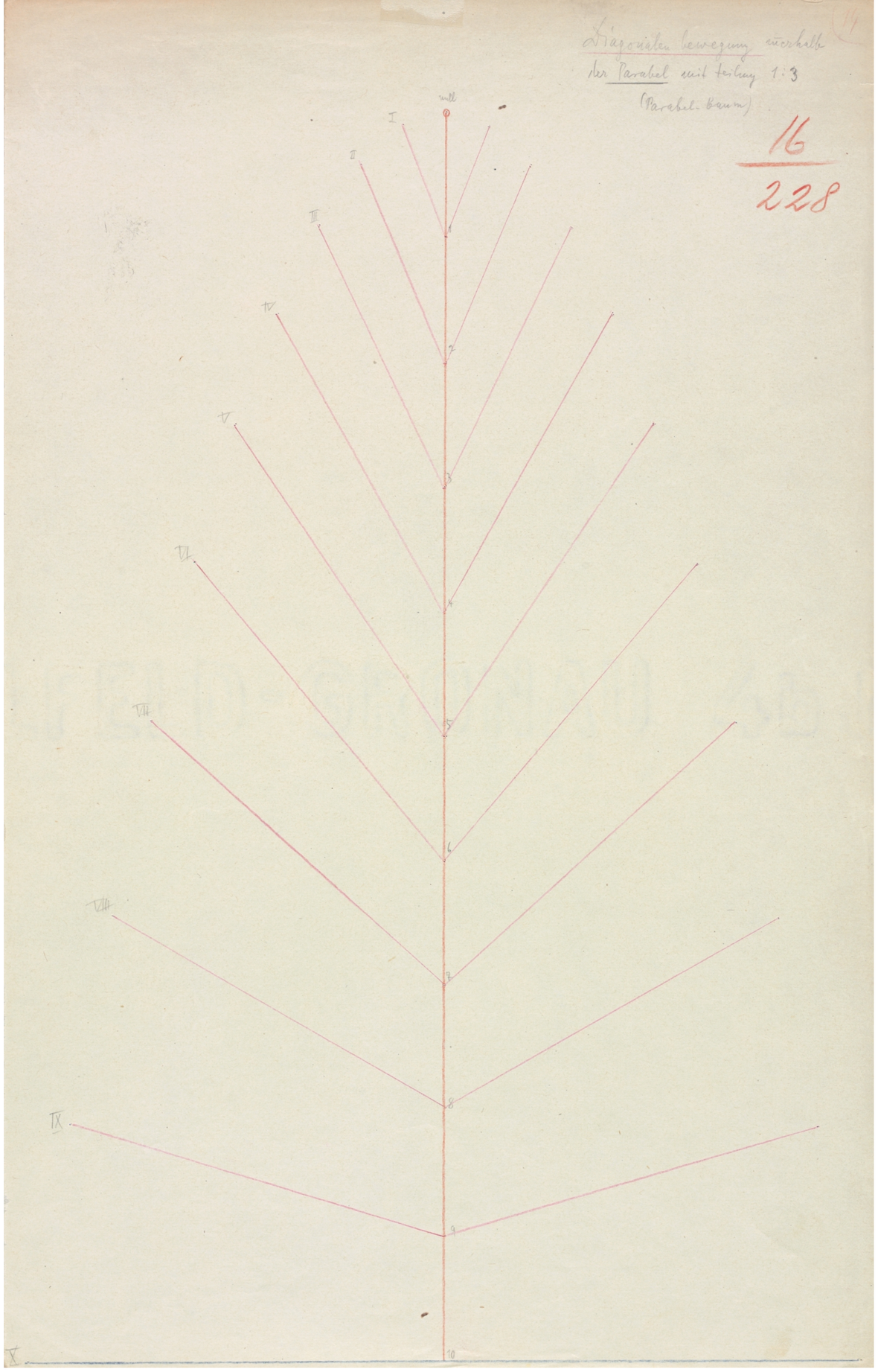
reguläre Horizontale „eins"

reguläre Horizontale „zwei"

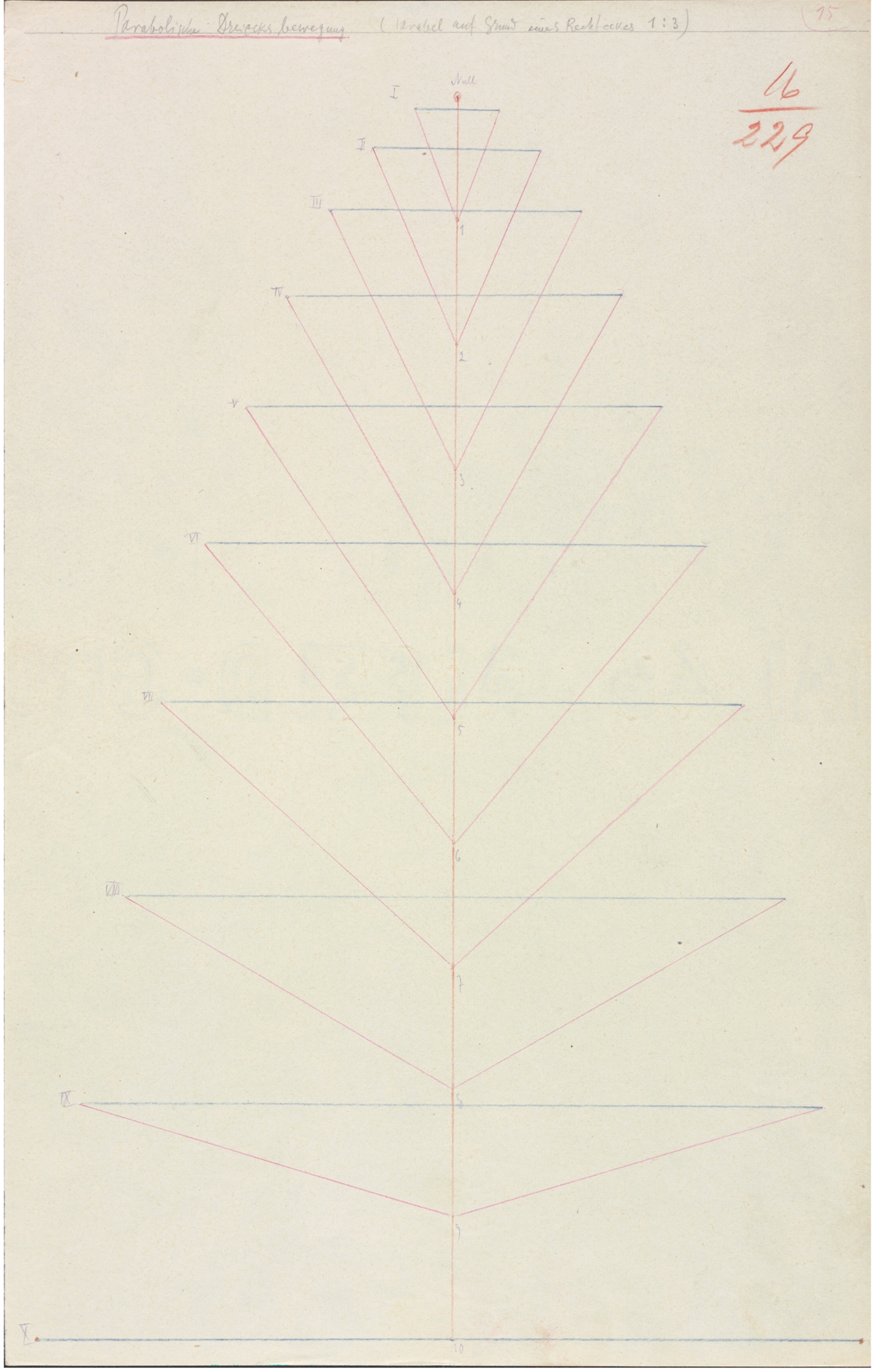
Zusammenfallende reguläre und parabolische Horizontale X „Zehn"

[1] \ Horizontale /

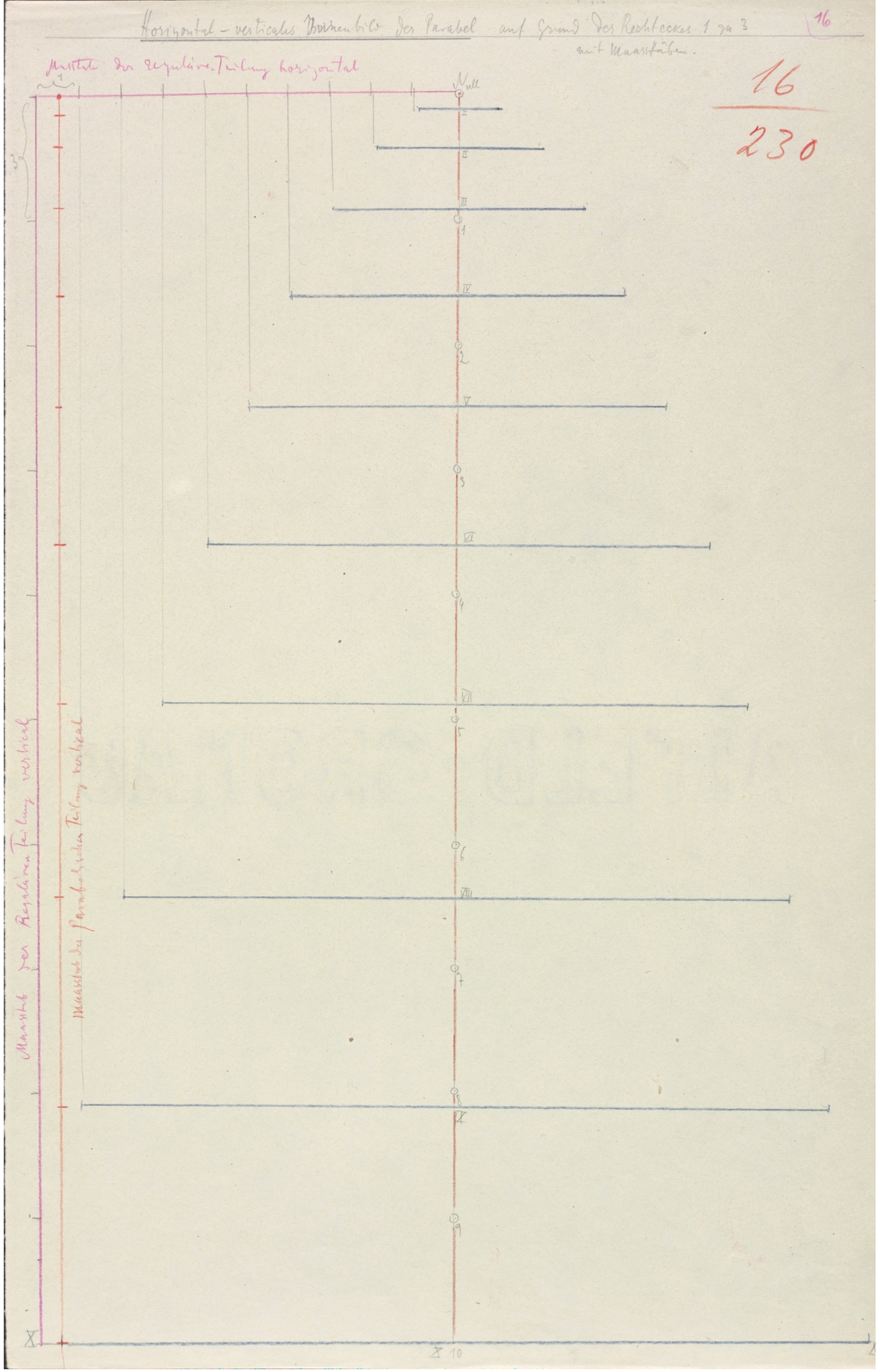
Diagonalen bewegung innerhalb der Parabel mit teilung 1 : 3
(Parabel. Baum)



Parabolische Dreiecksbewegung (Parabel auf Grund eines Rechteckes 1 :3) 15



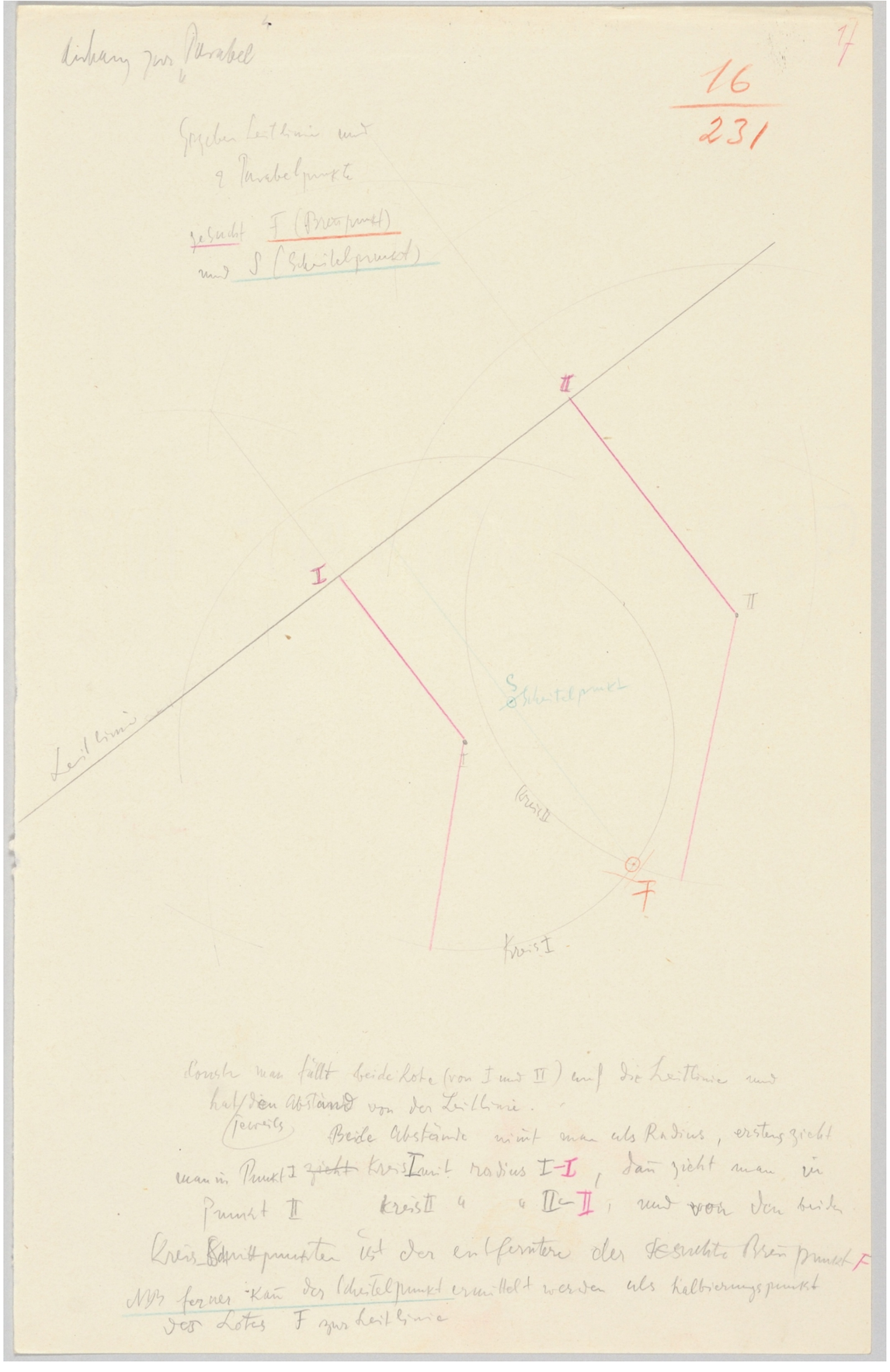
Horizontal-verticales Innenbild der Parabel auf Grund des Rechteckes 1 : 3 mit Maassstäben



Masstab der regulären Teilung horizontal

Maasstab der Regulären Teilung vertical

Maasstab der parabolischen Teilung vertical



Gegeben Leitlinie und
2 Parabelpunkte

gesucht F (Brennpunkt)
und S (Scheitelpunkt)

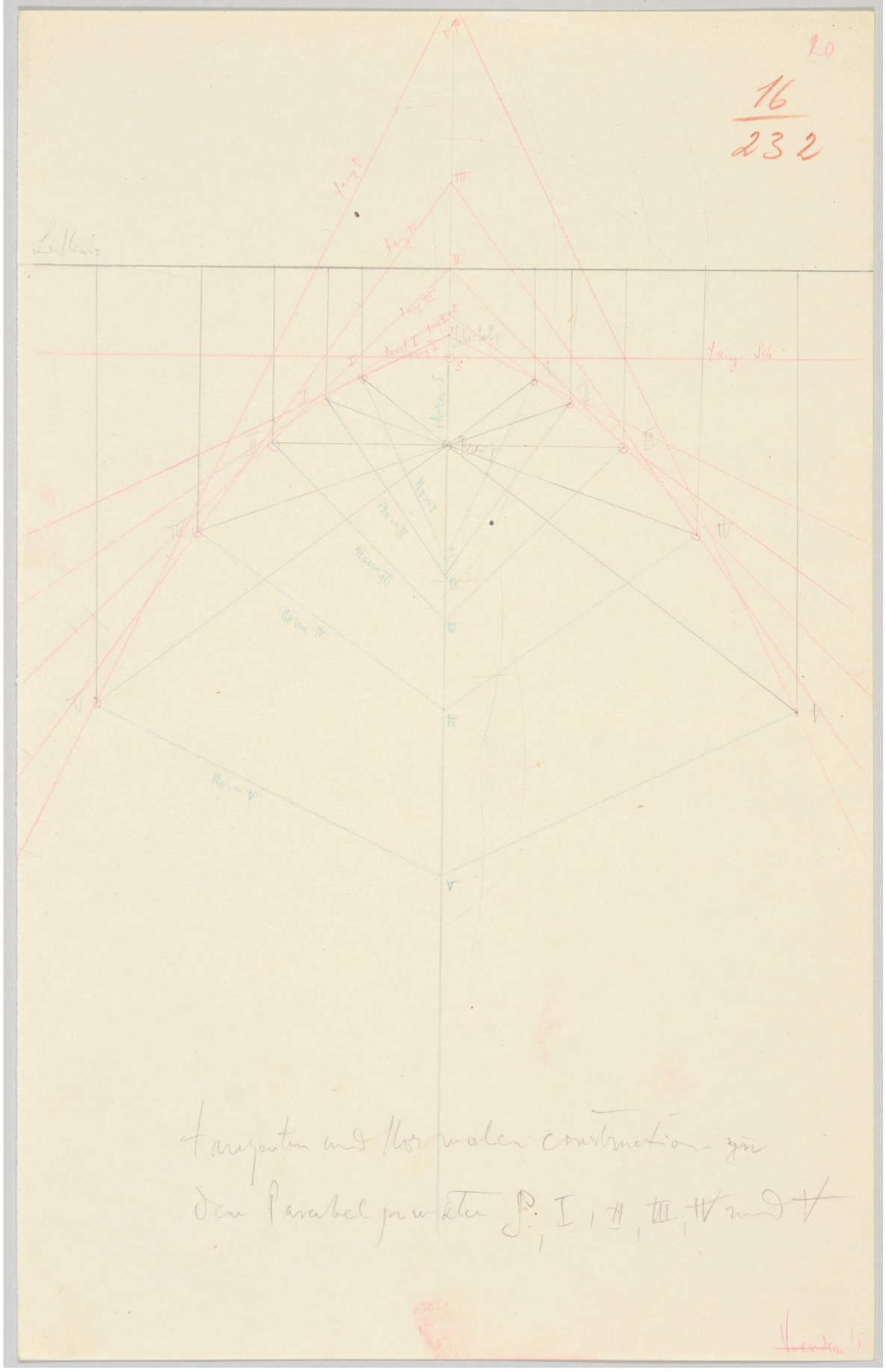
Constr man fällt beide Lote (von I und II) auf die Leitlinie und
hat jeweils[1] den Abstand von der Leitlinie.

Beide Abstände nimmt man als Radius, erstens zieht
man im Punkt I[2] Kreis I mit radius I – I, dann zieht man im
Punkt II Kreis II " " II – II, und von den beiden
Kreis- Schnittpunkten ist der entferntere der gesuchte Brennpunkt F

NB ferner kann der Scheitelpunkt ermittelt werden als halbierungspunkt
des Lotes F zur Leitlinie

[1] / jeweils \

[2] Punkt I ~~zieht~~



Leitlinie

Scheitelp.

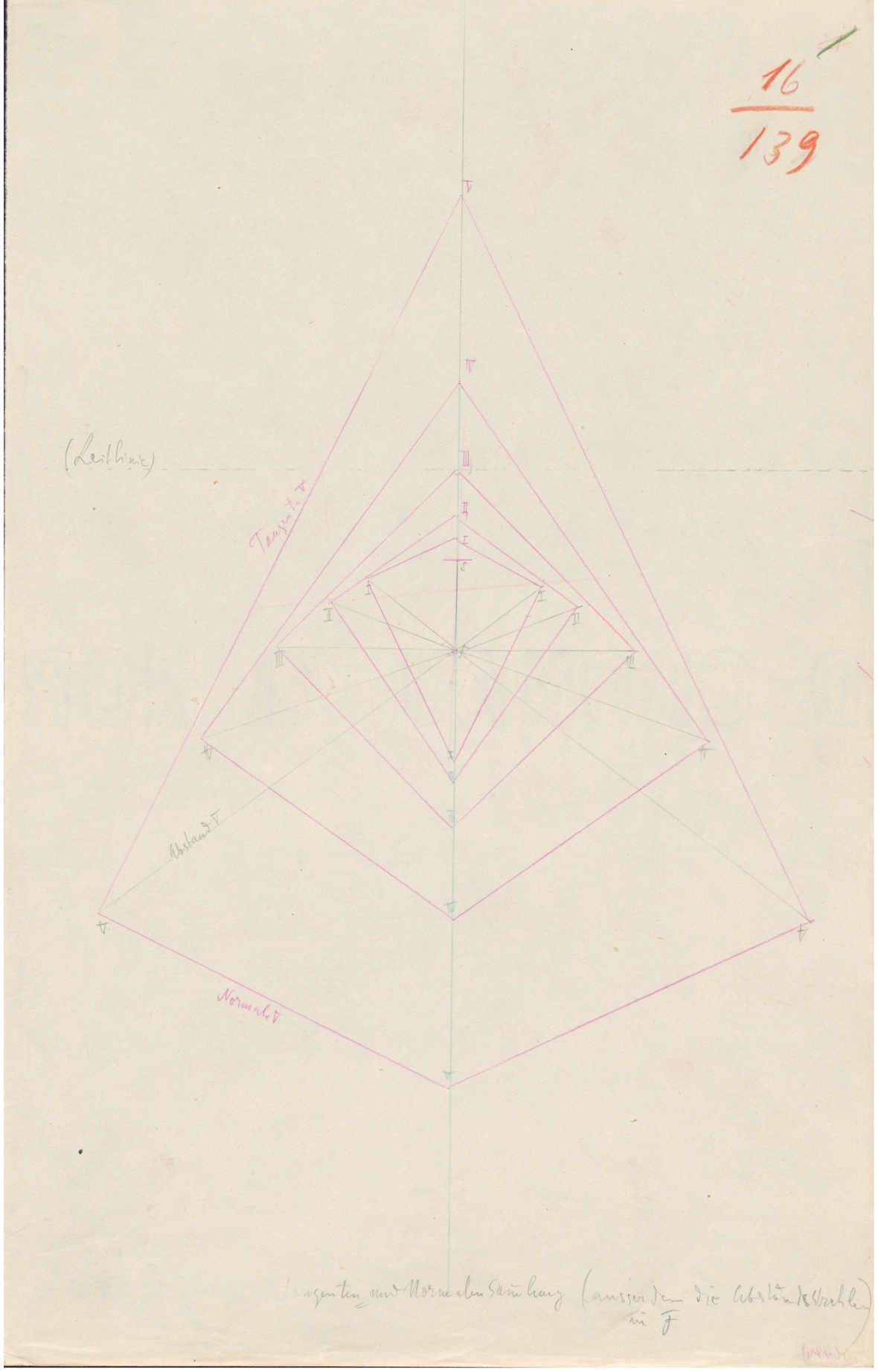
Brennp.

tangenten und Normalenconstruction an

den Parabelpunkten P, I, II, III, IV und V[1]

[1] *unten an der Seite rechts* ~~(wenden!)~~

16
139



(Leitlinie)

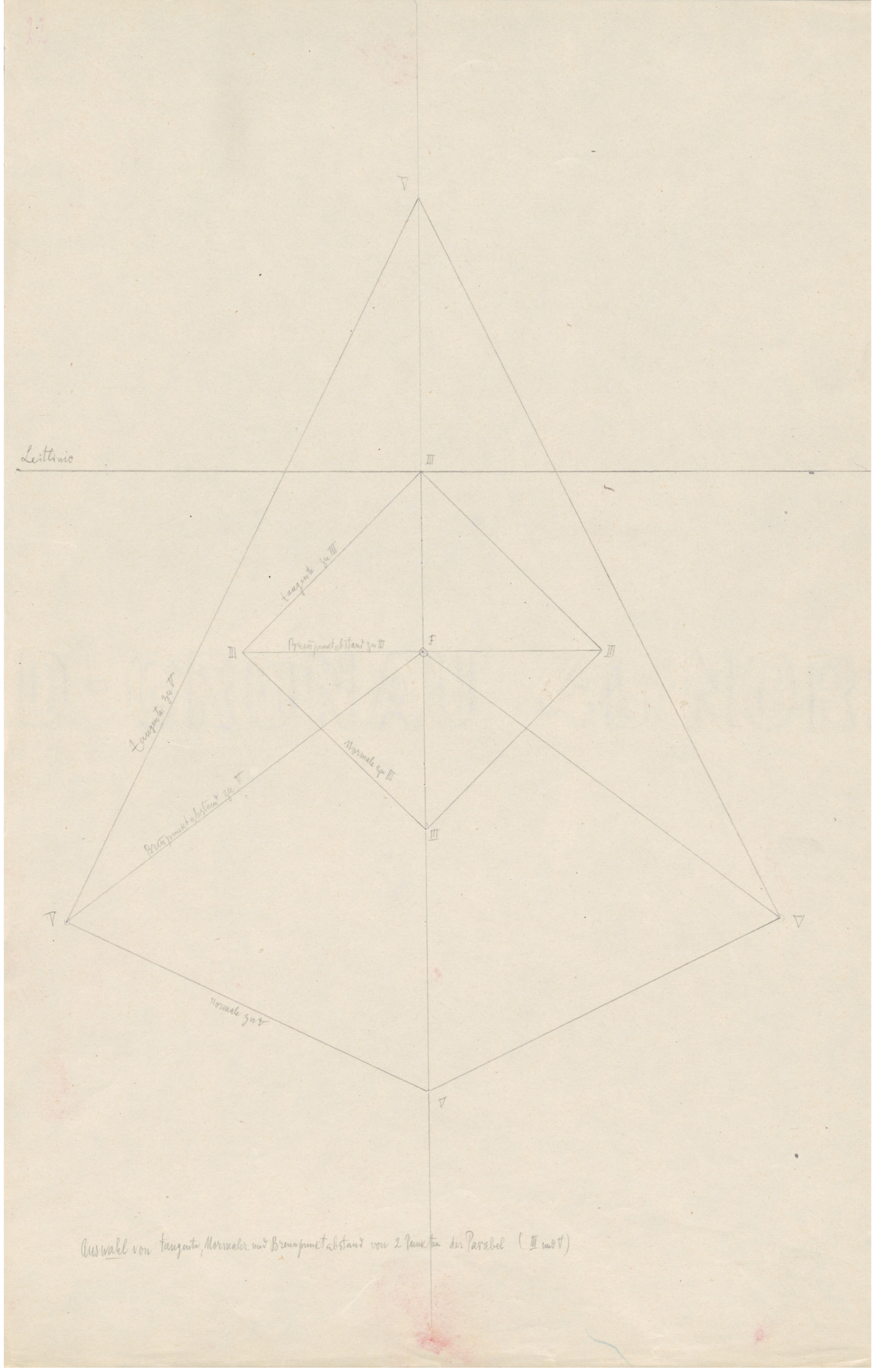
Tangente

Abstand

Normale

Tangenten= und Normalensammlung (ausserdem die Abstandsstrahlen in F)

wenden



Leitlinie

tangente zu III

Brennpunktabstand zu III

tangente zu V

normale zu III

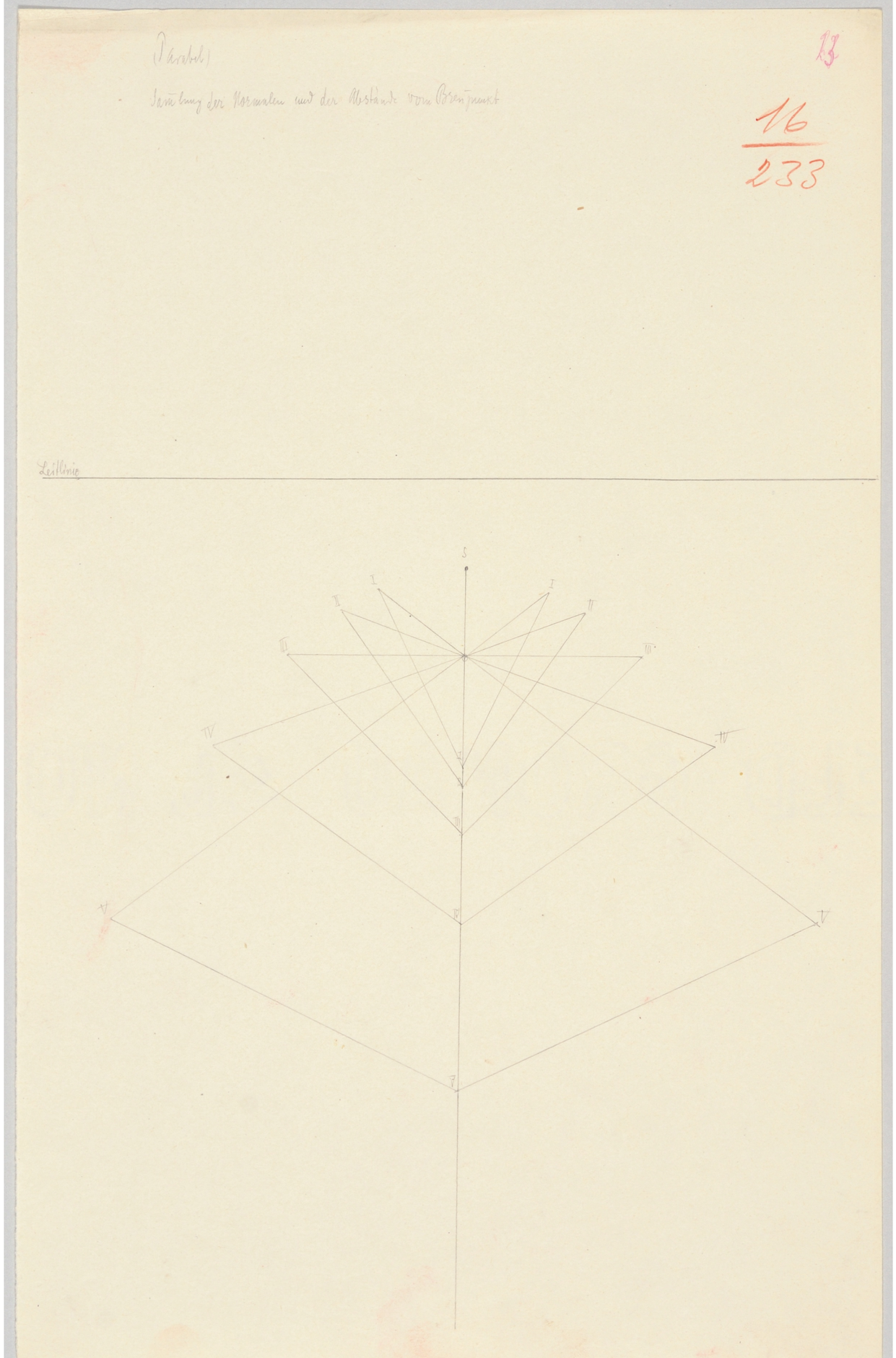
Brennpunktabstand zu V

Normale zu V

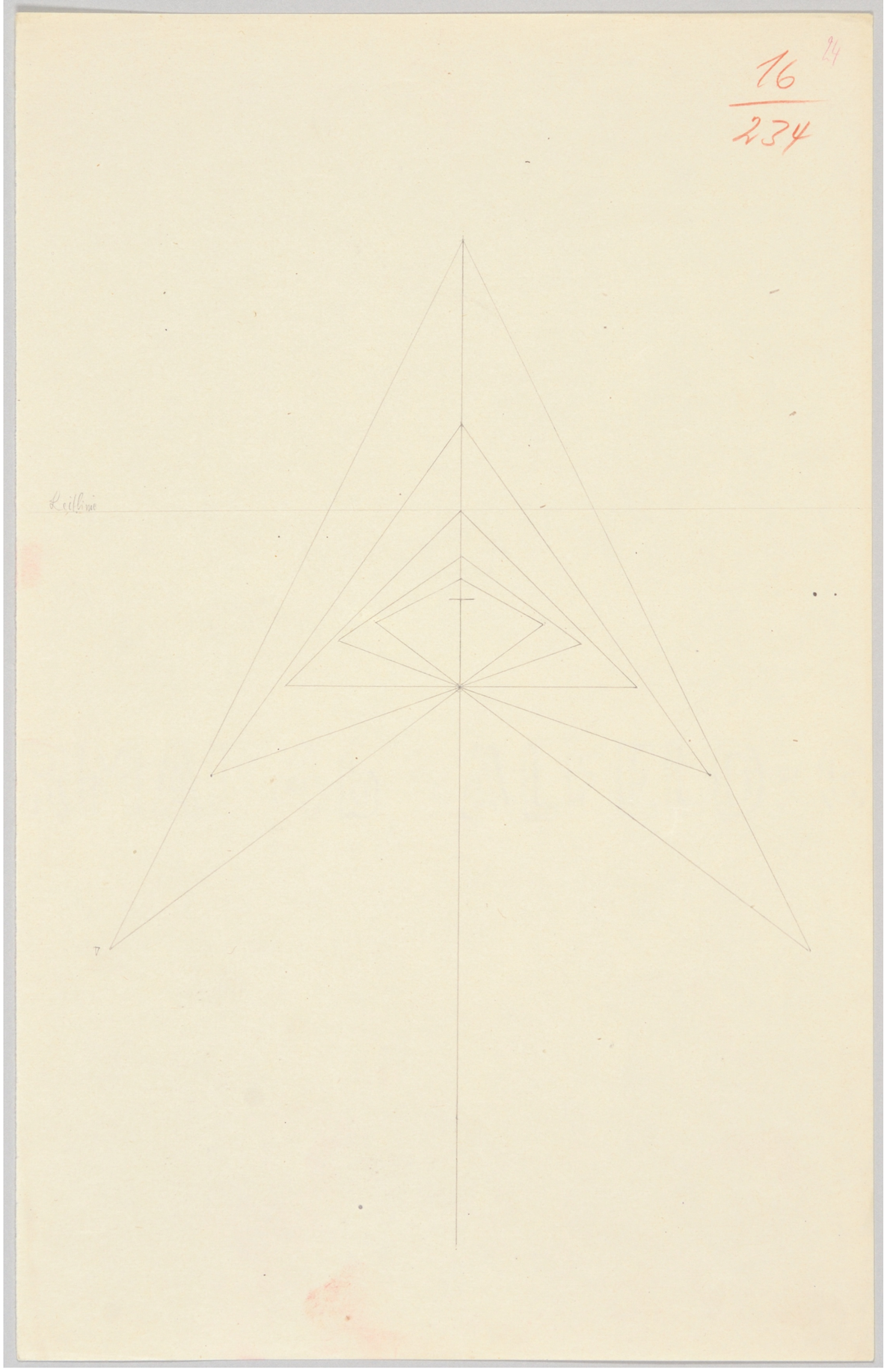
Auswahl von tangente, Normaler und Brennpunktabstand von 2 Punkten der Parabel (III und V)

(Parabel)

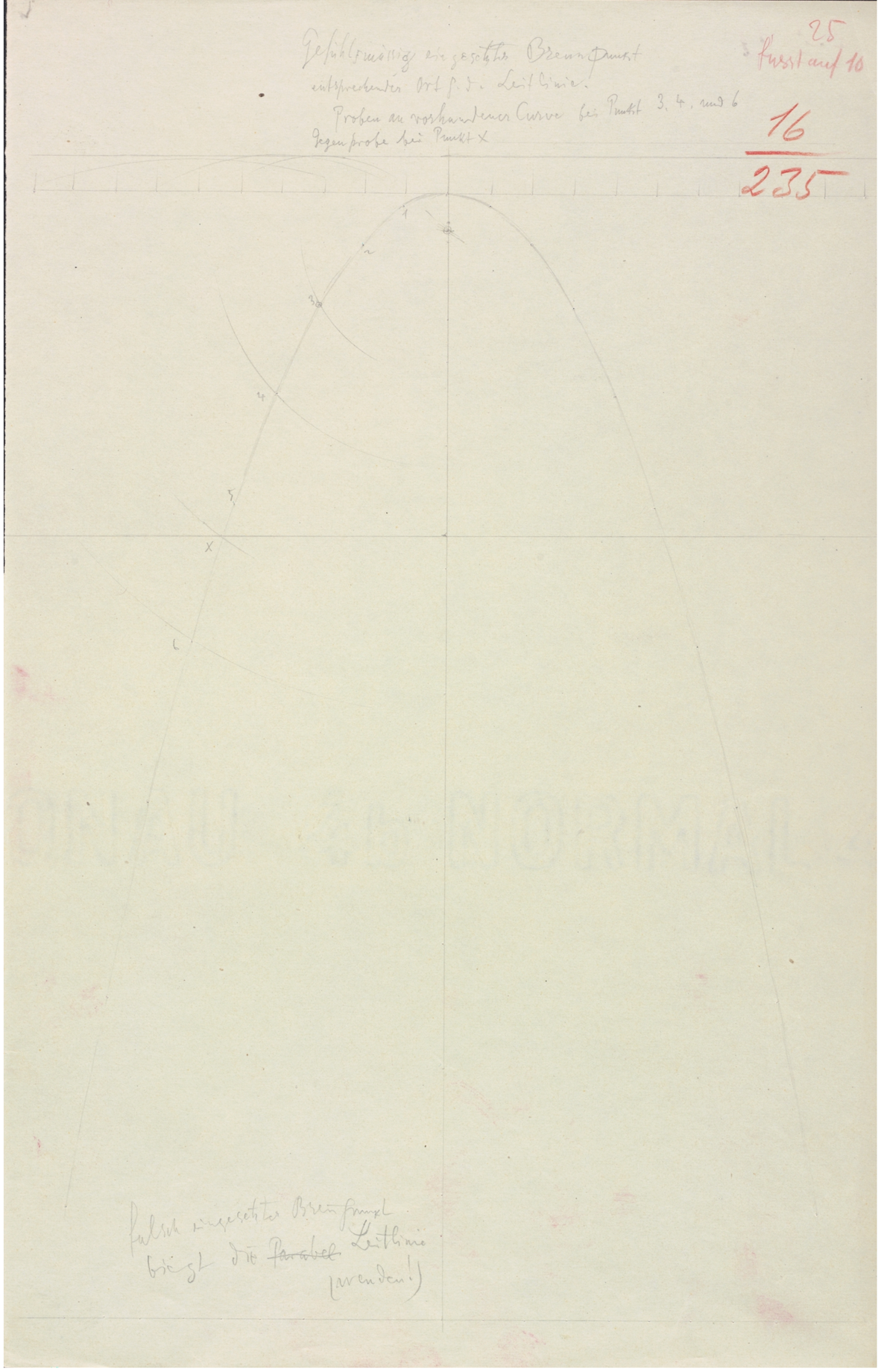
Sammlung der Normalen und der Abstände vom Brennpunkt



Leitlinie



Leitlinie



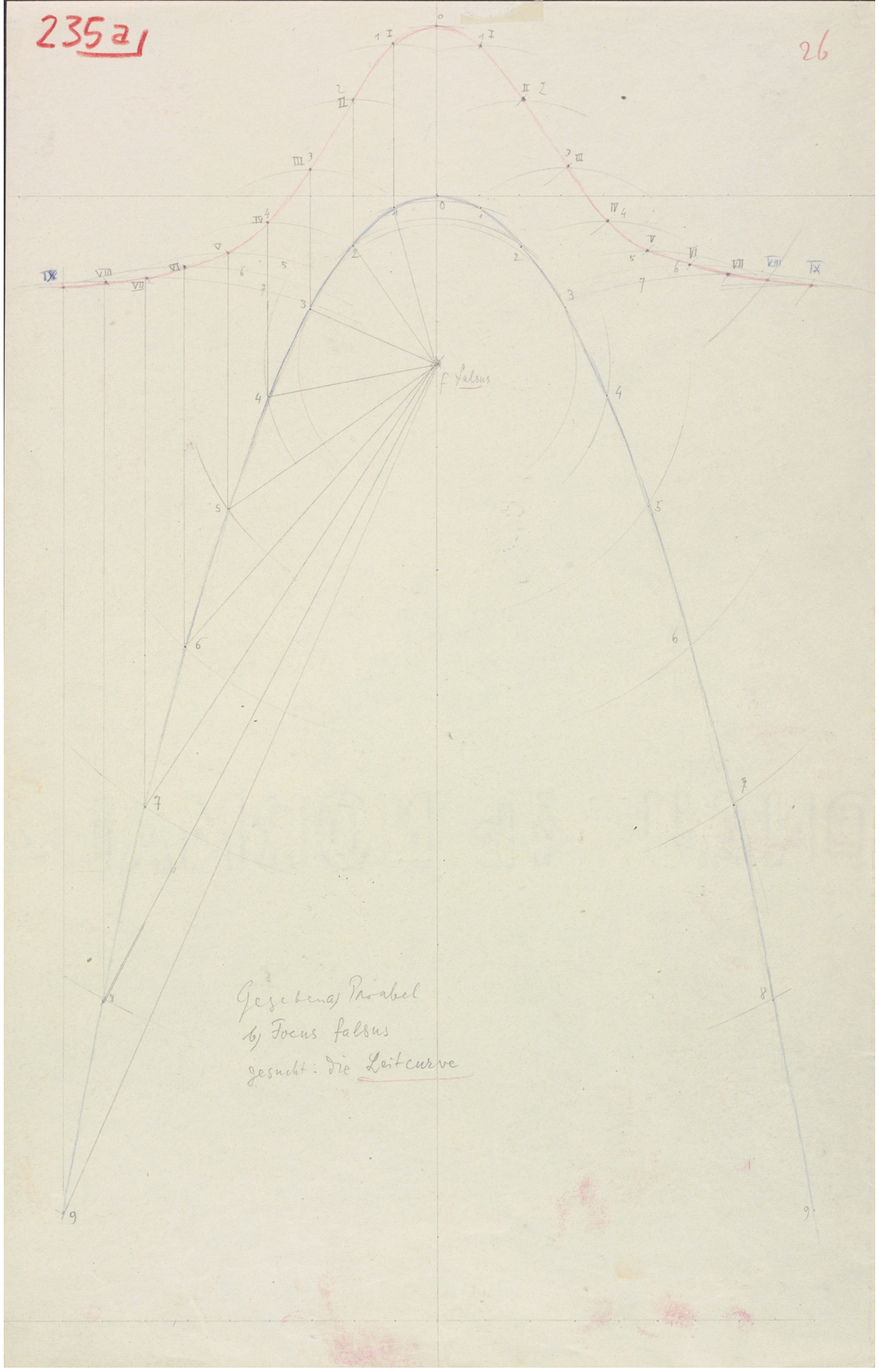
Gefühlsmässig eingesetzter Brennpunkt fusst auf 10
entsprechender Ort f.d. Leitlinie
Proben an vorhandener Curve bei Punkt 3.4. und 6
Gegenprobe bei Punkt X

falsch eingesetzter Brennpunkt

biegt die[1] Leitlinie

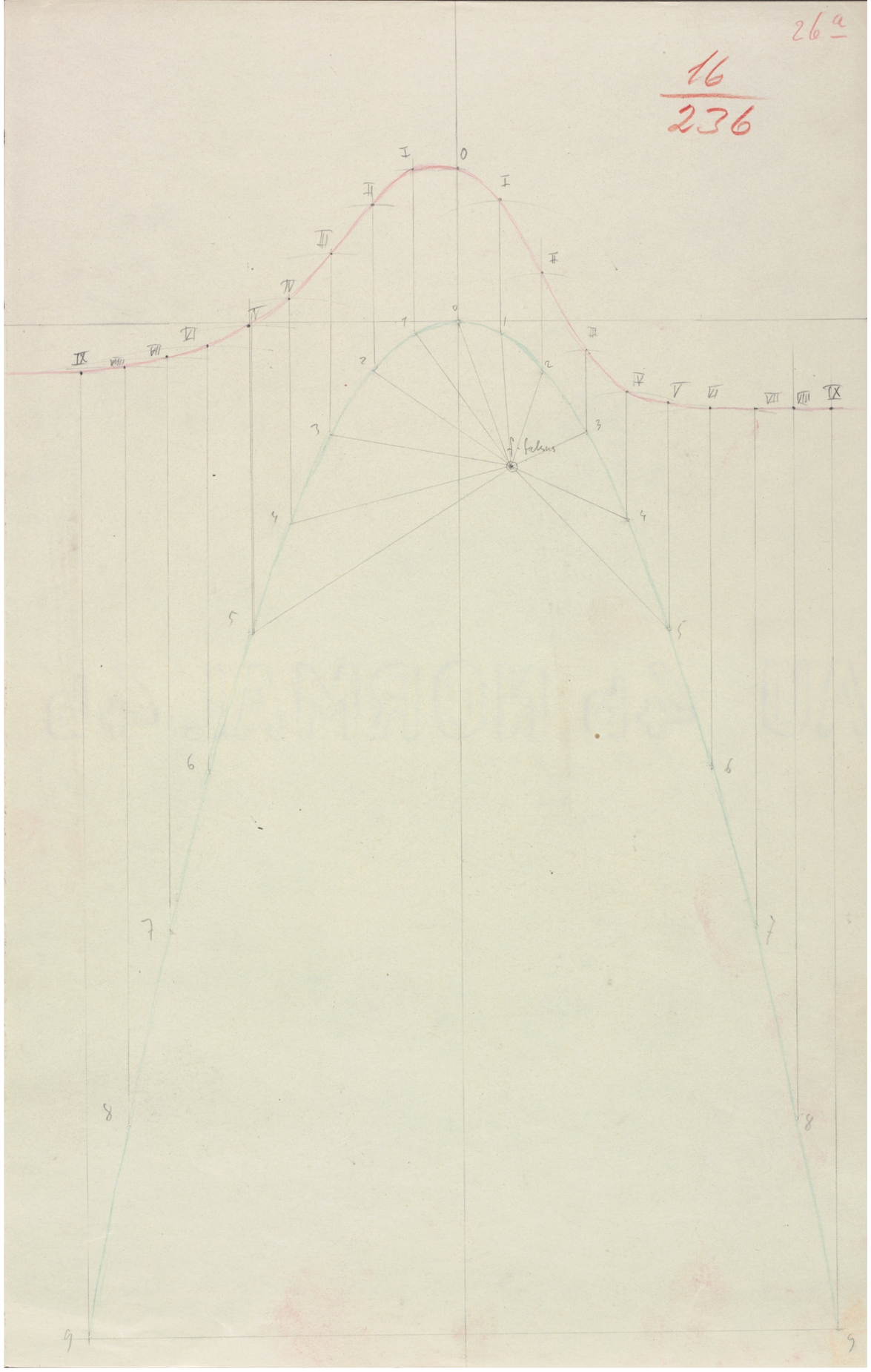
(wenden!)

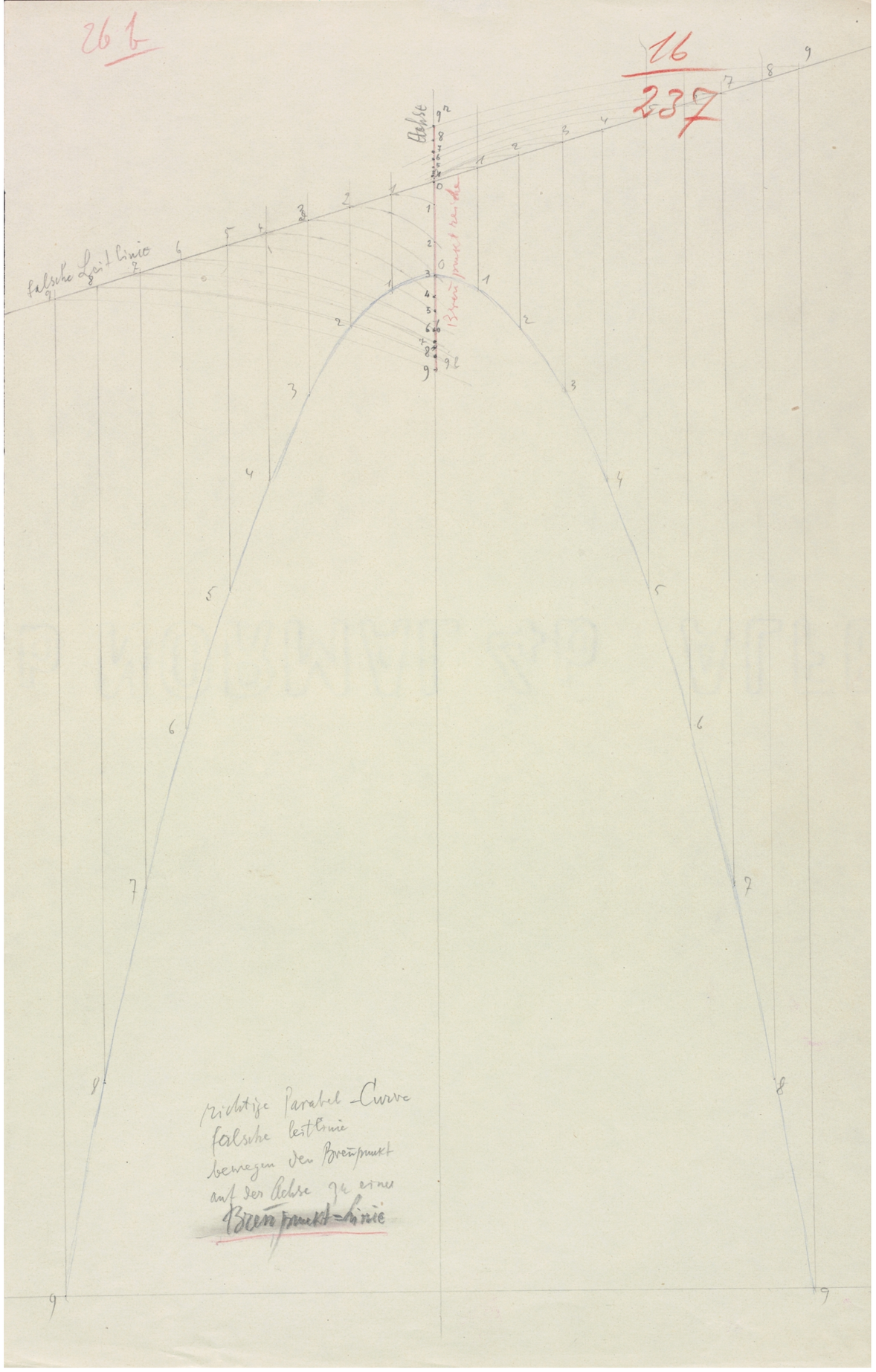
[1] die ~~Parabel~~



F falsus

Gegeben a, Parabel
b, Focus falsus
gesucht: die Leitcurve


26a
16
236
f. falsus



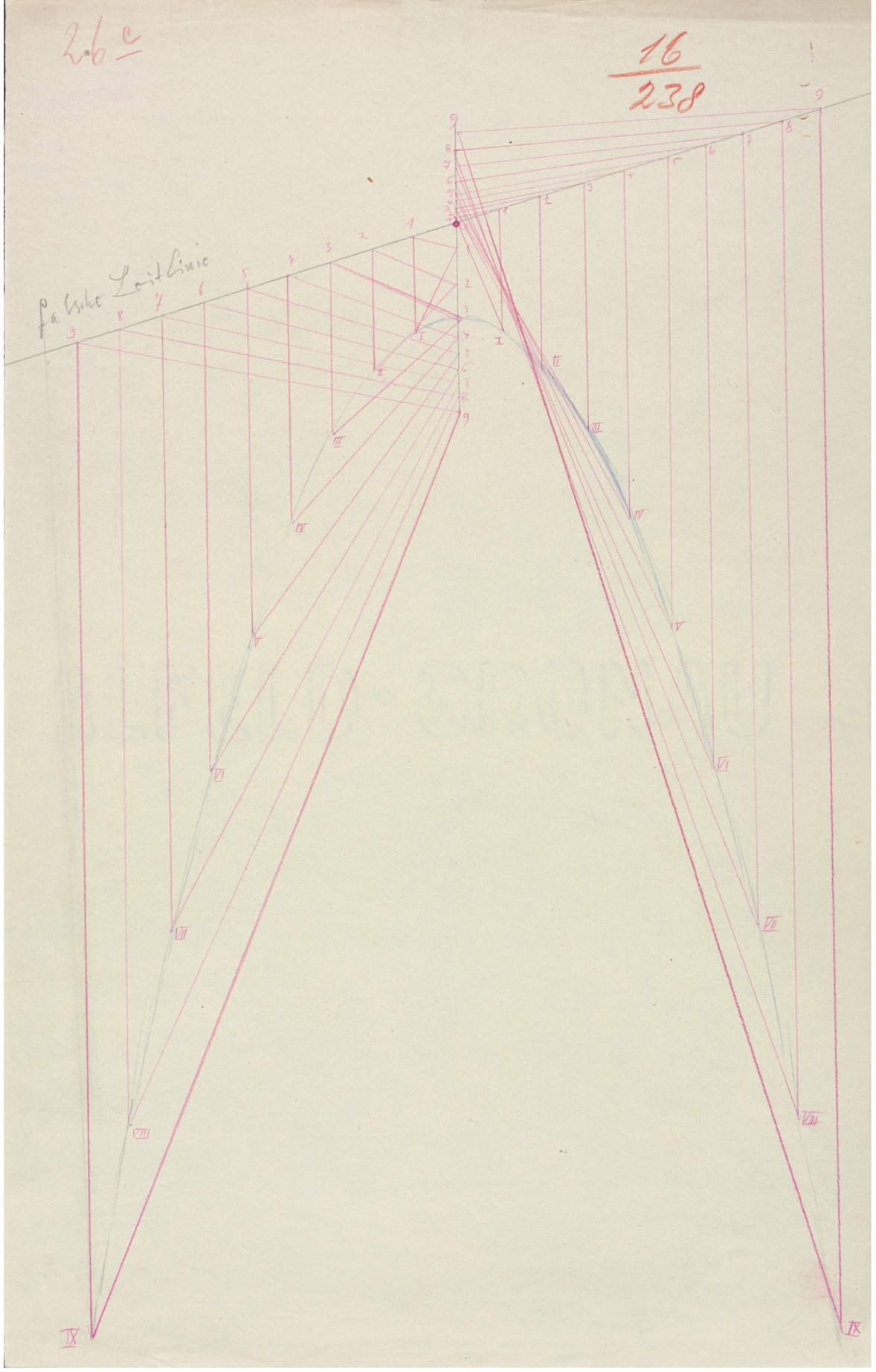
26b

Achse

Brennpunktreihe

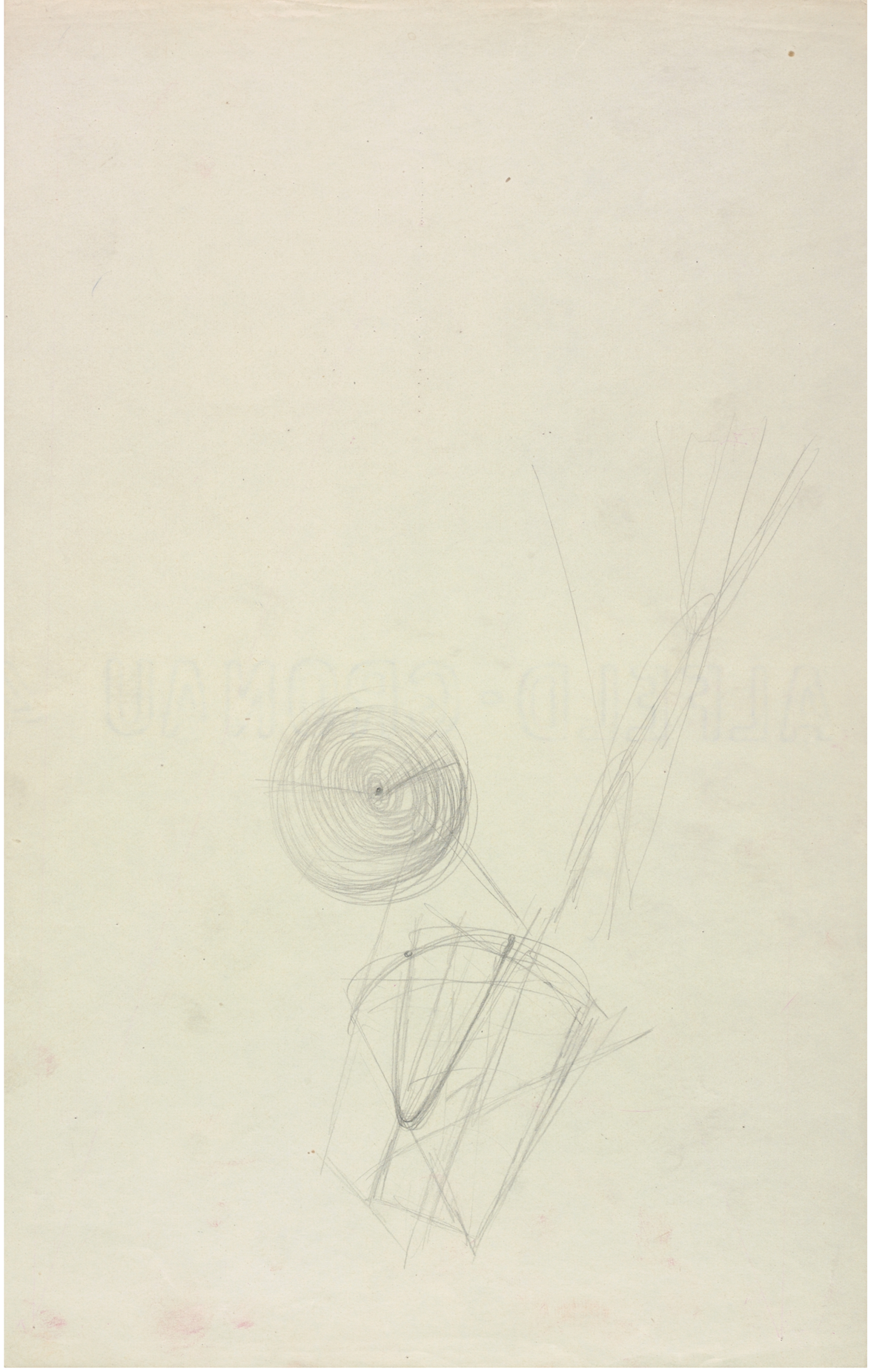
falsche Leitlinie

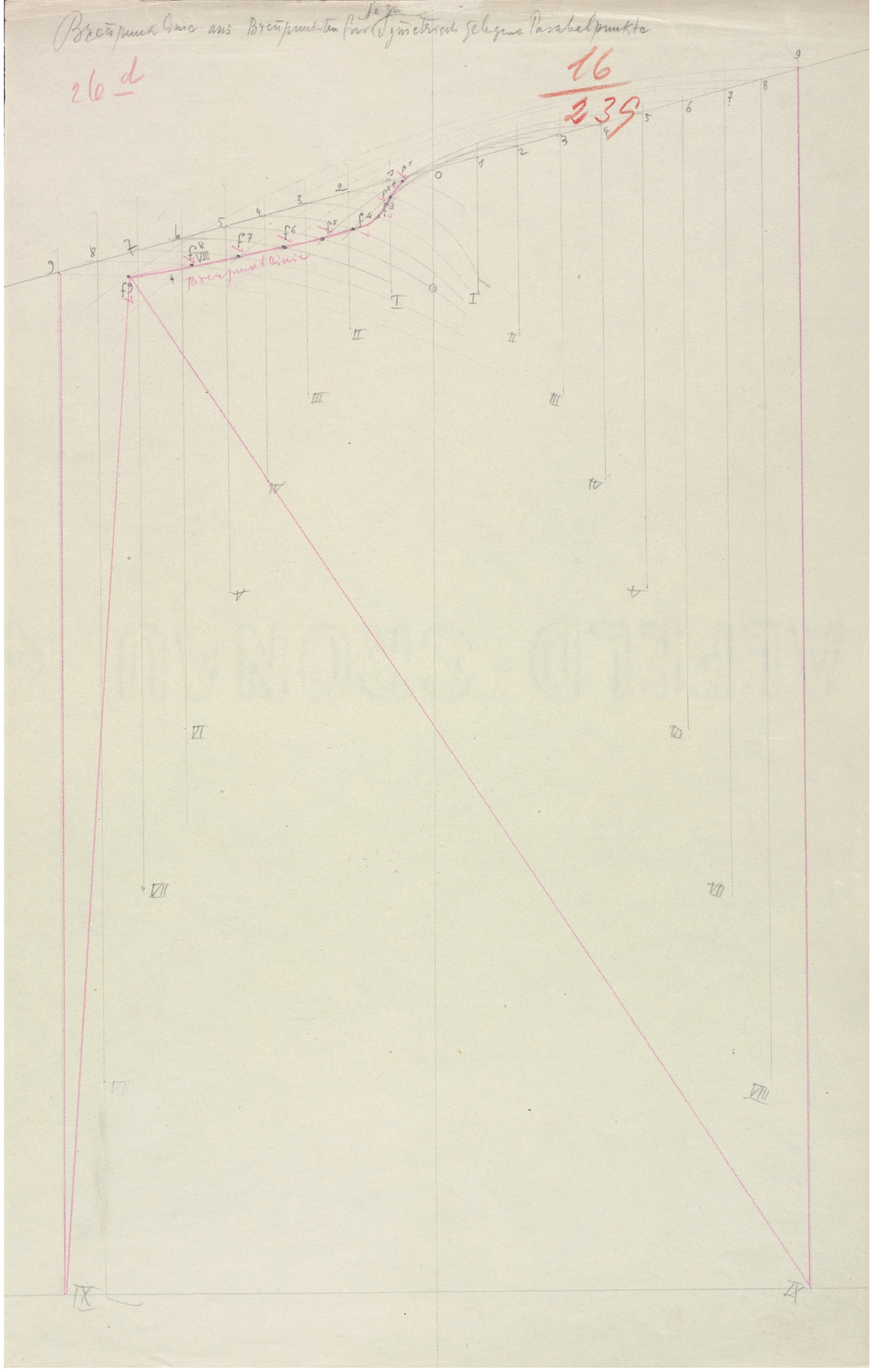
richtige Parabel – Curve
falsche Leitlinie
bewegen den Brennpunkt
auf der Achse zu einer
Brennpunkt=Linie



26c

Falsche Leitlinie





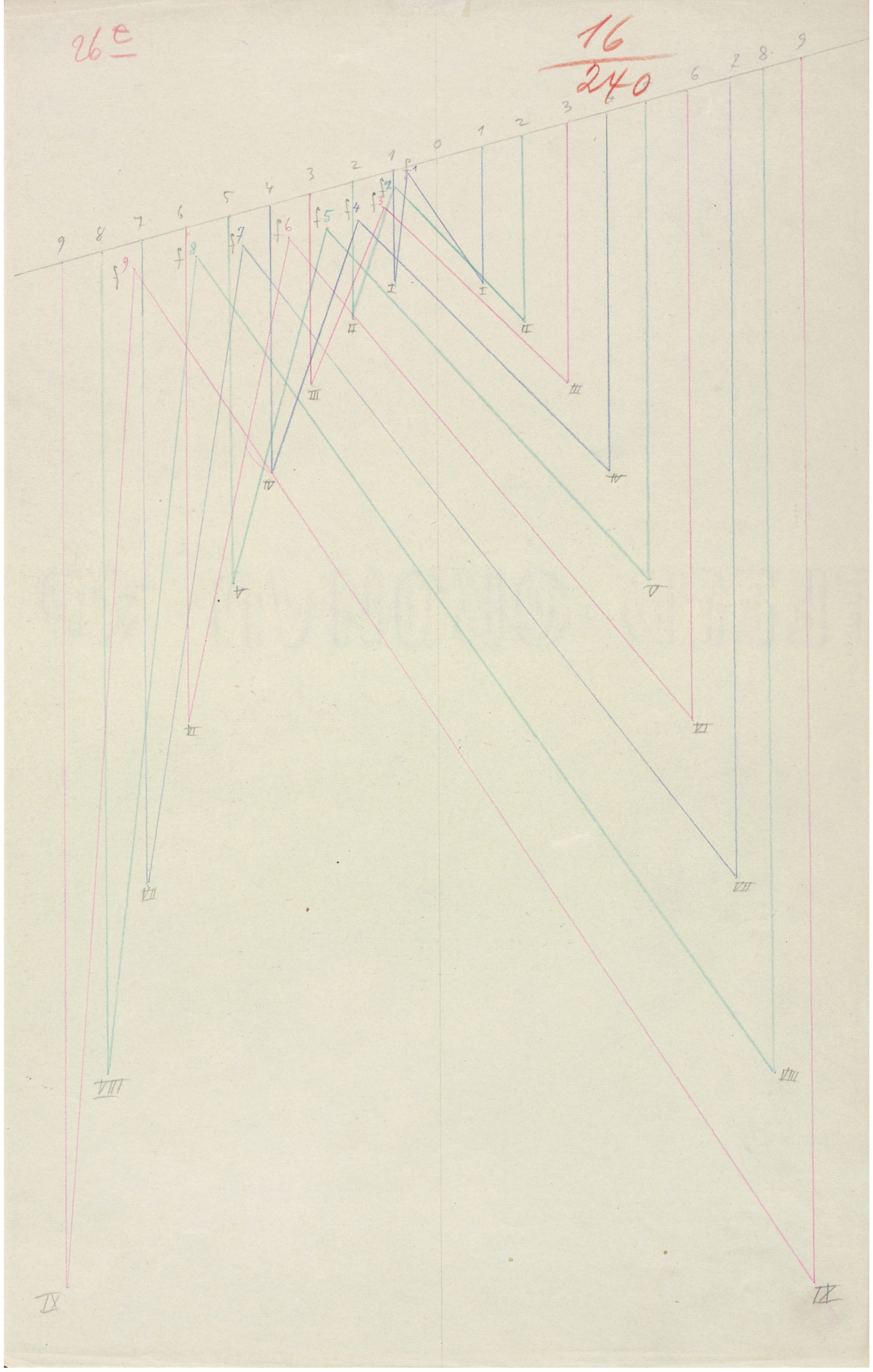
Brennpunk*t*linie[1] aus Brennpunkten für je zu[2] symmetrisch gelegene Parabelpunkte

26d

Brennpunktlinie

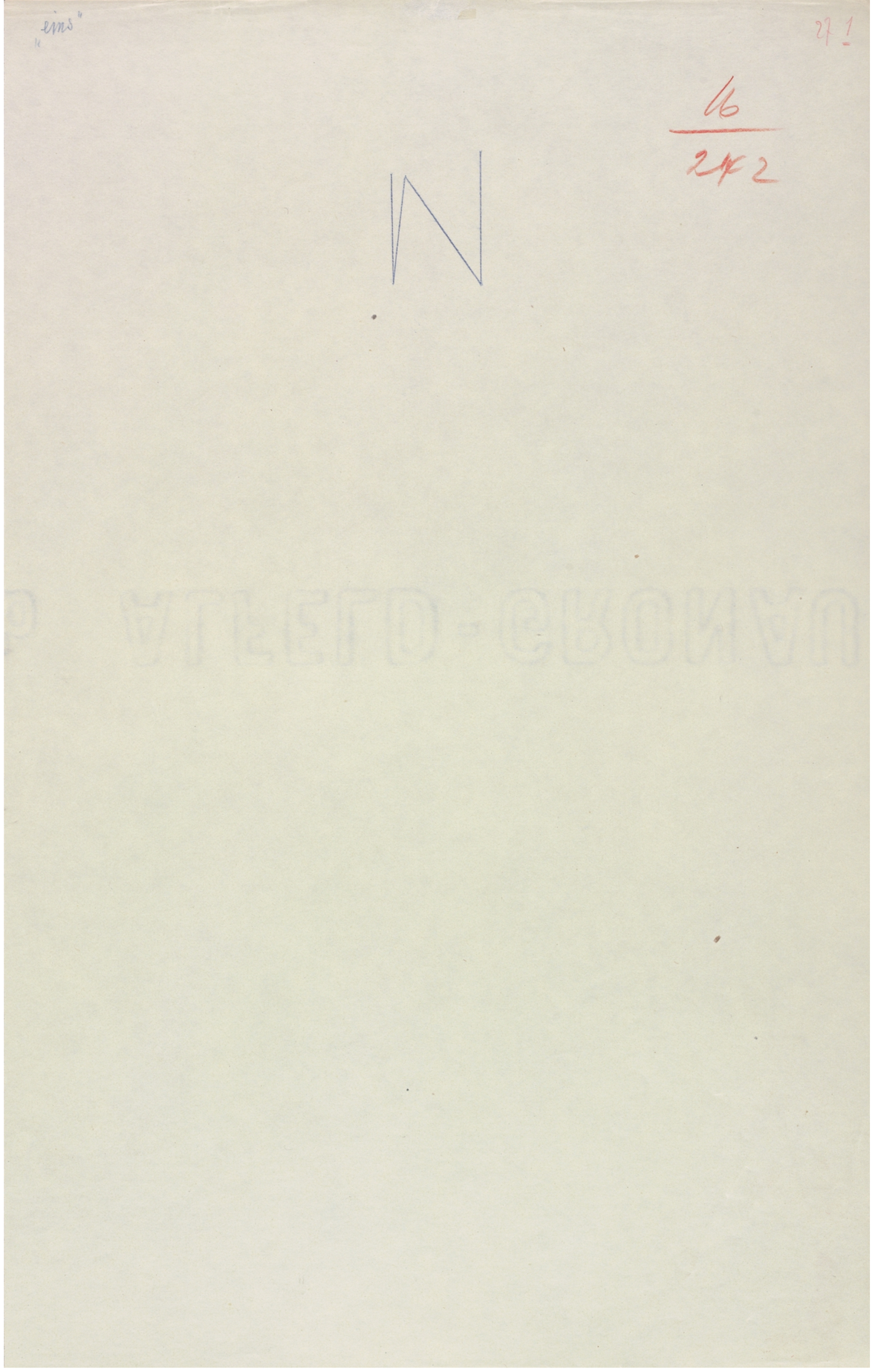
[1] Brennpunklinie

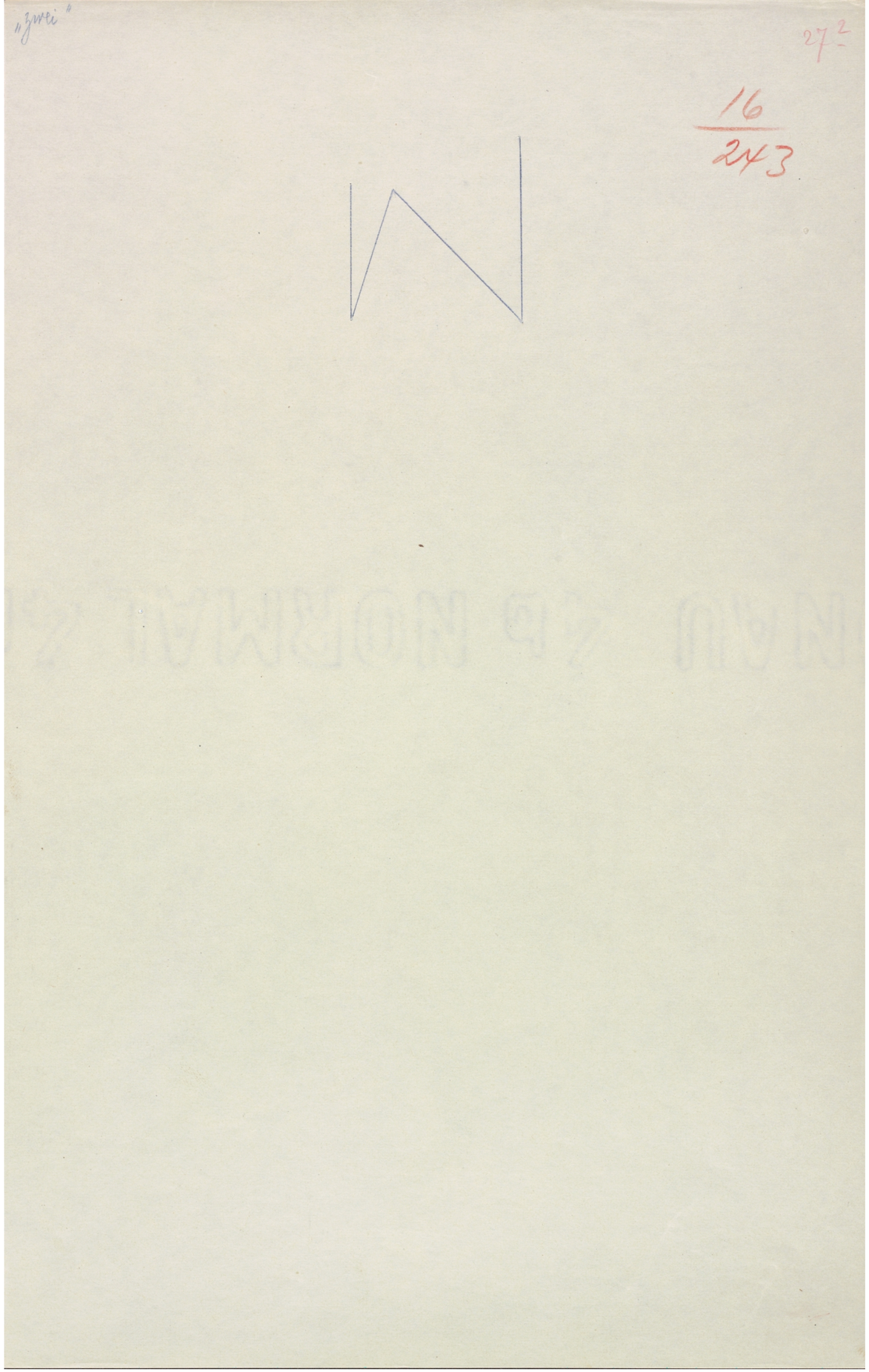
[2] \ je zu /


26 e
16
240
9 8 7 6 5 4 3 2 1 f1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
f9 f8 f7 f6 f5 f4 f3 f2
I
II
III
IV
V
VI
VII
VIII
IX
X
XI
XII

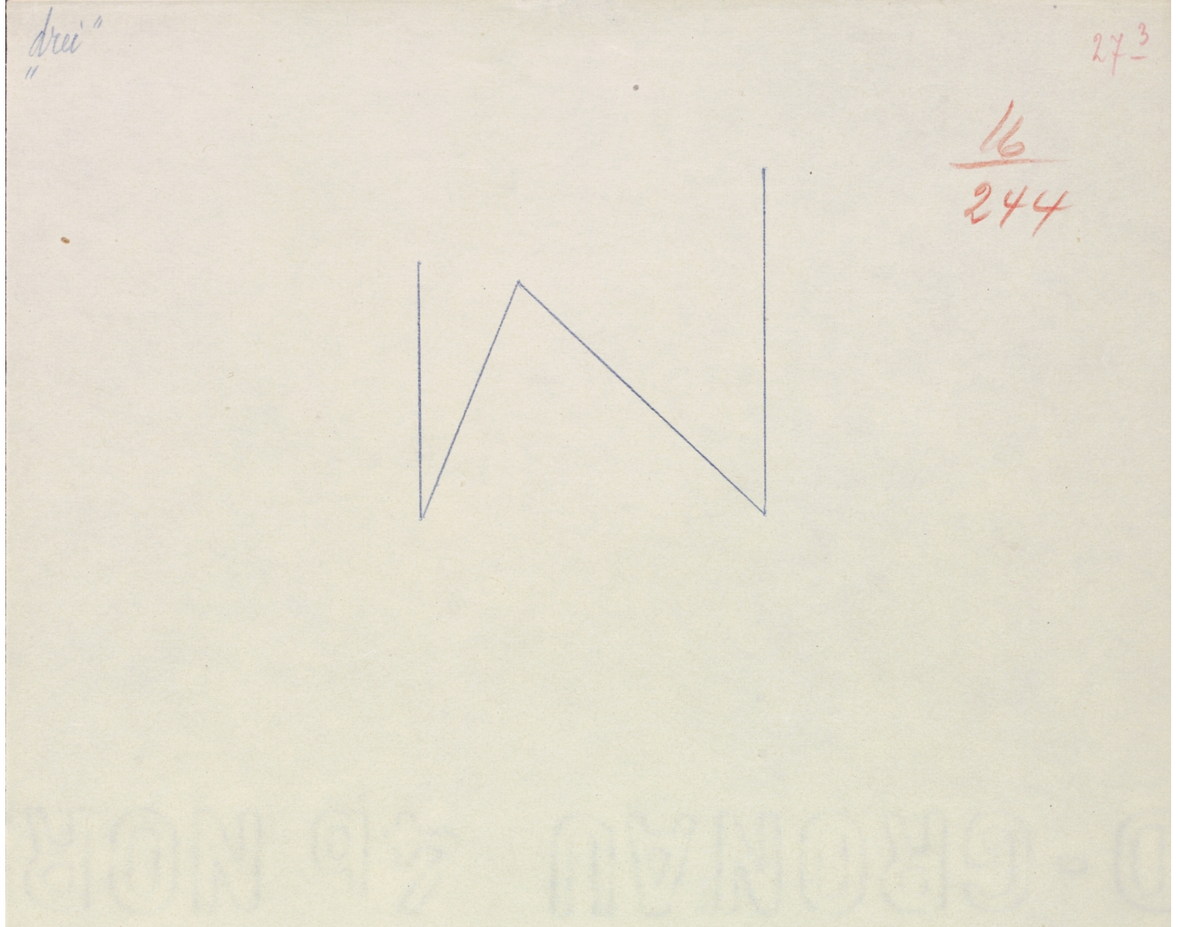
Reihen-form
(auf 26e fussend)

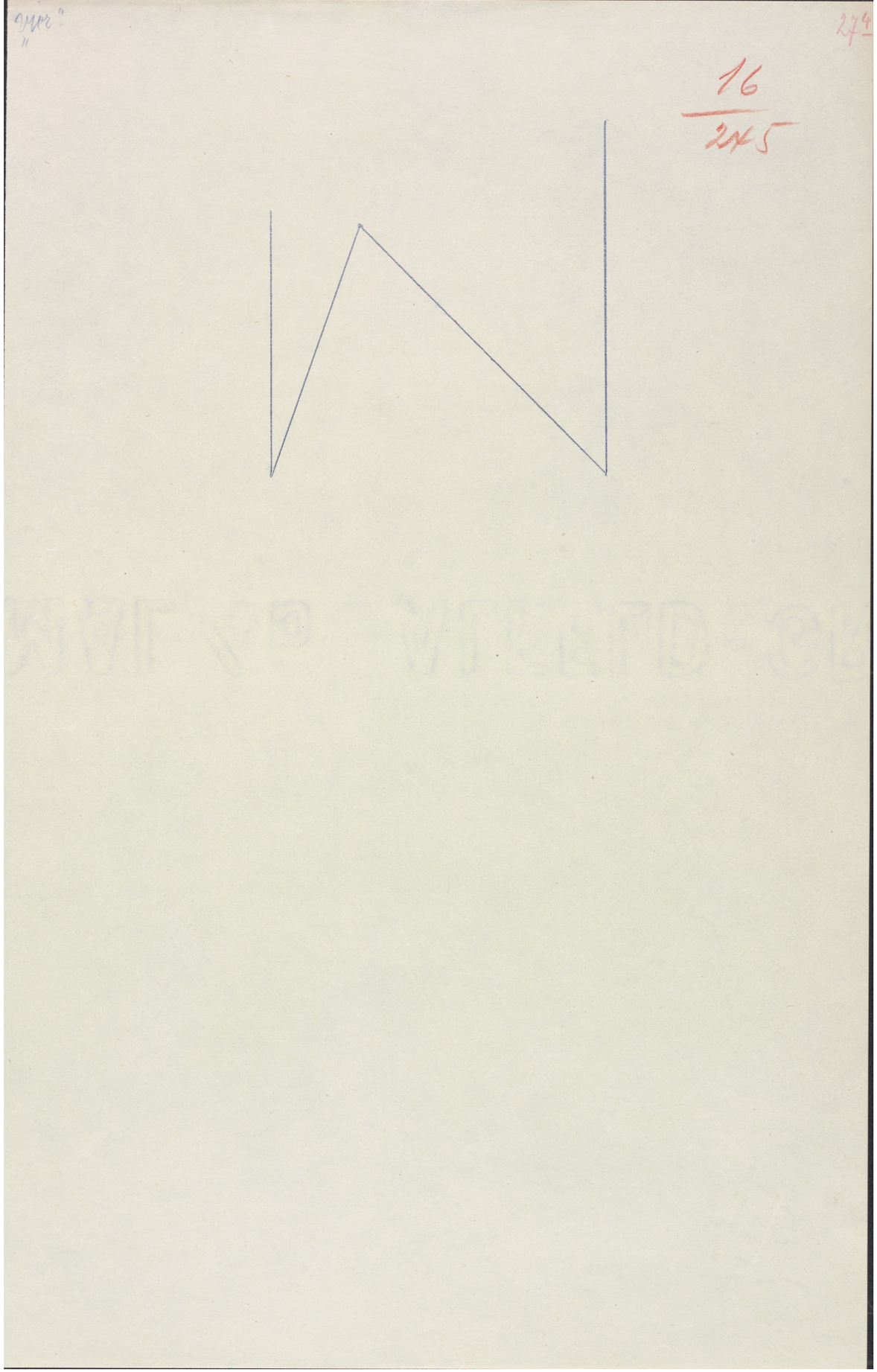
Reihen-form
(auf 26e fussend)

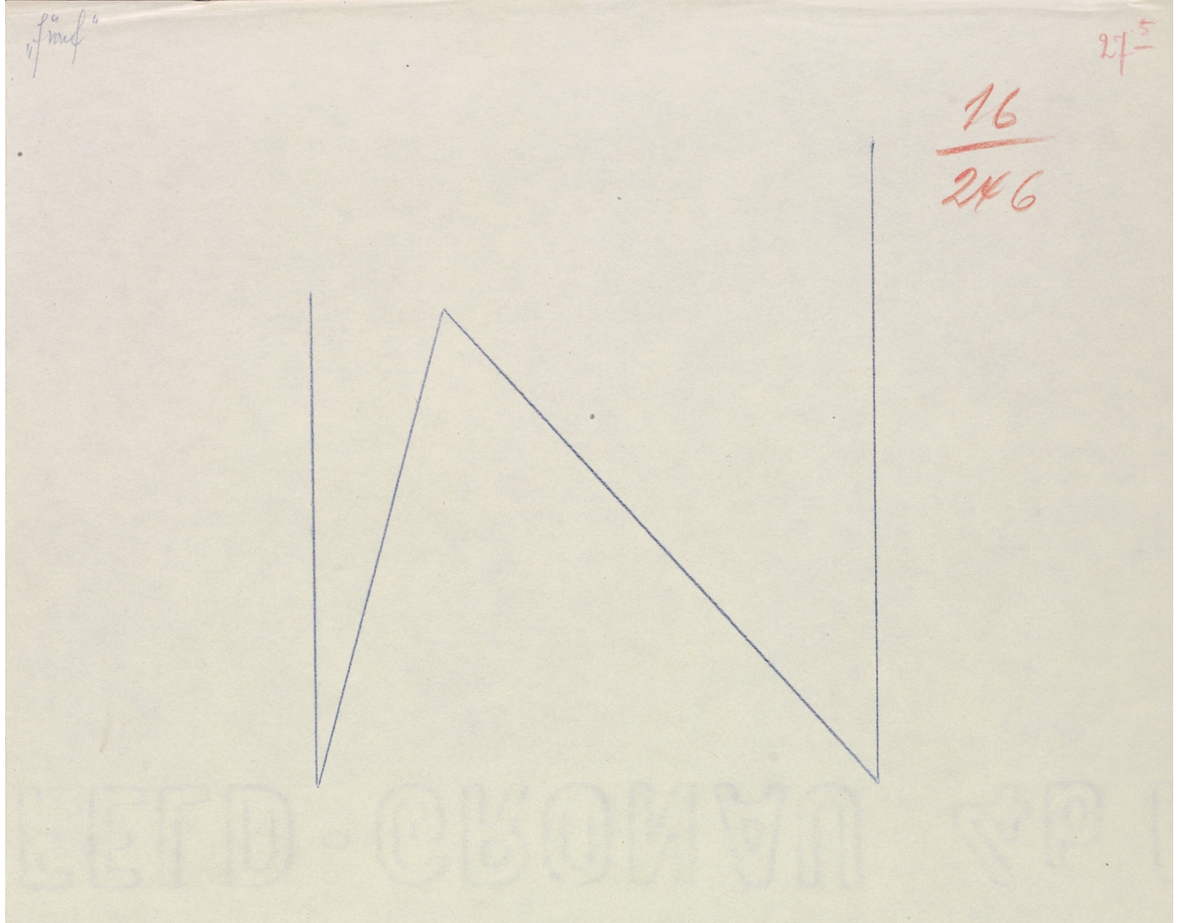




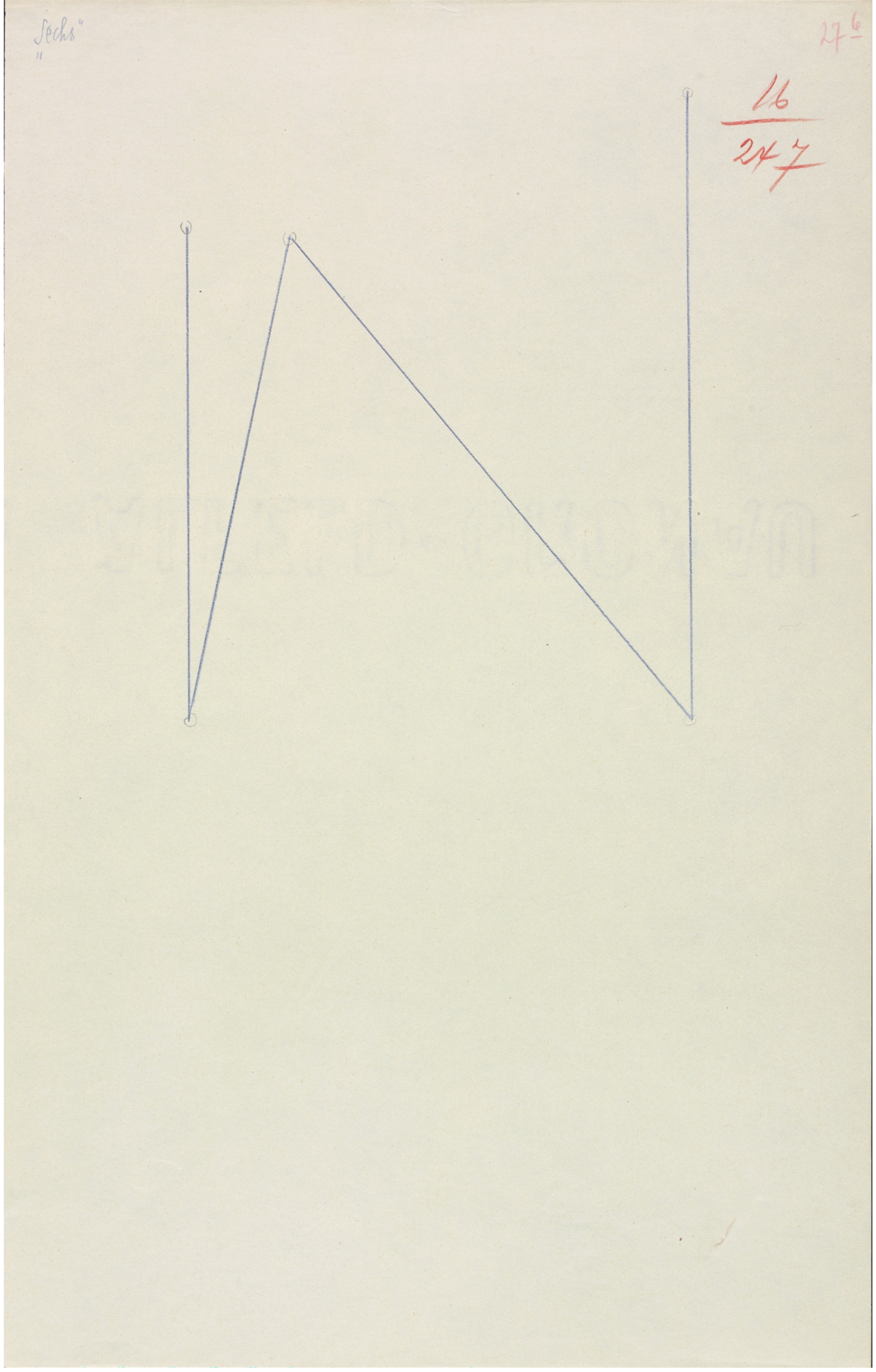
„zwei"


drei"
27 3
16
244



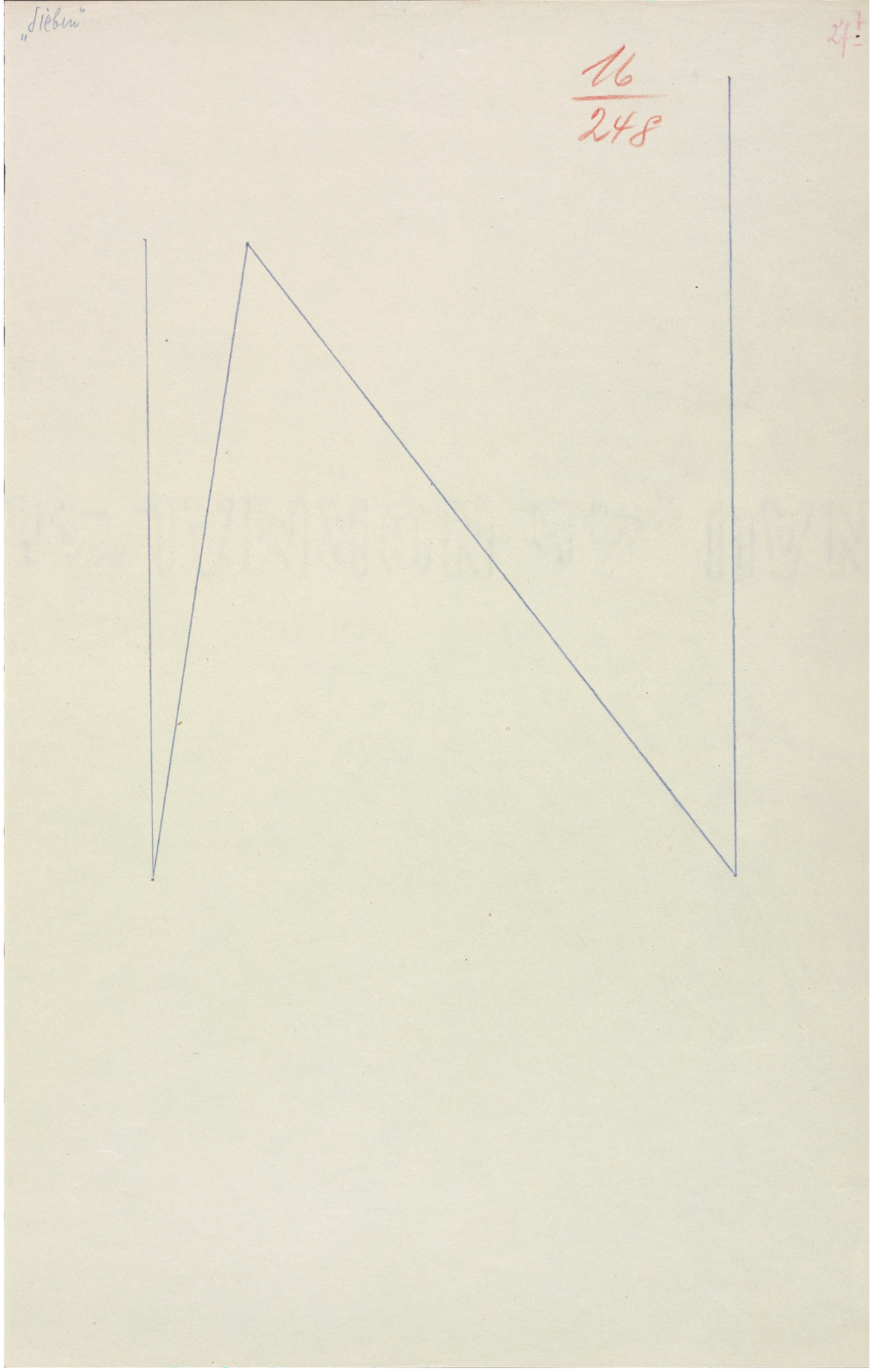


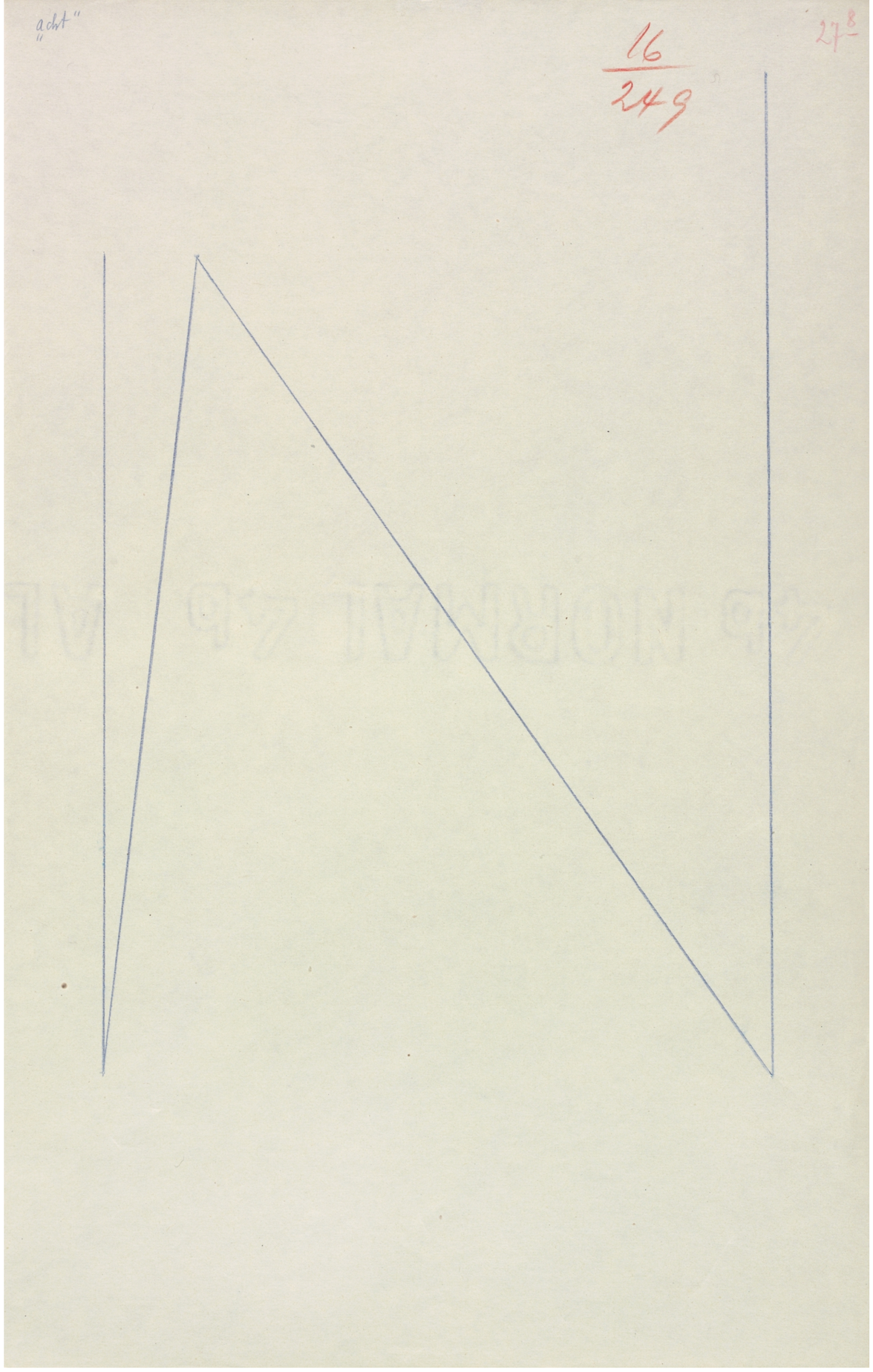
„fünf“



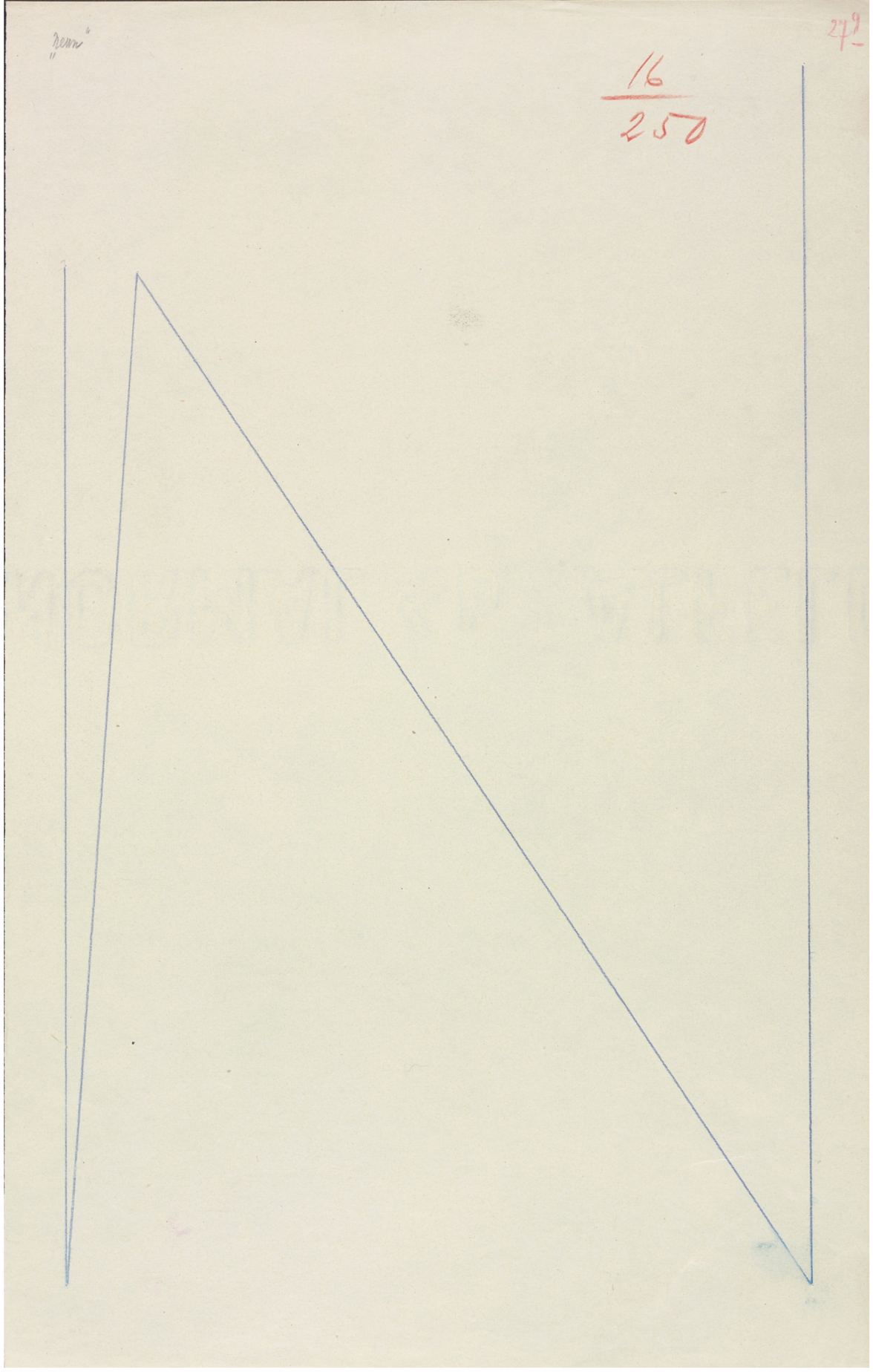
„sechs“

27 6


„sieben“
16
248
27!

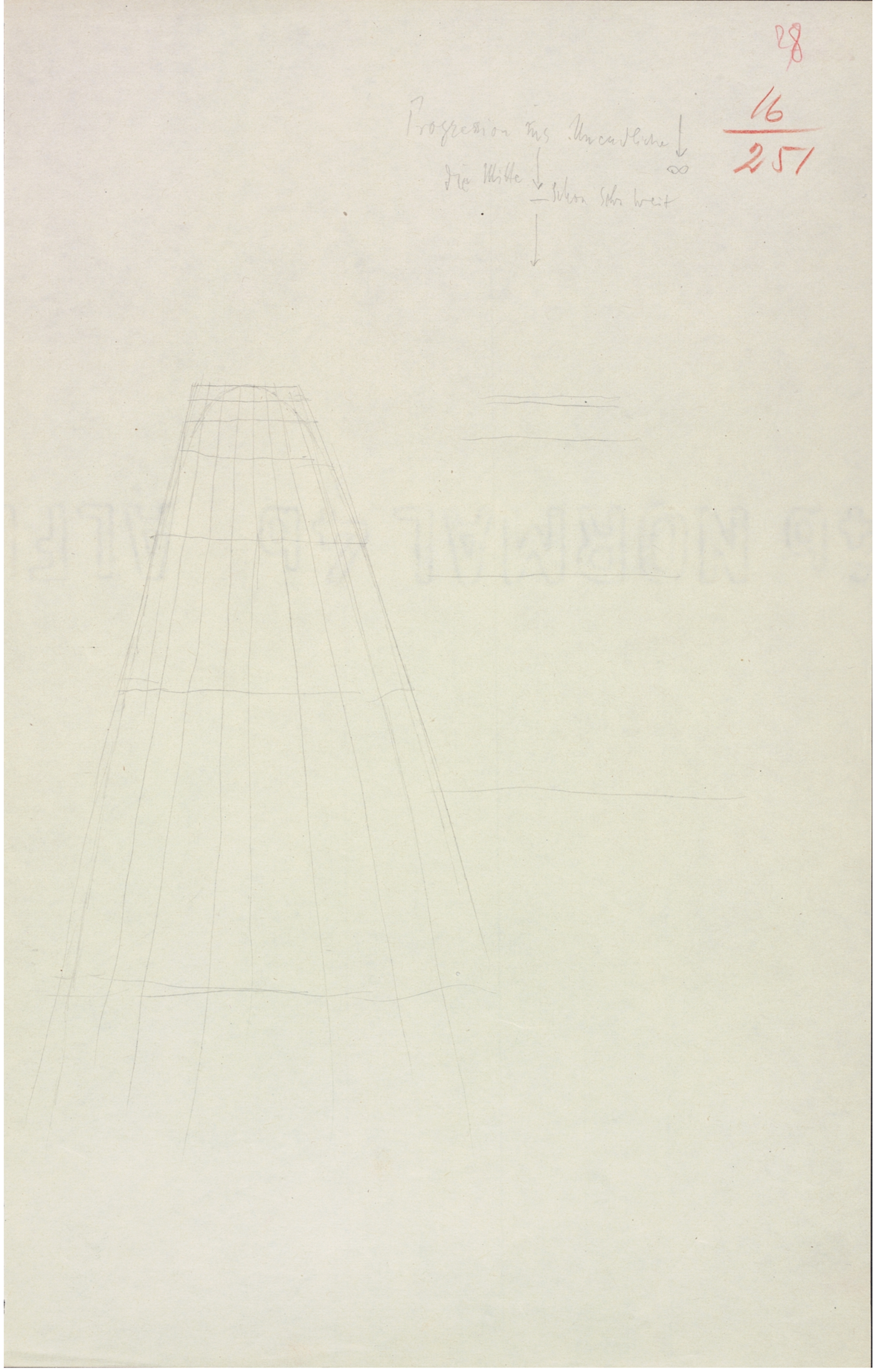


„acht“

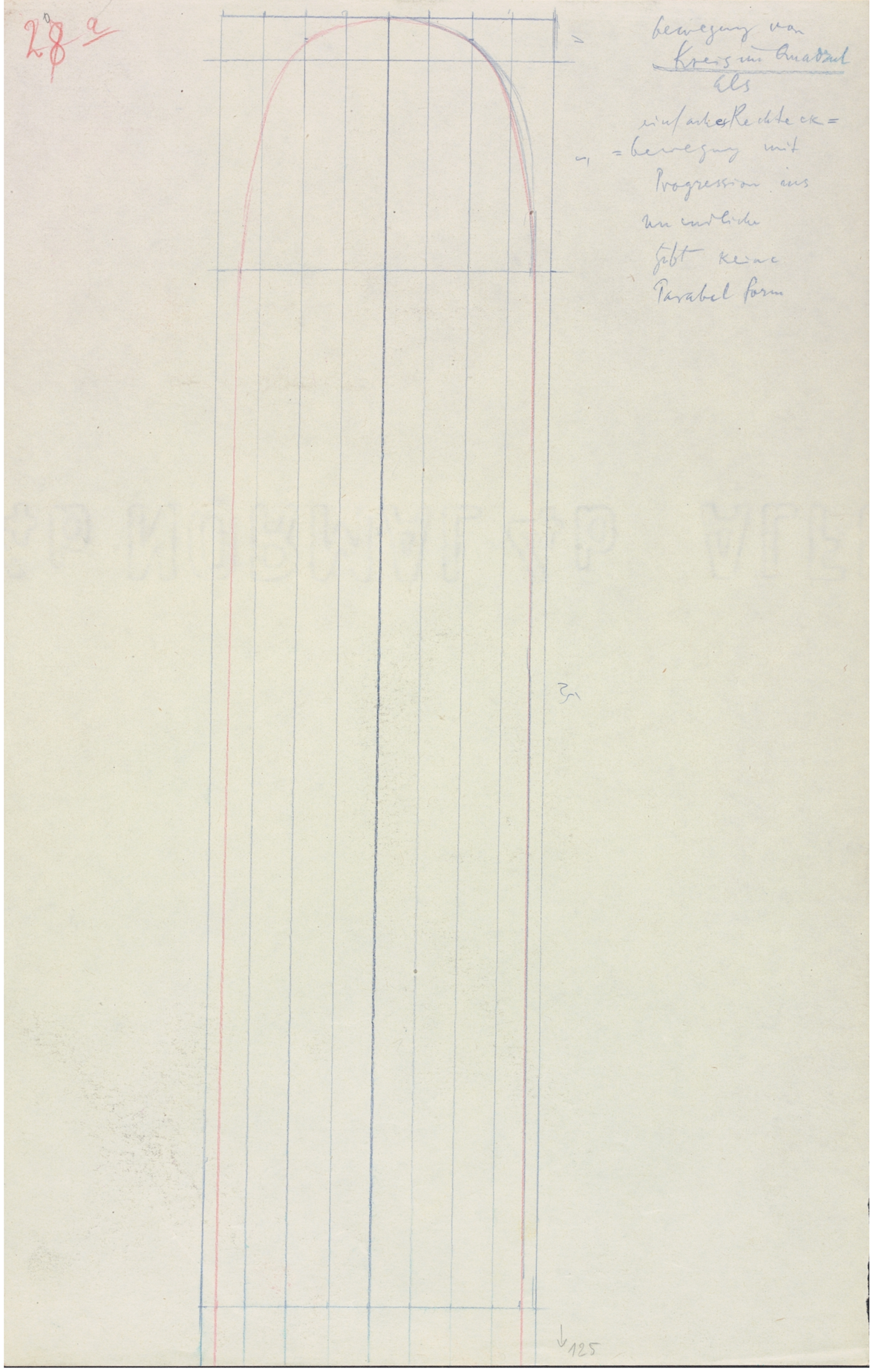


„neun“

27 ⁹



Progression ins Unendliche
die Mitte
schon sehr weit



28 a

bewegung von
Kreis im Quadrat
als
einfache Rechteck=
=bewegung mit
Progression ins
unendliche
gibt keine
Parabelform

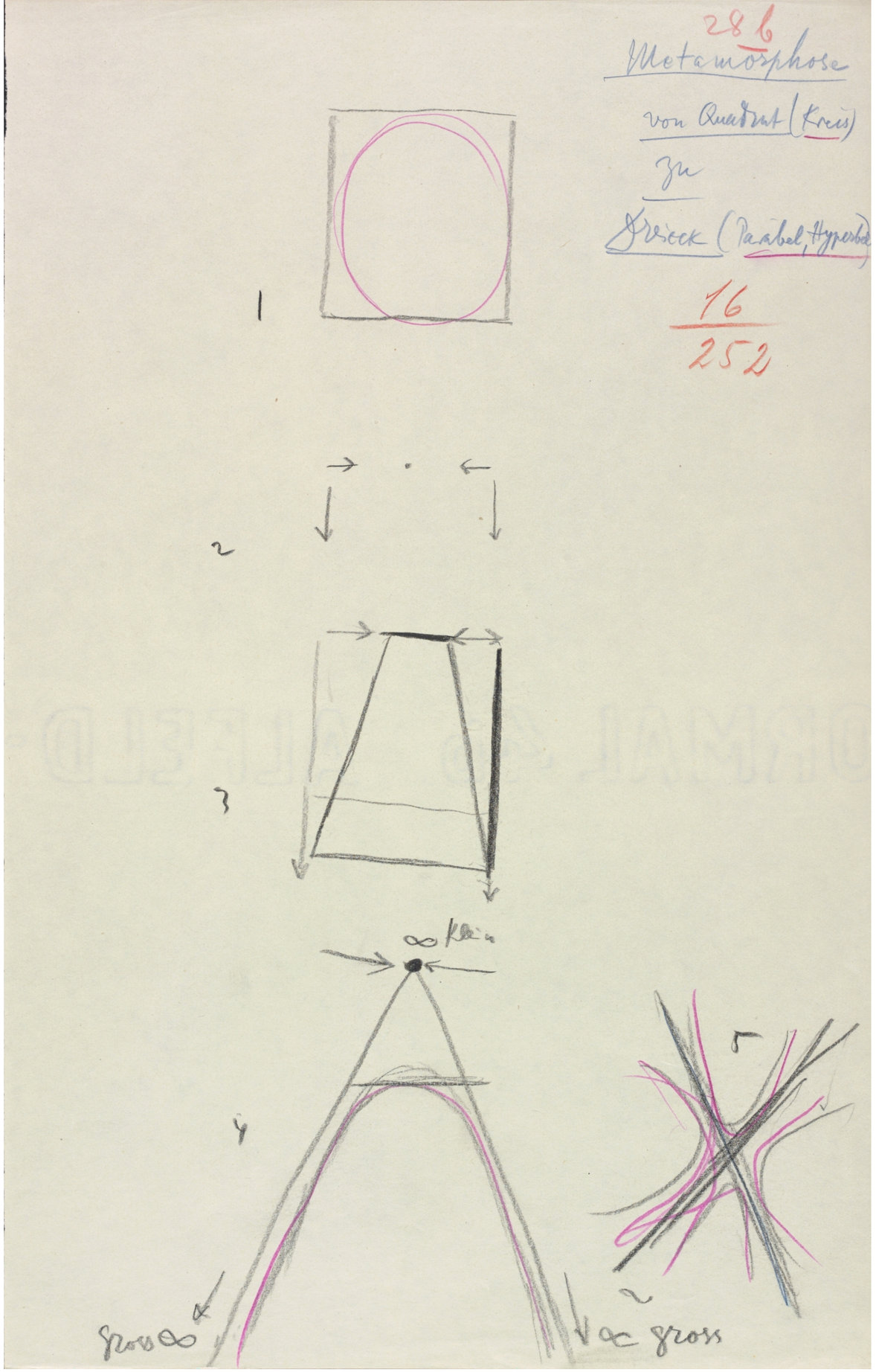
28b

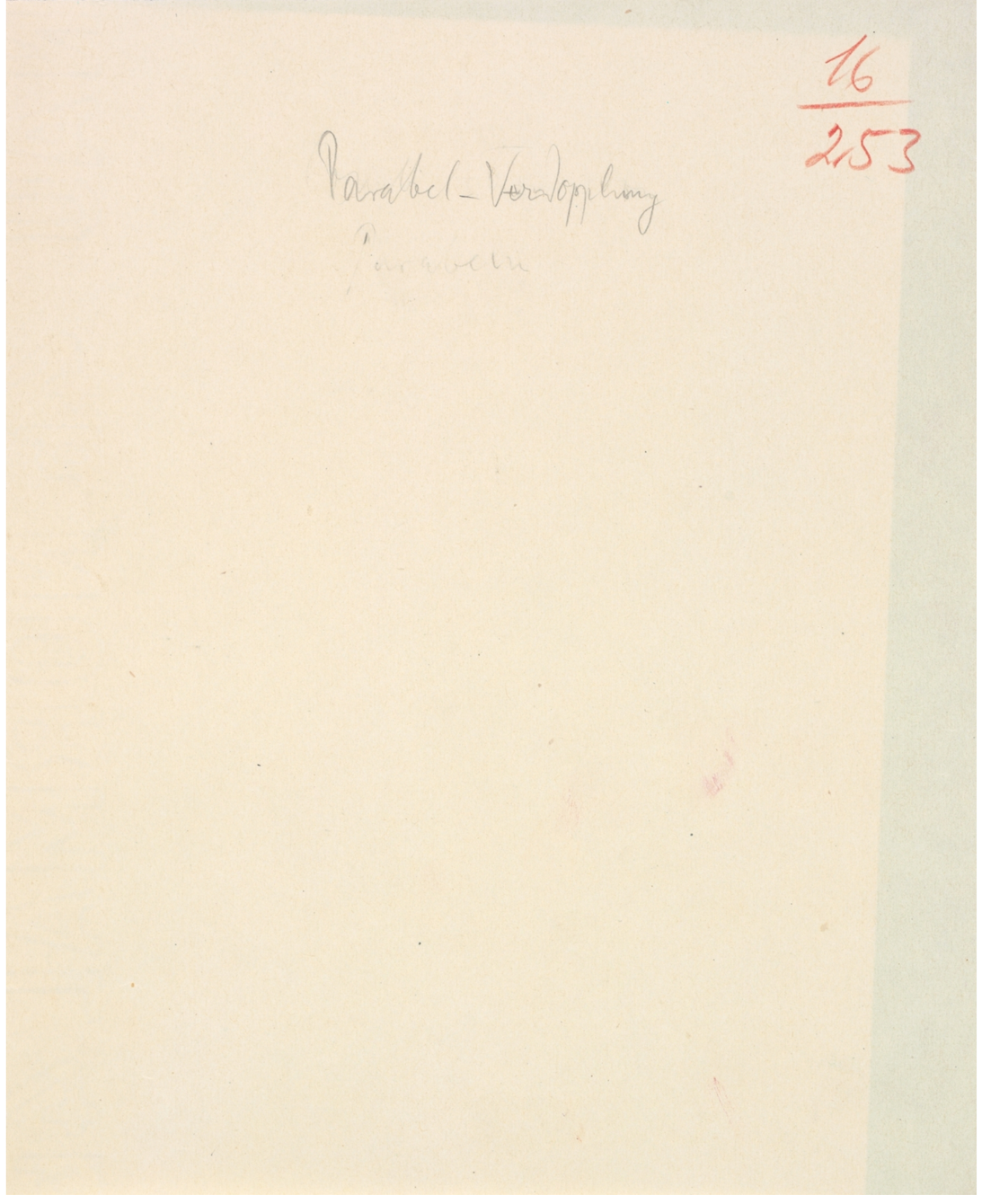
Metamorphose

von Quadrat (Kreis)

zu

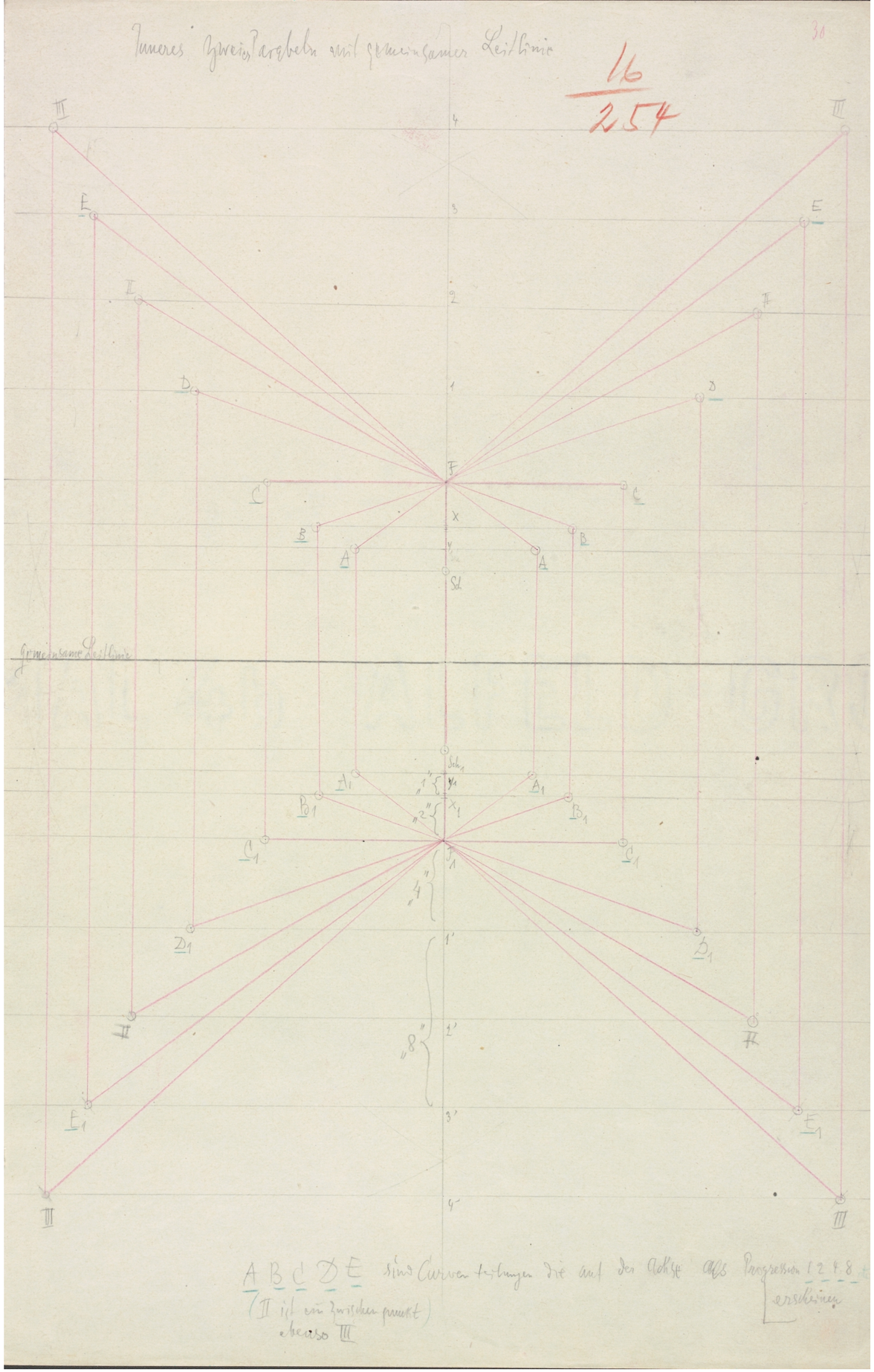
Dreieck (Parabel, Hyperbel)





Parabel - Verdopplung[1]

[1] *unterhalb ausradiert* Parabeln



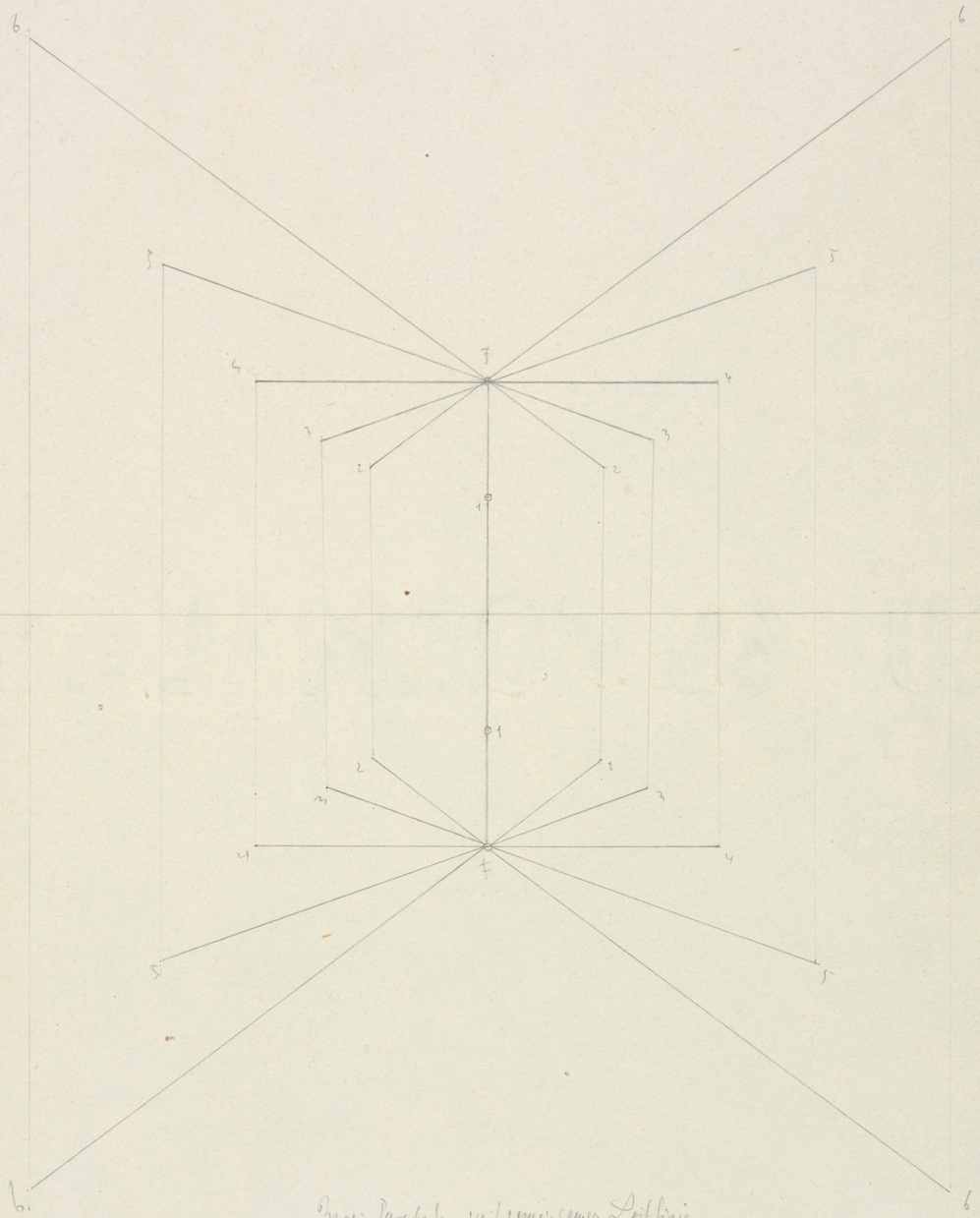
Inneres zweier Parabeln mit gemeinsamer Leitlinie

gemeinsame Leitlinie

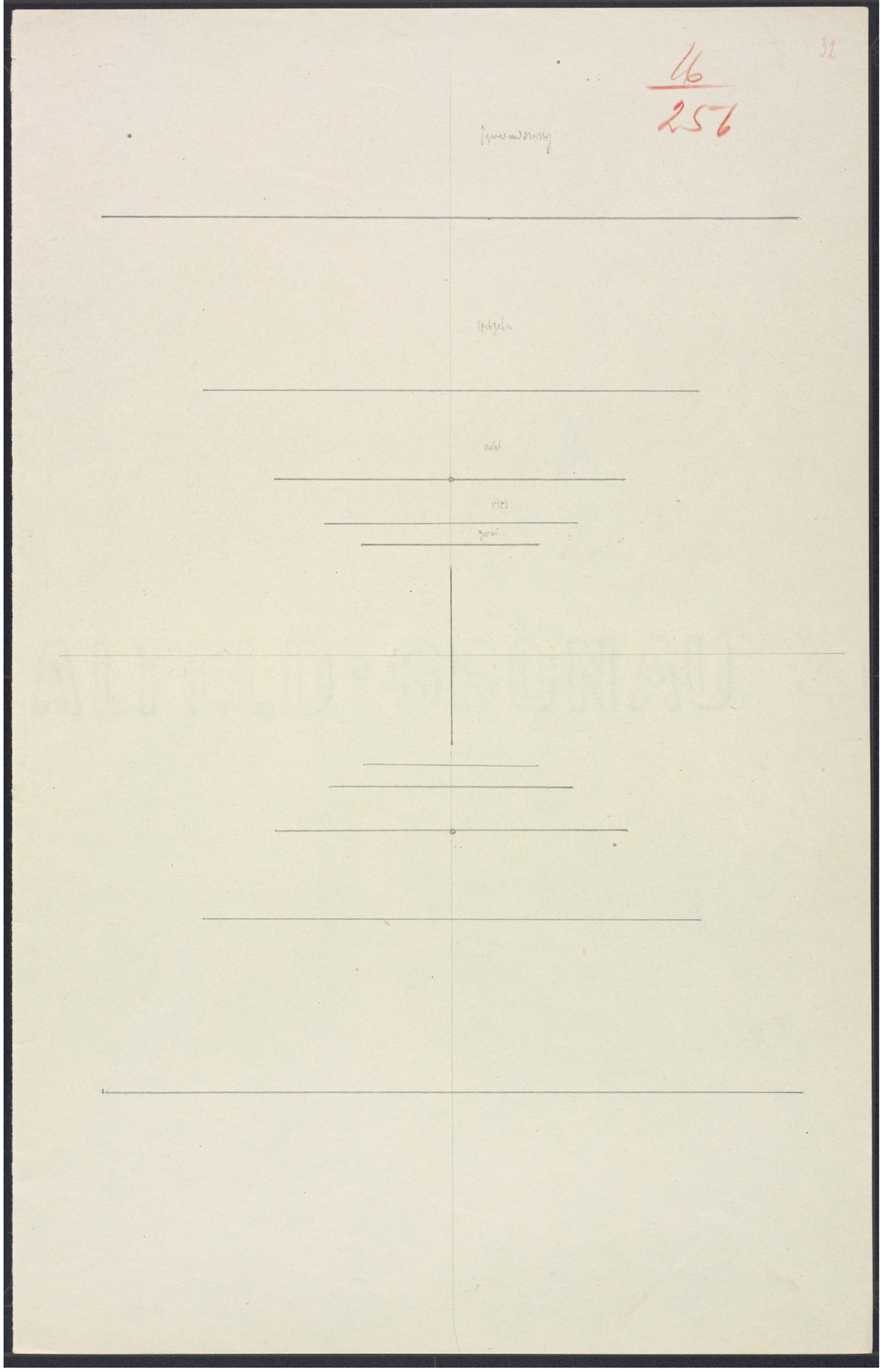
A B C D E sind Curventeilungen die auf der Achse als Progression 1 2 4 8 erscheinen

(II ist ein Zwischenpunkt)
ebenso III

16/255



Zwei Parabeln mit gemeinsamer Leitlinie
innere Strahlung (betont) und Abstände von gemeinsamer Leitlinie



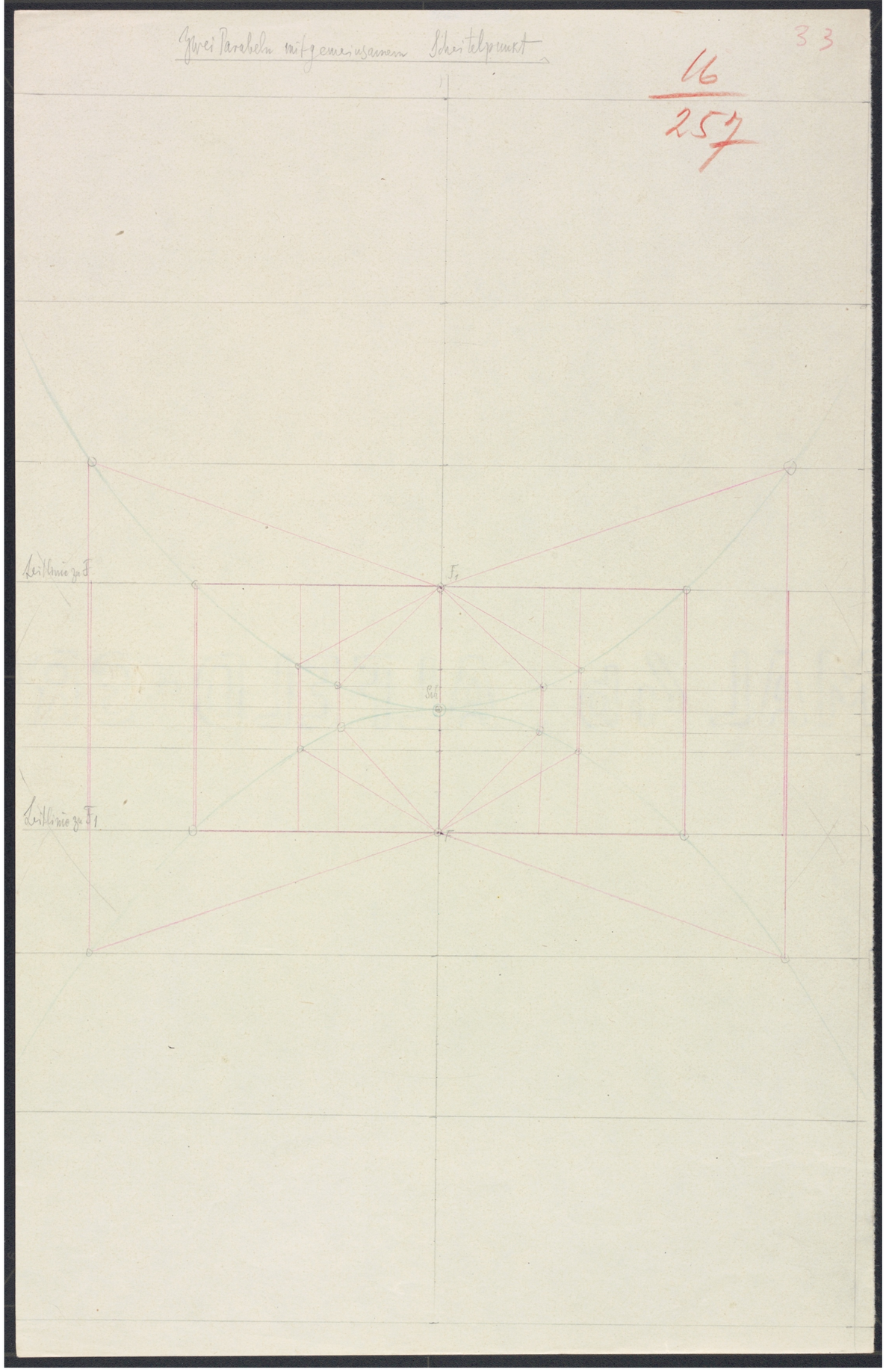
zweiunddreissig

sechzehn

acht

vier

zwei



Zwei Parabeln mit gemeinsamem Scheitelpunkt

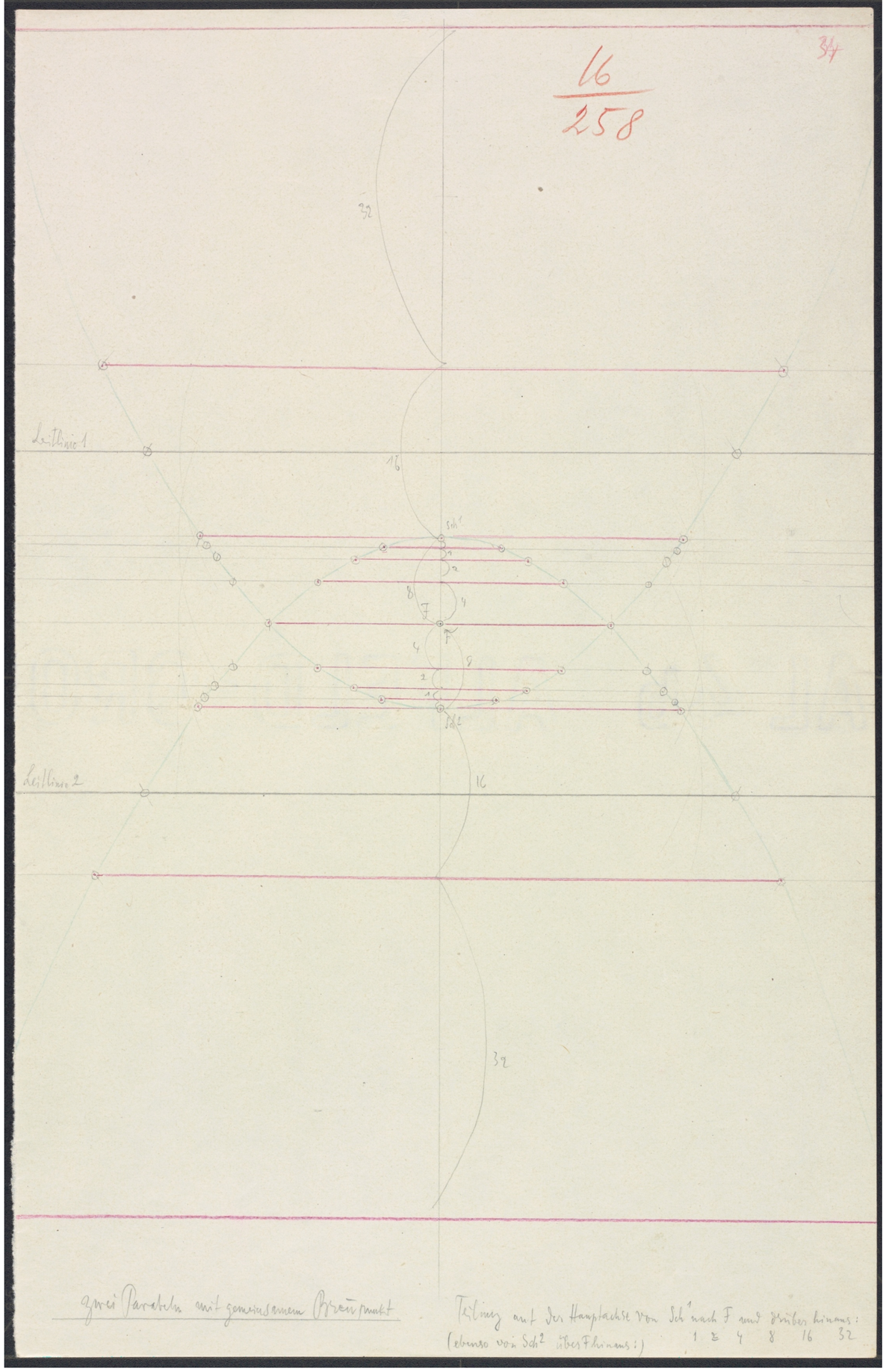
Leitlinie zu F

F1

Sch

Leitlinie zu F1

F

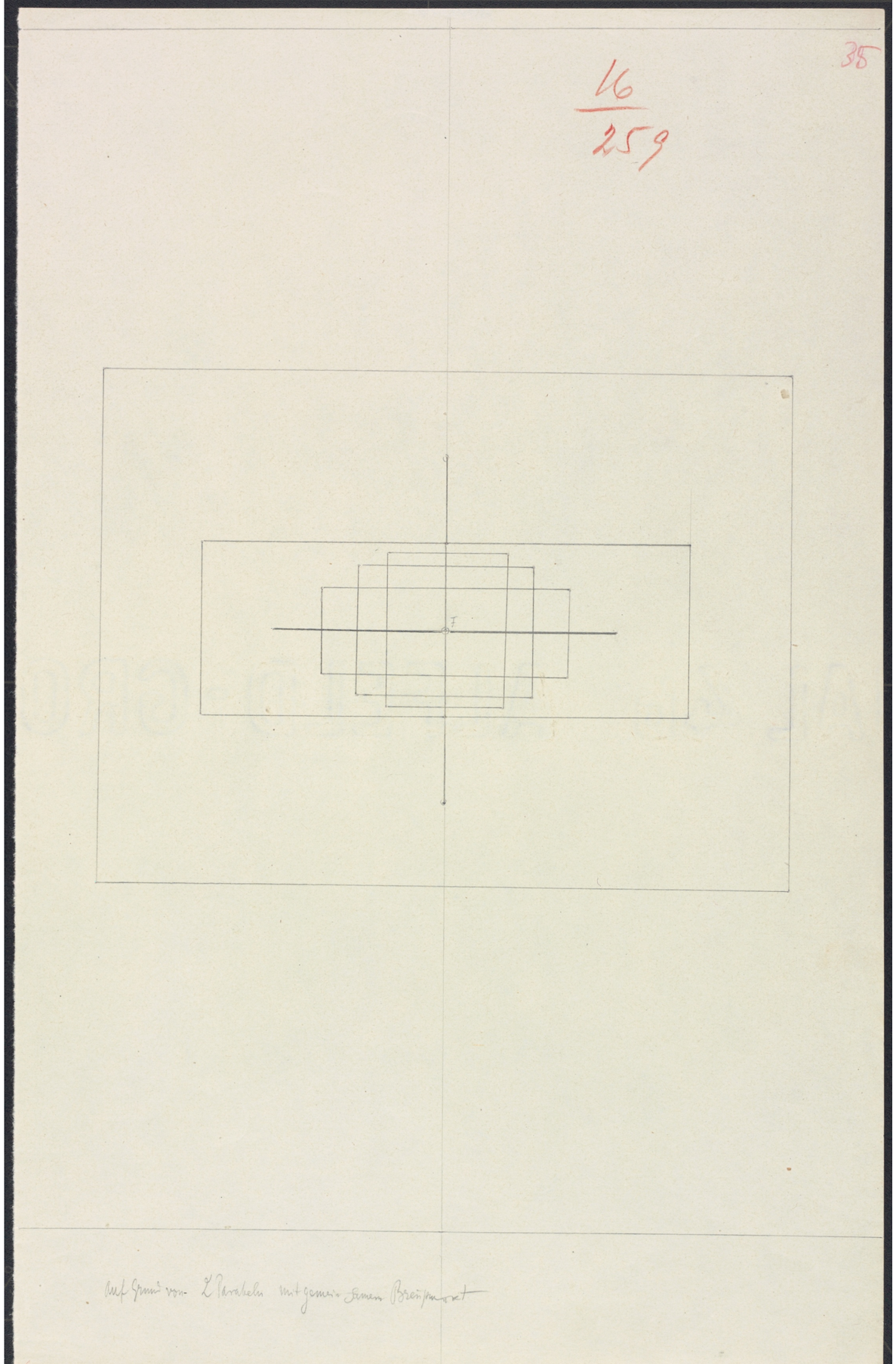


Leitlinie 1

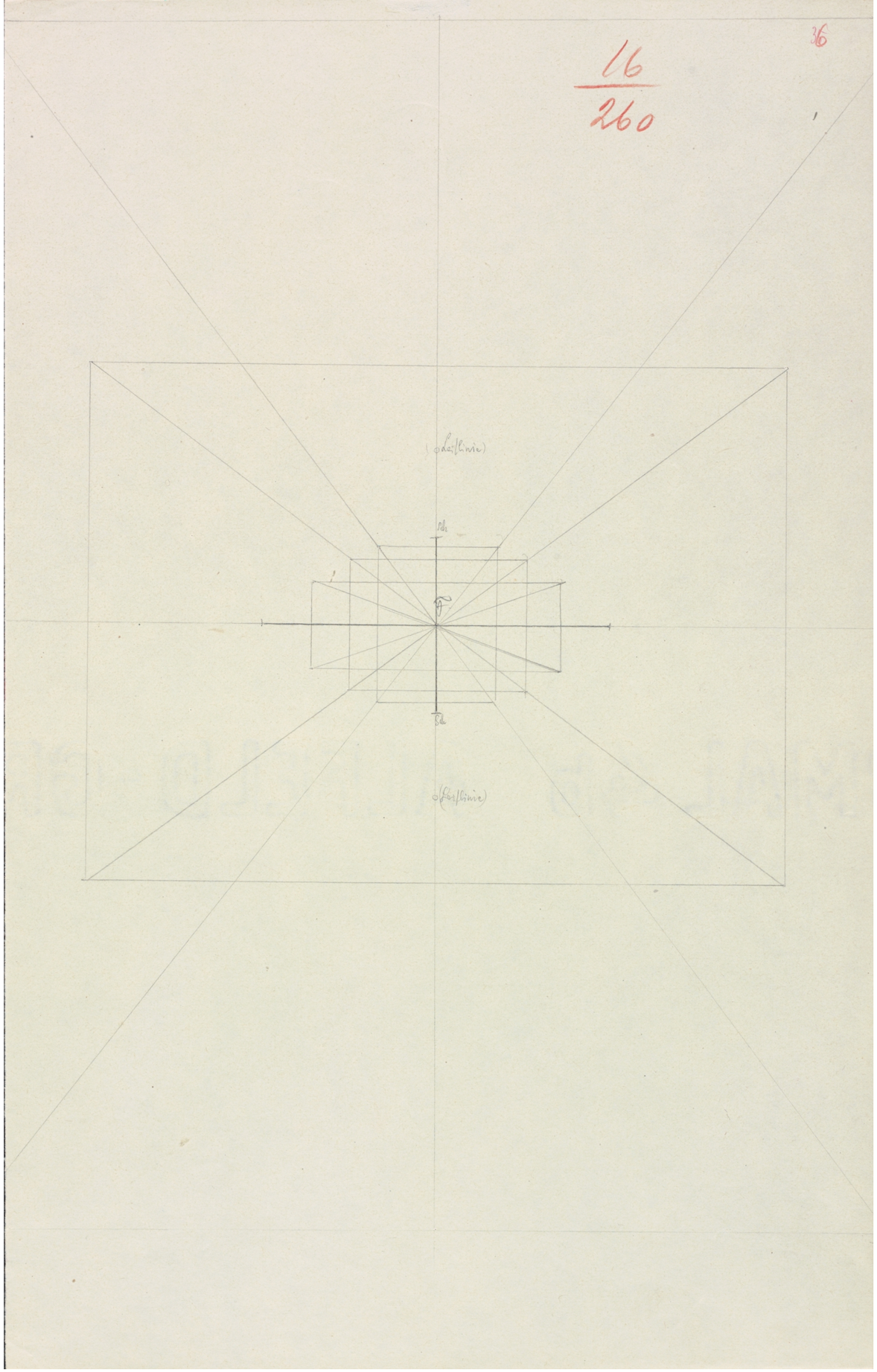
Leitlinie 2

Zwei Parabeln mit gemeinsamem Brennpunkt

Teilung auf der Hauptachse von Sch^1 nach F und darüber hinaus:
(ebenso von Sch^2 über F hinaus:) 1 2 4 8 16 32



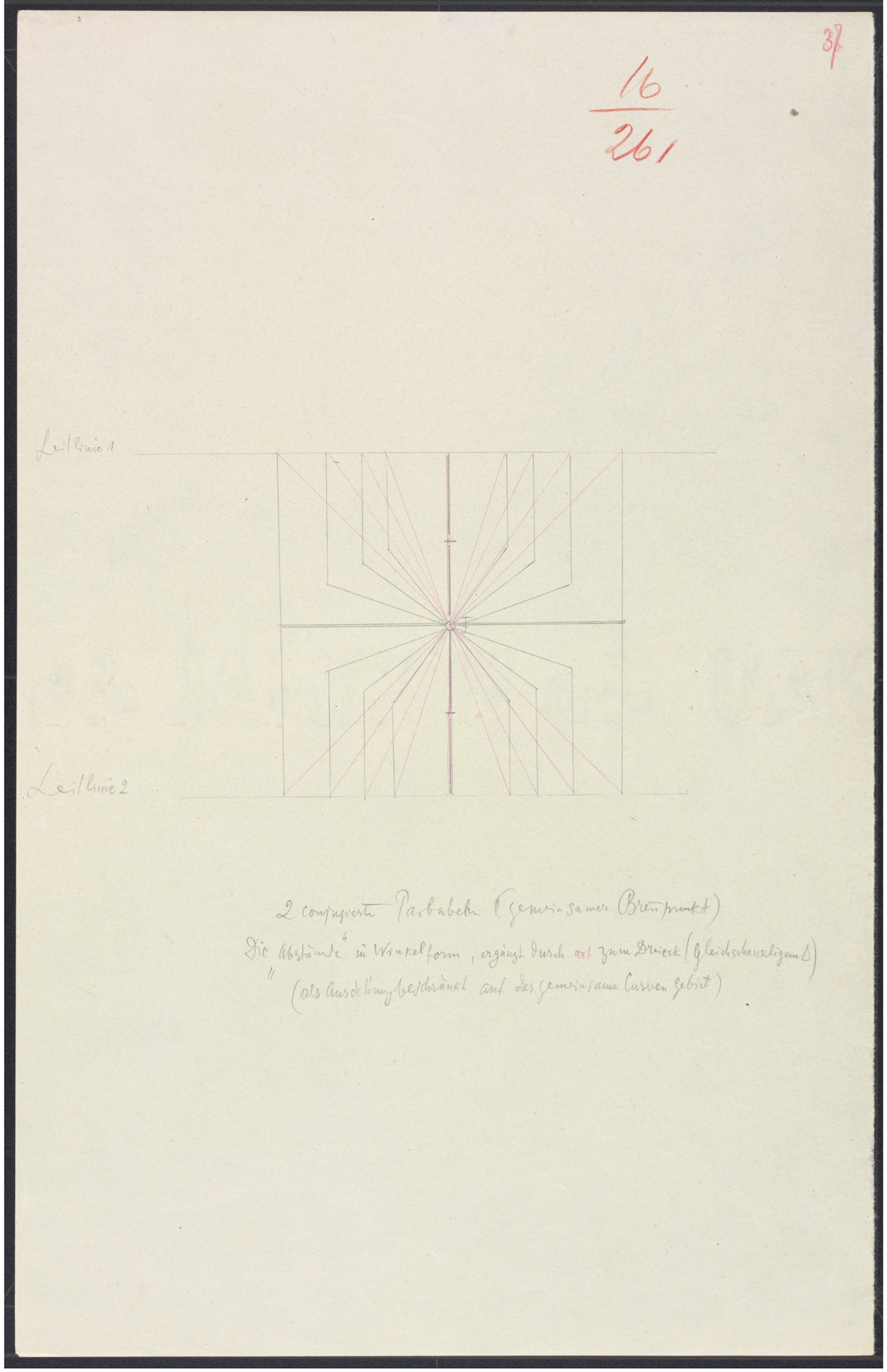
auf Grund von 2 Parabeln mit gemeinsamem Brennpunkt



Leitlinie

Leitlinie

[1] *darunter* 35

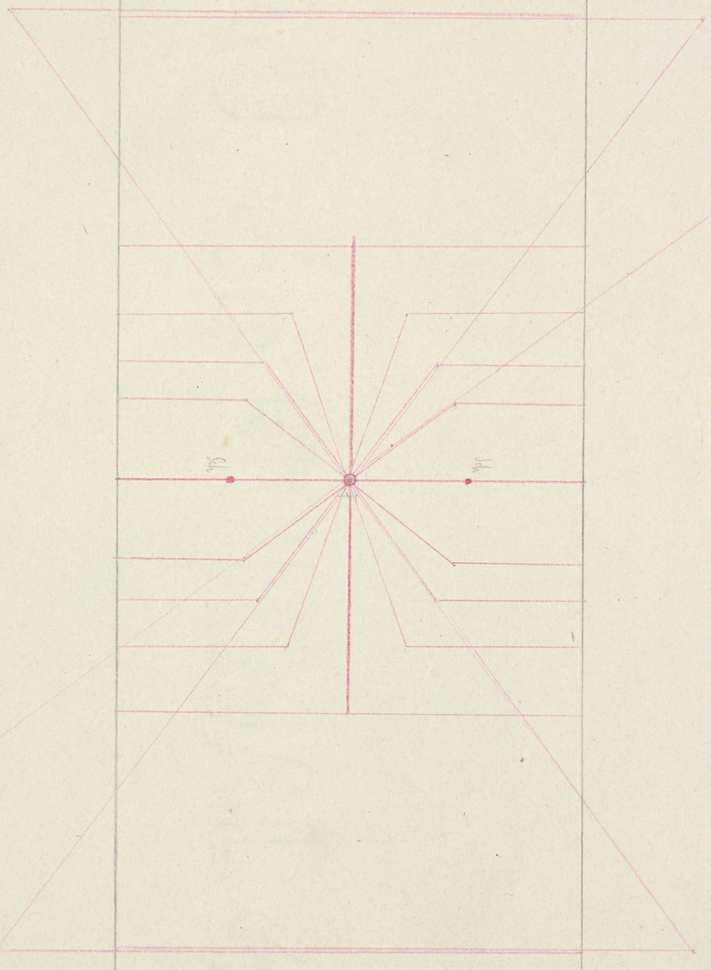


Leitlinie 1

Leitlinie 2

2 conjugierte Parabeln (gemeinsamer Brennpunkt)

Die „Abstände" in Winkelform, ergänzt durch rot zum Dreieck (Gleichschenkligem Δ)
(als Ausdehnung beschränkt auf das gemeinsame Curvengebiet)



16a Hyperbel

16
264 1–

" " Die Hyperbel ist ein Kegelschnitt.
entsteht wenn eine Ebene beide Hälften eines Kreiskegels schneidet
ohne durch die Kegelspitze zu gehen.
besteht aus zwei getrennten symmetrischen, ins Unendliche fortlaufenden
Zweigen oder Aesten. Die beiden Punkte, in denen die Äste einander
am nächsten kommen, heissen die Scheitel, die sie verbindende
gerade Linie die grosse oder die Hauptachse, ihr Mittelpunkt heisst
der Mittelpunkt der Hyperbel.
Auf der Verlängerung der grossen Achse liegen, gleichweit vom
Mittelpunkt die Brennpunkte; der Unterschied der von ihnen
nach irgend einem Punkte der Hyperbel gezogenen Linien (Leit-
=strahlen) (radii vectores) ist stets gleich der grossen Achse, n.B.
dem Stück zwischen den Scheitelpunkten.

Die Hyperbel hat zwei Asymptoten, d.h. 2 vom Mittel-
punkt ausgehende gerade Linien, die ausserhalb der Hyperbel liegen, sich
aber der Hyperbel immer mehr und mehr nähern, ohne mit ihr zu-
sammenzufallen. " "

" " Die Hyperbel ist ein Kegelschnitt.
entsteht wenn eine Ebene beide Hälften eines Kreiskegels schneidet
ohne durch die Kegelspitze zu gehen.
besteht aus zwei getrennten, symmetrischen, ins Unendliche fortlaufenden
Zweigen oder Aesten. Die beiden Punkte, in denen die Äste einander
am nächsten kommen, heissen die Scheitel, die sie verbindende
gerade Linie die grosse oder die Hauptachse, ihr Mittelpunkt heisst
der Mittelpunkt der Hyperbel.
Auf der Verlängerung der grossen Achse liegen, gleichweit vom
Mittelpunkt die Brennpunkte; der Unterschied der von ihnen
nach irgend einem Punkte der Hyperbel gezogenen Linien (Leit-
=strahlen) (radii vectores) ist stets gleich der grossen Achse, n.B.
dem Stück zwischen den Scheitelpunkten.

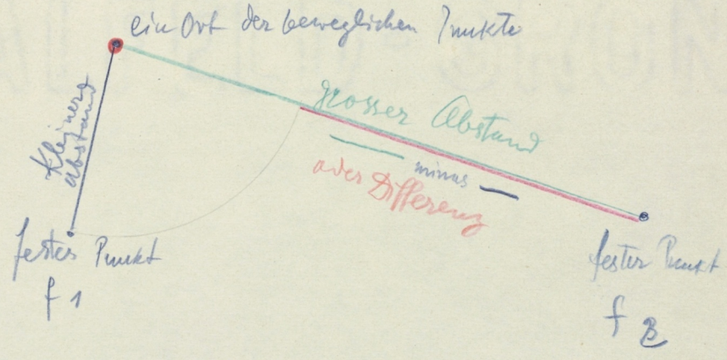
Die Hyperbel hat zwei Asymptoten, d.h. 2 vom Mittel-
punkt ausgehende gerade[1] Linien, die ausserhalb der Hyperbel liegen, sich
aber der Hyperbel immer mehr und mehr nähern, ohne mit ihm zu-
sammenzufallen. " "

[1] / gerade \

16 / 265

Die Hyperbel handelt von 4 Punkten
diese 4 Punkte teilen sich in 2 feste Punkte
und in 2 bewegliche Punkte

das Vertragsverhältnis bindet sich an folgende Bedingung:
die Beweglichkeit ist gebunden durch die Notwendigkeit
der festbleibenden Abstandsdifferenz jedes Punktes der
Bewegungsbahn in Bezug auf f_1 und f_2 die
festen Punkte. Die festen Punkte dictieren dies
den beweglichen Punkten[1]. sie geben ihnen also eine[2]
partielle Freiheit.



ein Ort der beweglichen Punkte

grosser Abstand

Kleiner Abstand — minus oder Differenz

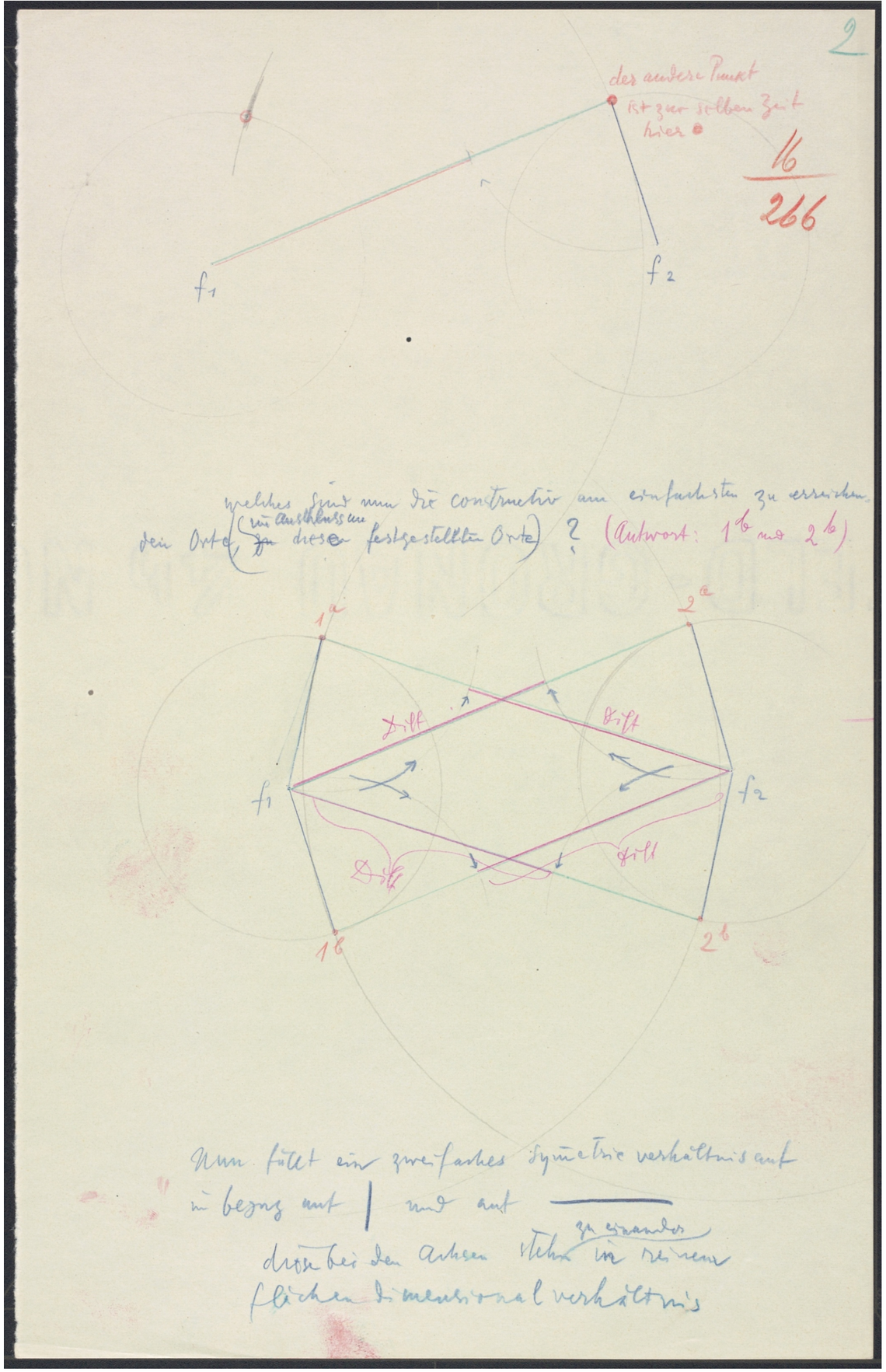
fester Punkt f1 — fester Punkt f2

diese Differenz muss für alle
andern Orte der beweglichen Punkte
zutreffen als festbleibendes Maass

wo ist nun zur gleichen Zeit im analogen
Falle der andere bewegliche Punkt?

[1] \ Punkten /. ~~nur~~

[2] eine // ~~teilweise~~

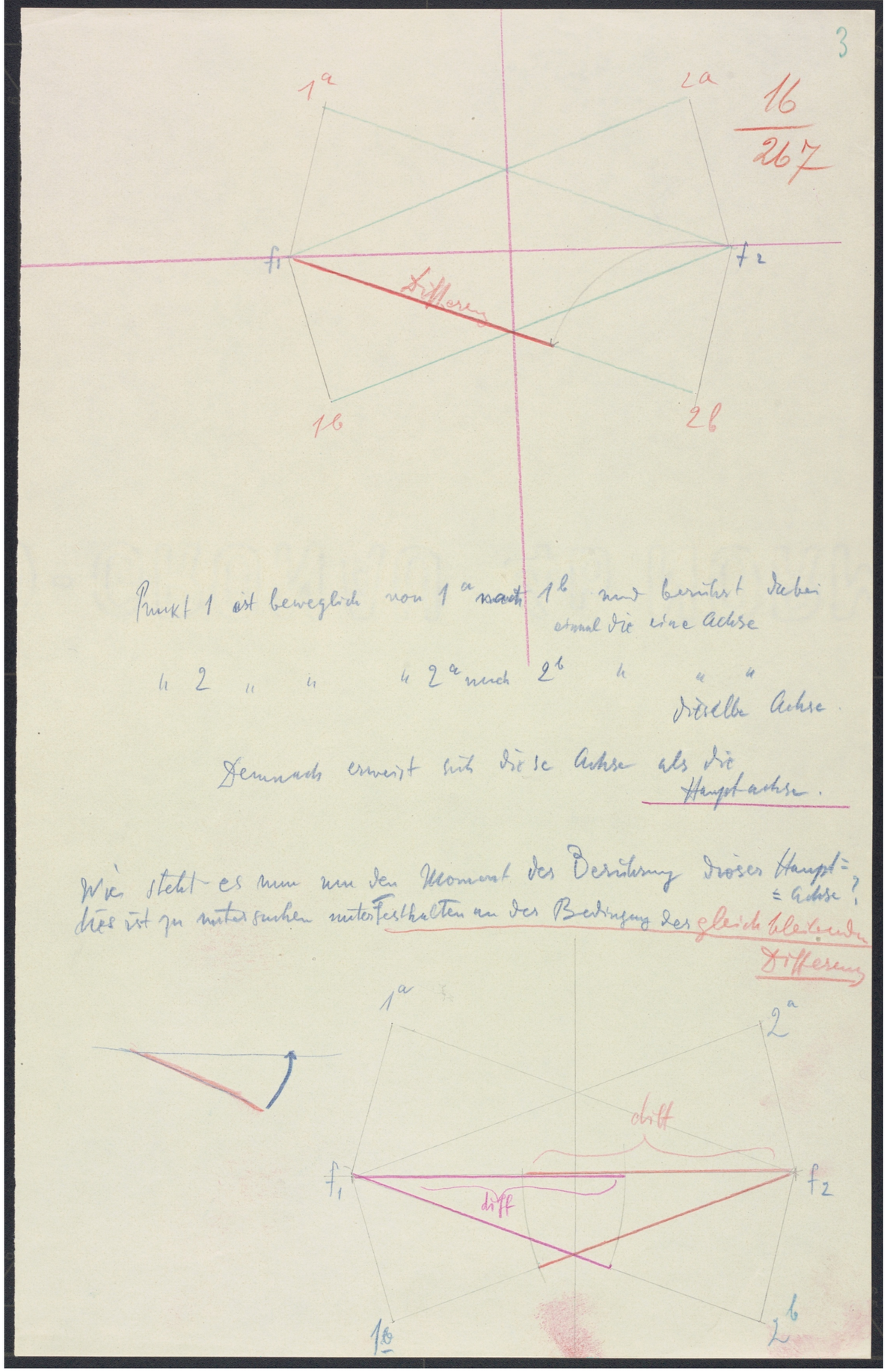


welches sind nun die constructiv am einfachsten zu erreichen-
den Orte(, im Anschluss an[1] diese festgestellten Orte) ? (Antwort: 1^b und 2^b)

Nun fällt ein zweifaches Symmetrieverhältnis auf
in bezug auf und auf
diese beiden Achsen stehen zu einander[2] in reinem
flächendimensionalverhältnis

[1] \ im Anschluss an / ~~zu~~

[2] \ zu einander /



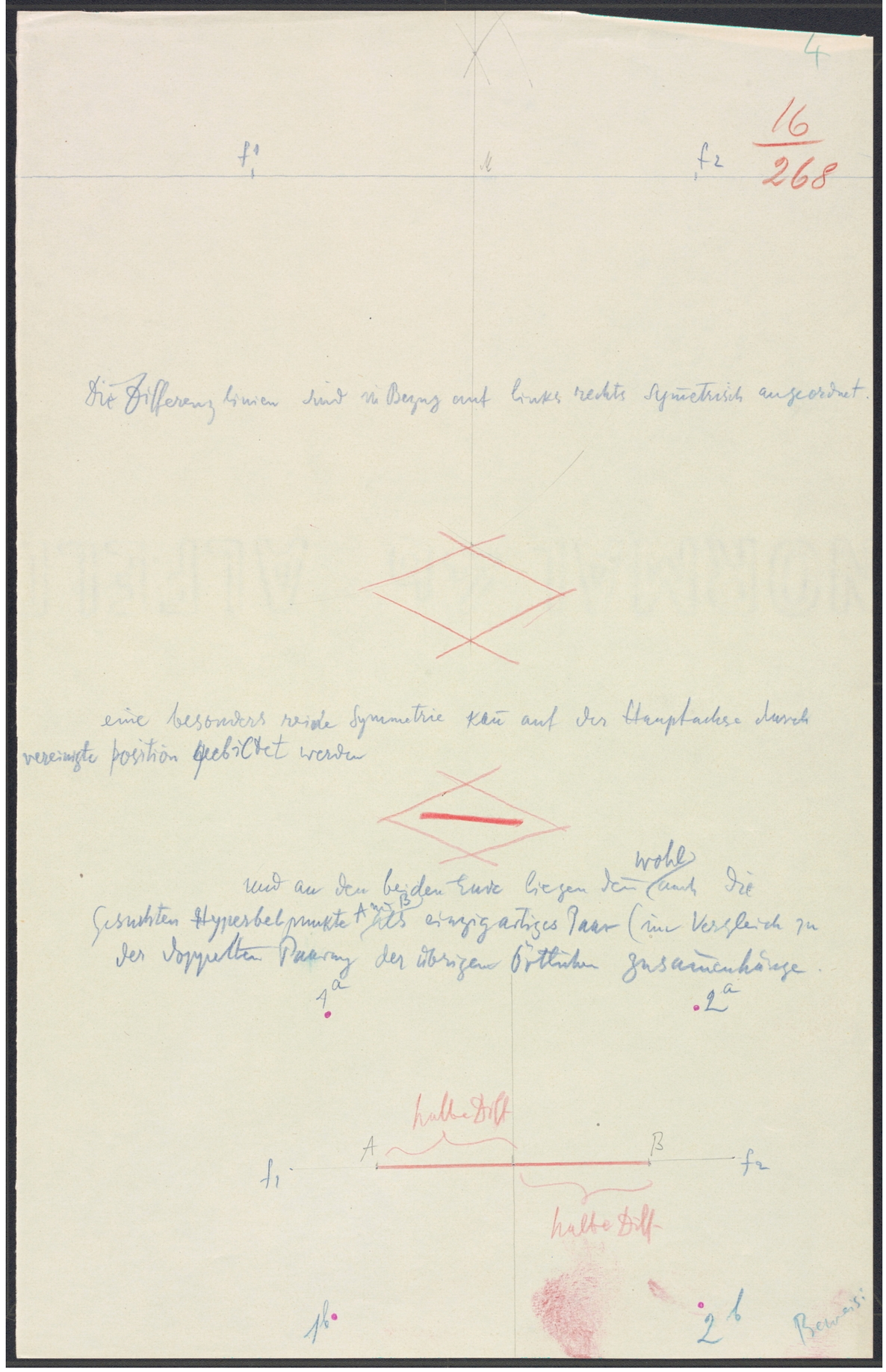
Differenz

Punkt 1 ist beweglich von 1a nach 1b und berührt dabei
einmal die eine Achse

" 2 " " " " 2a nach 2b " " "
dieselbe Achse

Demnach erweist sich diese Achse als die
Hauptachse.

Wie steht es nun um den Moment der Berührung dieser Haupt=
=achse?
dies ist zu untersuchen unter festhalten der Bedingung der gleichbleibenden
Differenz



Die Differenzlinien sind in Bezug auf links rechts symmetrisch angeordnet.

eine besonders reine Symmetrie kann auf der Hauptachse durch vereinigte Position gebildet werden

und an den beiden Ende liegen denn wohl[1] auch die gesuchten Hyperbelpunkte A und B[2] als einzigartiges Paar (im Vergleich zu der doppelten Paarung der übrigen örtlichen Zusammenhänge.

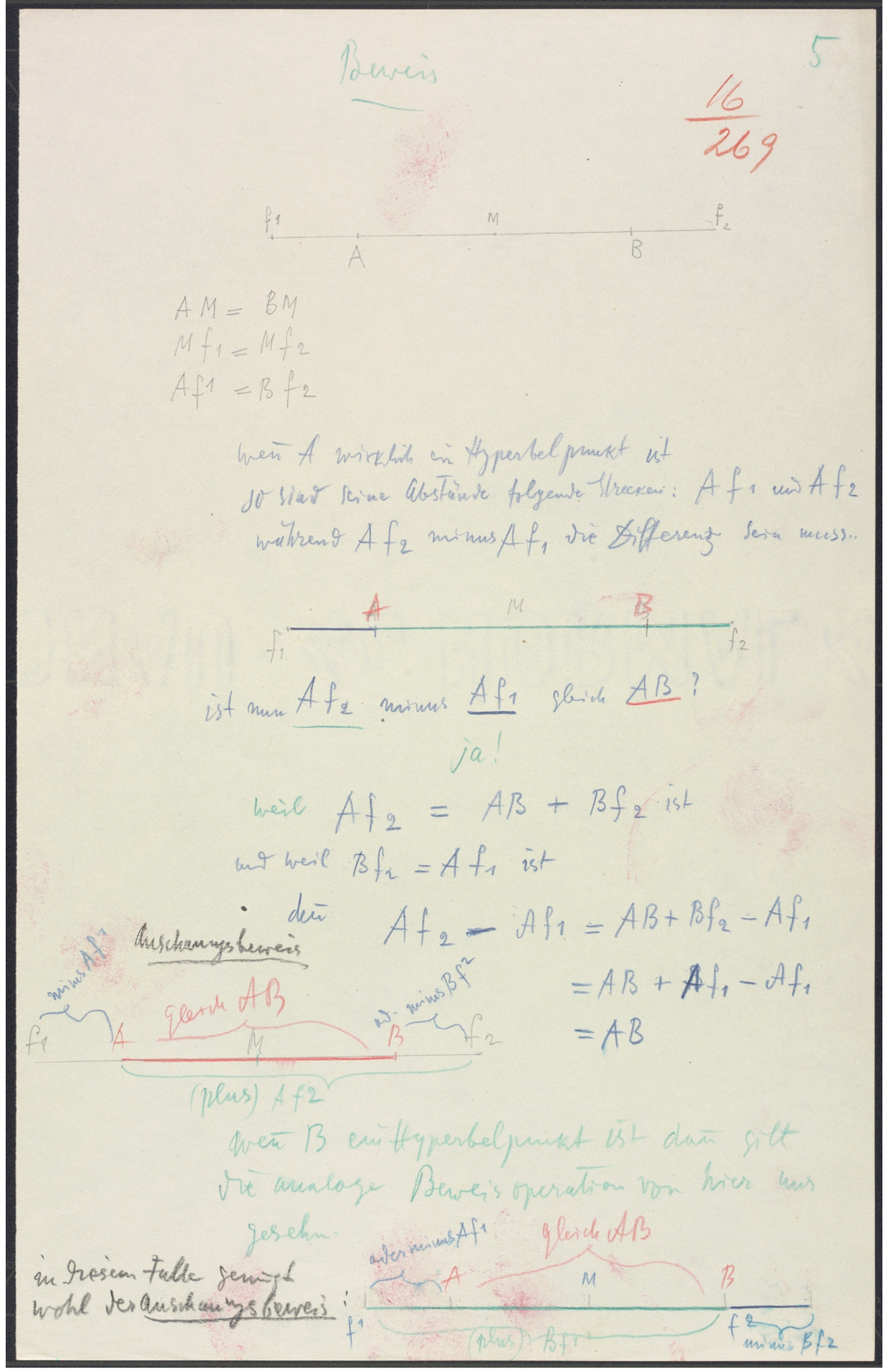
halbe Diff

halbe Diff

Beweis:

[1] \ wohl /

[2] \ A und B /



A M = B M
M f_1 = M f_2
A f_1 = B f_2

wenn a wirklich ein Hyperbelpunkt ist
so sind seine Abstände folgende Strecken: A f_1 und A f_2
während A f_2 minus A f_1 die Differenz sein muss..

ist nun A f_2 minus A f_1 gleich AB?
ja!

weil A f_2 = Bf_2 ist
und weil Bf_2 = A f_1 ist

denn A f_2 − A f_1 = AB + Bf_2 − A f_1
= AB + A f_1 − A f_1
= AB

Anschauungsbeweis

minus Af^1 gleich AB od. minus Bf^2

(plus) Af^2

wenn B ein Hyperbelpunkt ist dann gilt
die analoge Beweisoperation von hier aus
gesehen:

in diesem Falle genügt wohl der Anschauungsbeweis:

oder minus Af^1 gleich AB

(plus) Bf^1 minus Bf^2

das ausserordentliche Hyperbelpunktpaar ist
also A[1] und B und die Differenz ist die
Strecke AB auf der Hauptachse

ein Blick der die Lage des Einzelpaares mit der
Lage der Doppelpaare vergleicht besagt dass
A und B an den Wendungen[2] oder auf den
Scheiteln der beiden zusammengehörigen[3] Curven liegen. A und B
sind also Scheitelpunkte, und ihre Distanz
ist gleich der Differenz.

X

Vom zahlenmässigen Verhältnis von AB zu
f^1 f^2 als Strecken hängen
nun die Hyperbelcharaktere ab.
Es gibt deren viele.

(folgen Zahlenbeispiele)

Terminologe bis dahin:

f_1 und f_2 Brennpunkte
A und B Scheitelpunkte
M Mittelpunkt
AB Differenz und Haupt= od.
reelle Achse

das Lot in M zu AB imaginäre oder Nebenachse

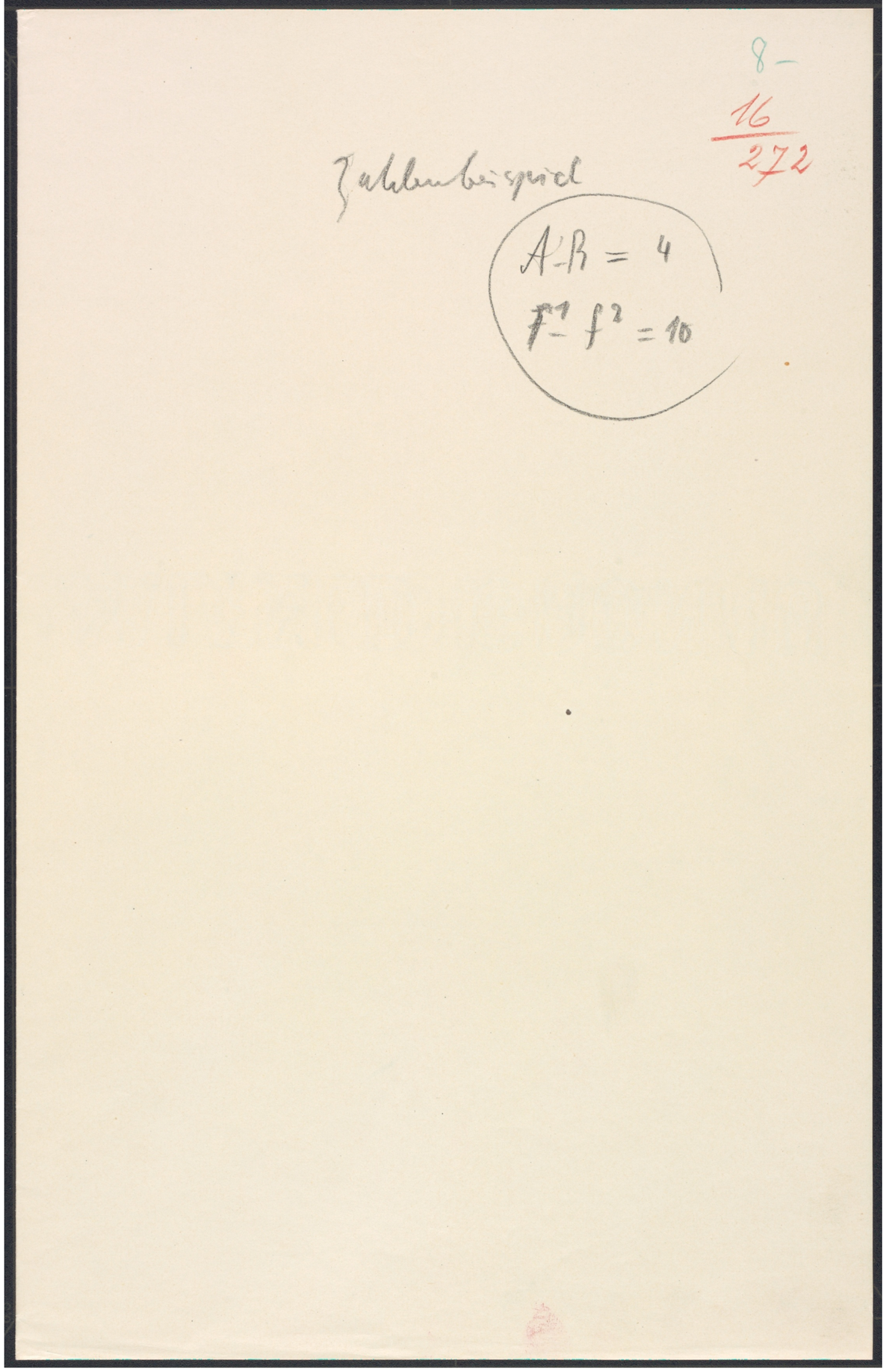
[1] A ~~B~~

[2] Wendung\en/

[3] / zusammengehörigen \

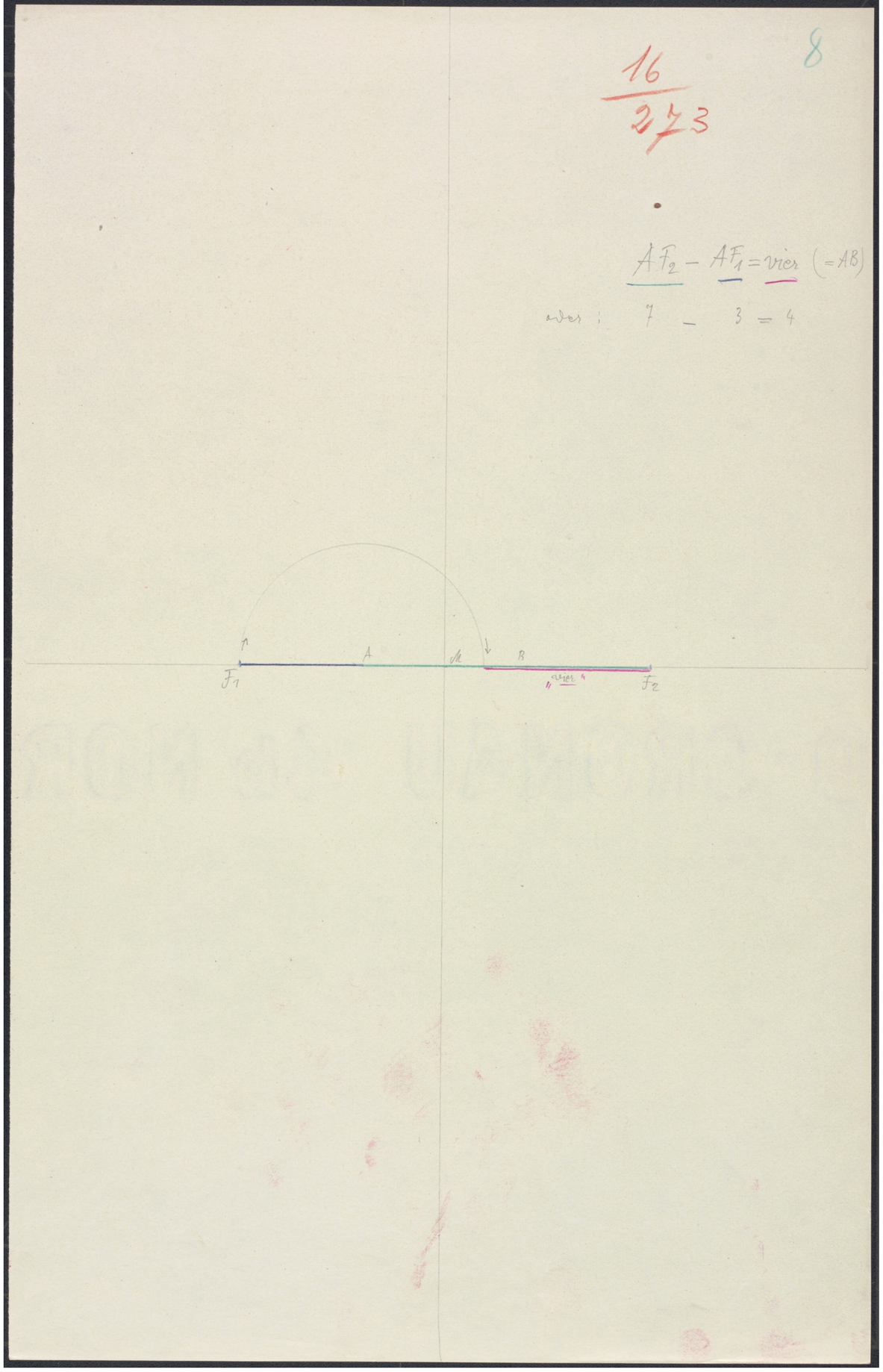
Beispiele von verschieden[1] bestimmten Zahlenverhältnissen

[1] \ verschieden /



Zahlenbeispiel

A – B = 4
$f^1 - f^2 = 10$



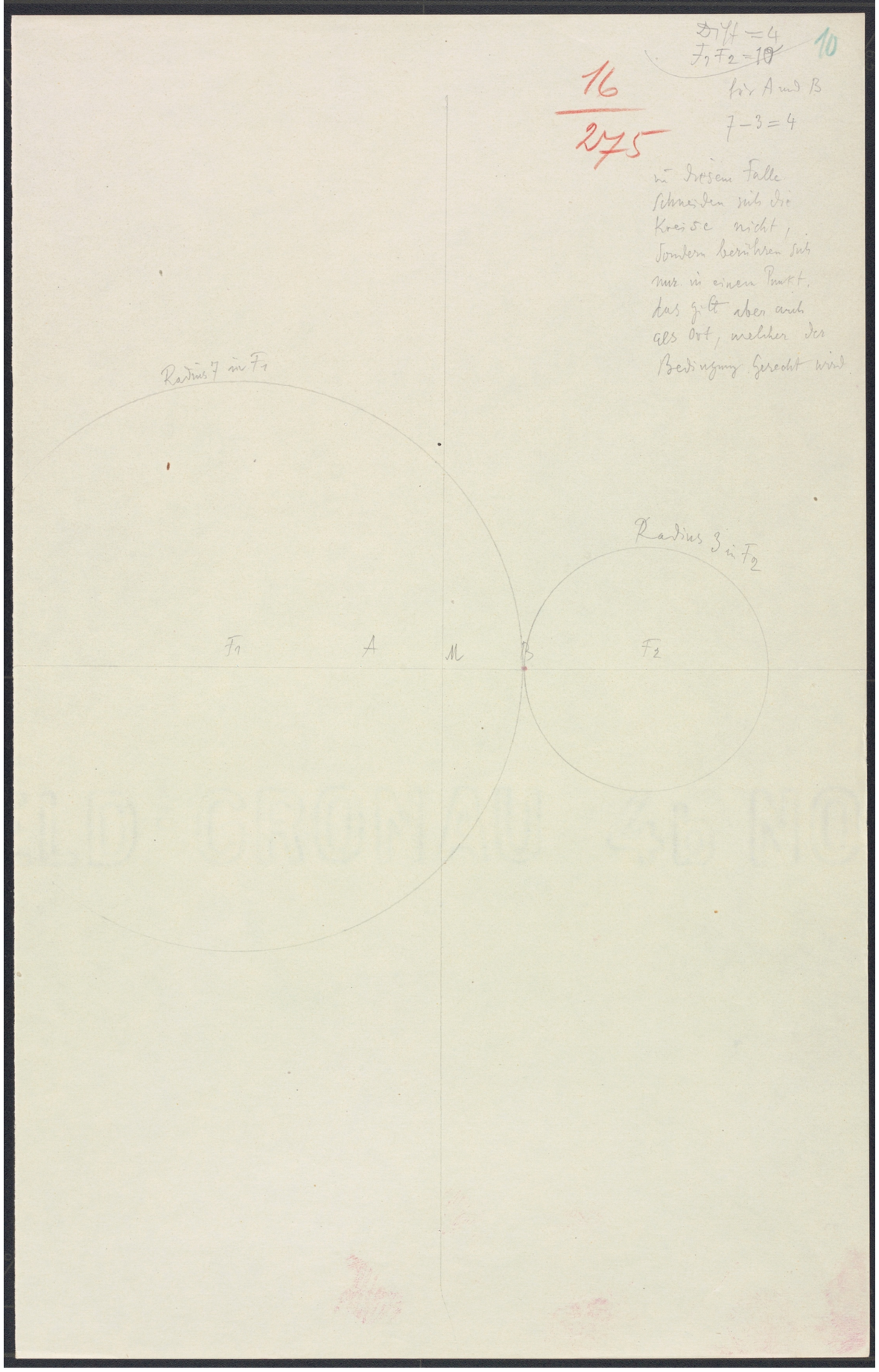
$A\ F_2 - A\ F_1 = vier\ (=AB)$

oder: 7 – 3 = 4

A M B

F_1 „vier" F_2

Differenz

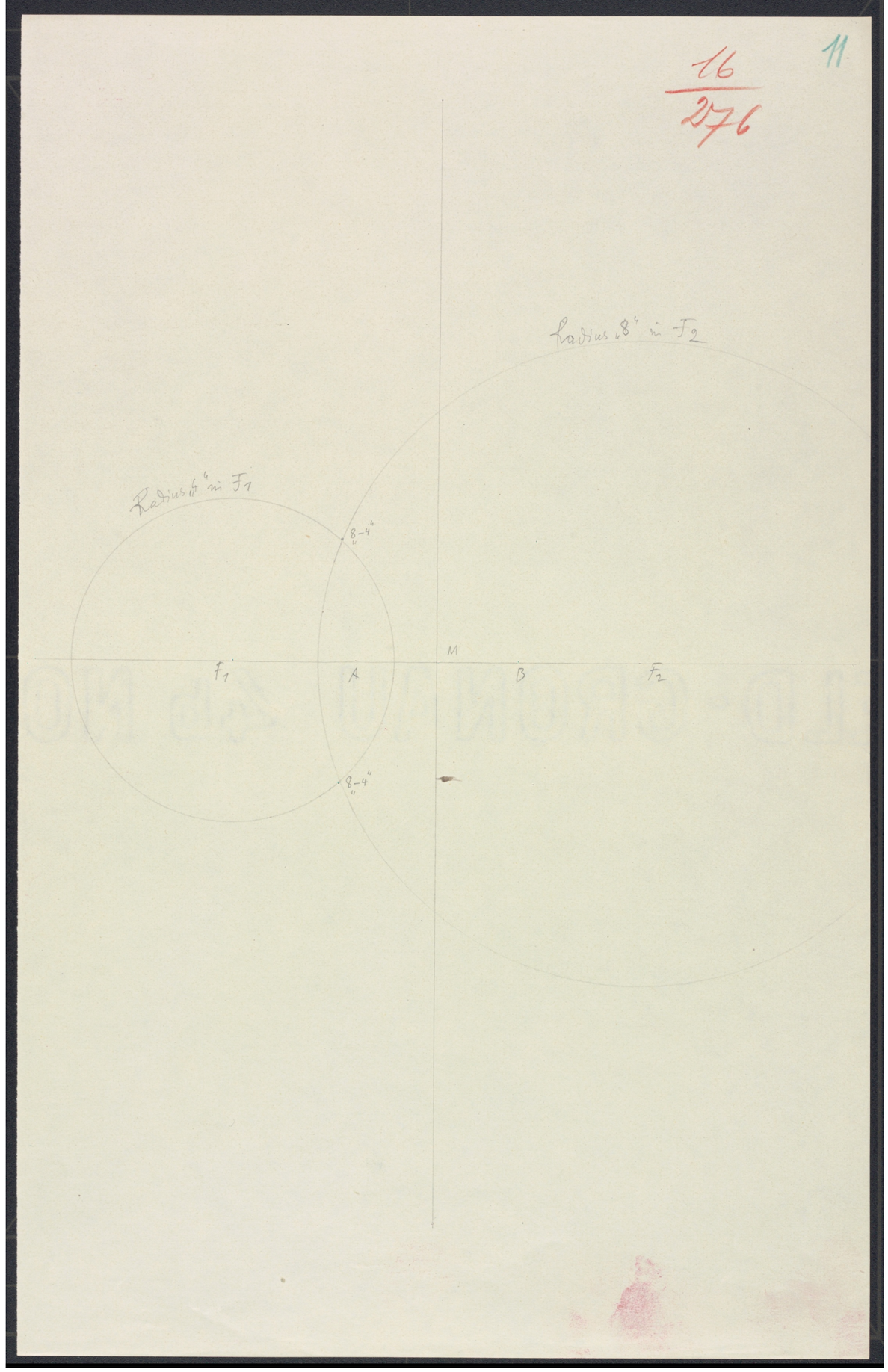


Diff = 4 10
F_1 F_2 = 10
für A und B
7 – 3 = 4

in diesem Falle
schneiden sich die
Kreise nicht,
sondern berühren sich
nur in einem Punkt.
das gilt aber auch
als Ort, welcher der
Bedingung gerecht wird.

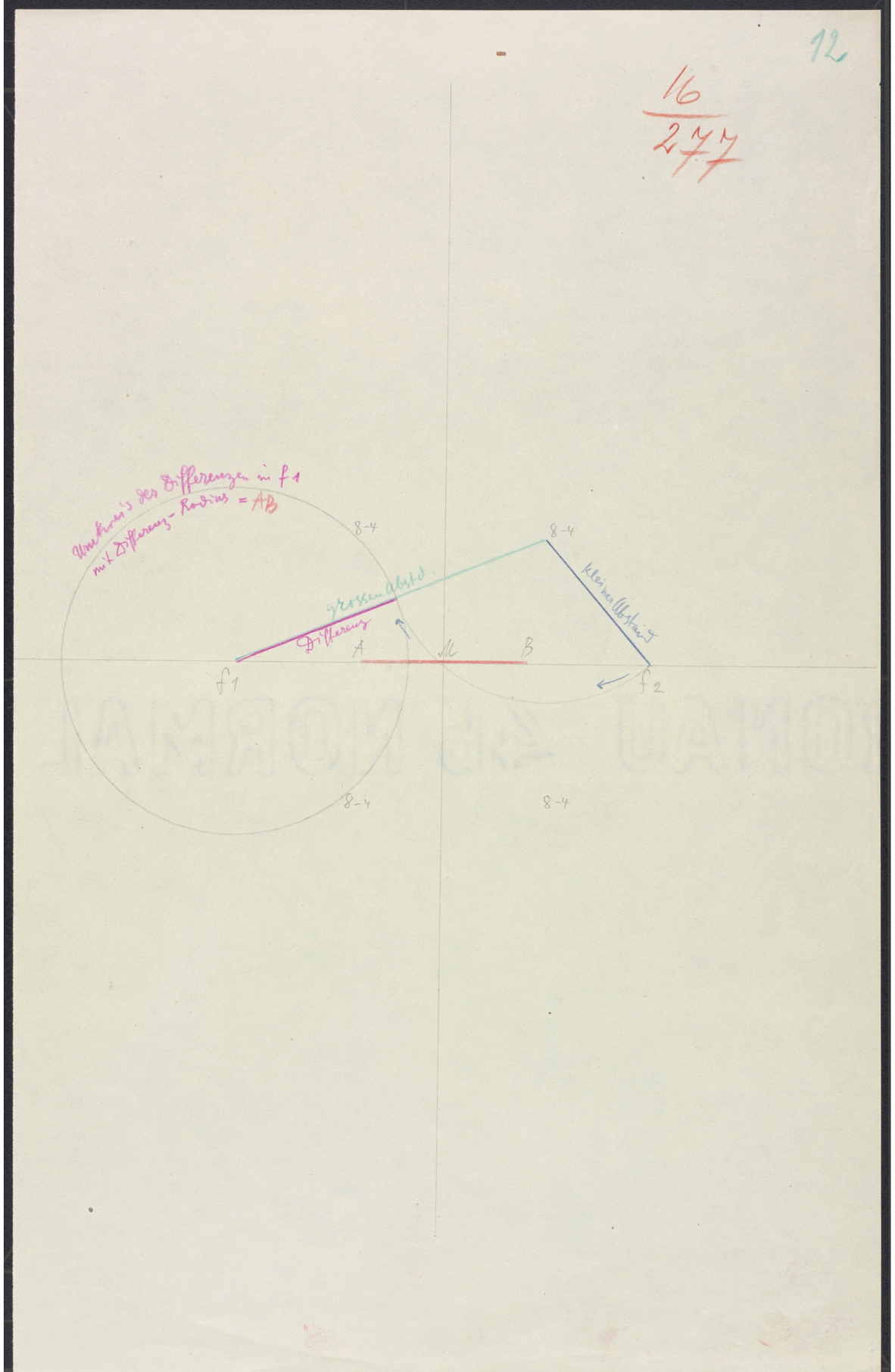
Radius 7 in F_1

Radius 3 in F_2



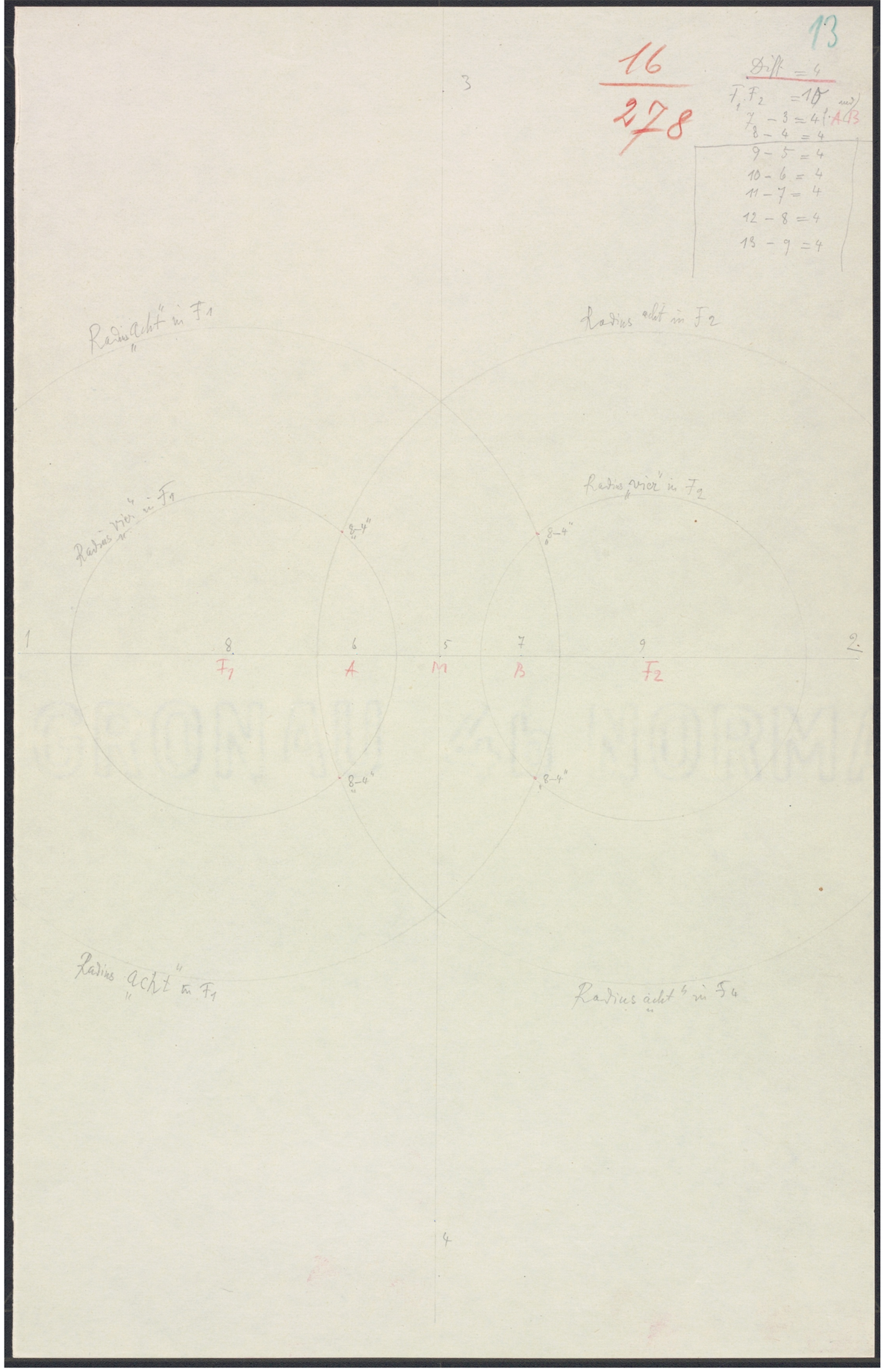
Radius „8" in F_2

Radius „4" in F_1



Umkreis der Differenzen in f1
mit Differenz-Radius = AB

grosser Abstand
Differenz kleiner Abstand



Radius „Acht“ in F_1

Radius acht in F_2

Radius „vier“ in F_2

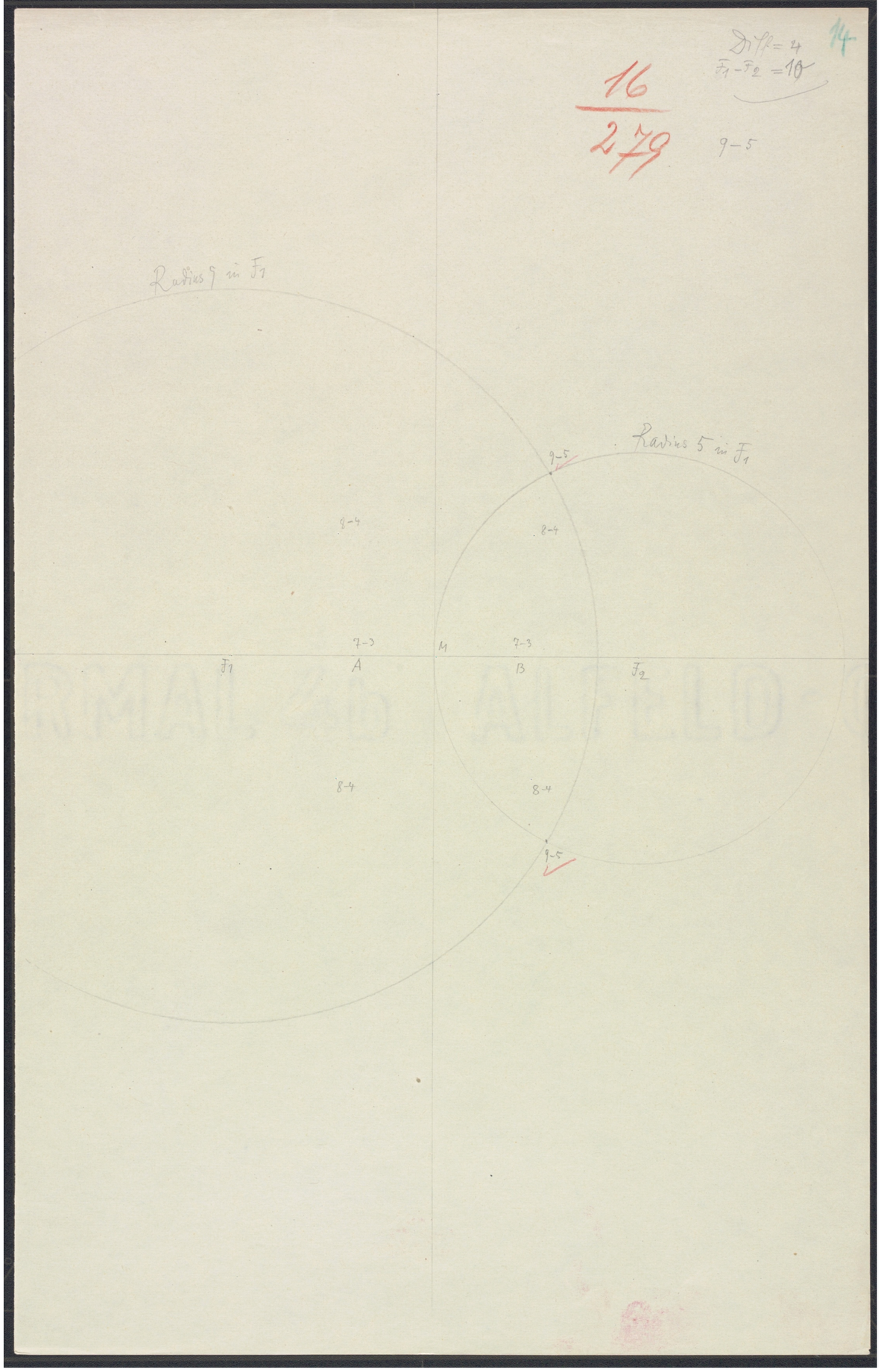
Radius „vier“ in F_1 „8 – 4“ „8 – 4“

1	8	6	5	7	9	2
	F_1	A	M	B	F_2	

„8 – 4“ „8 – 4“

Radius „acht“ in F_1

Radius „acht“ in F_4

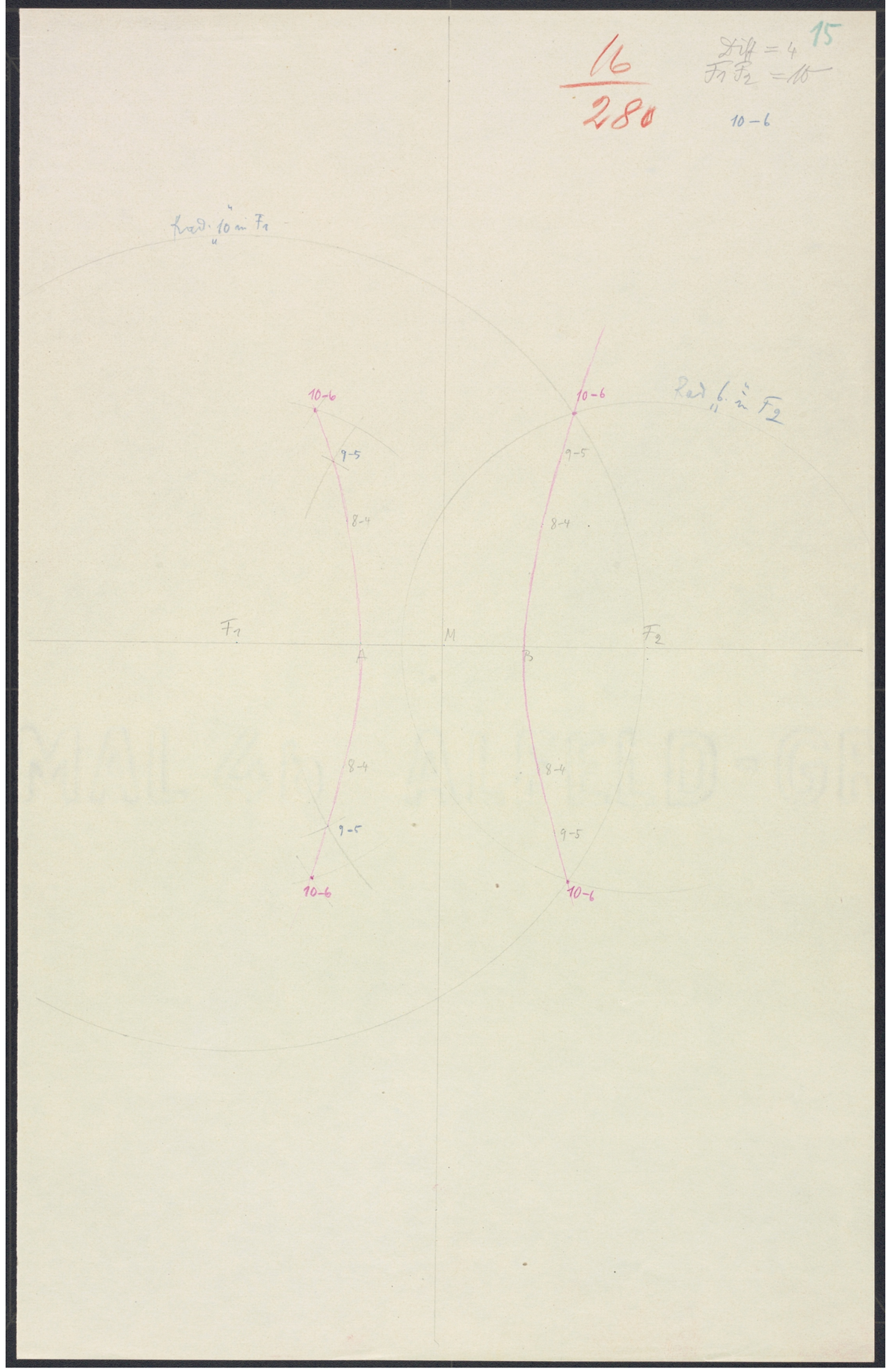


Diff = 4

$F_1 - F_2 = 10$

Radius 9 in F_1

Radius 5 in F_1

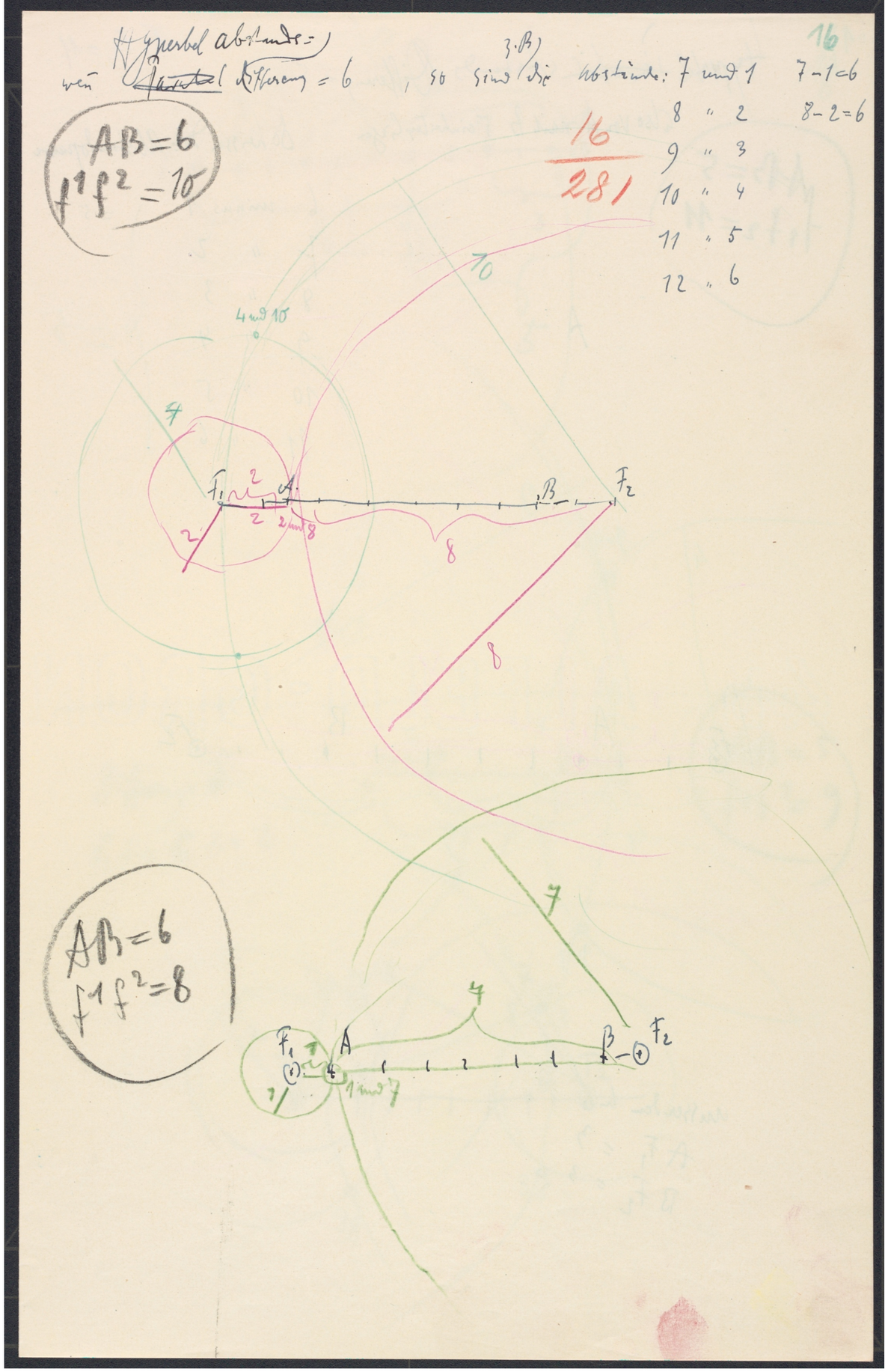


Diff = 4

F_1 F_2 = 10

Rad „10" in F_1

Rad „6" in F_2



wenn[1] Hyperbelabstandsdifferenz[2] = 6, so sind z.B.[3] die Abstände: 7 und 1

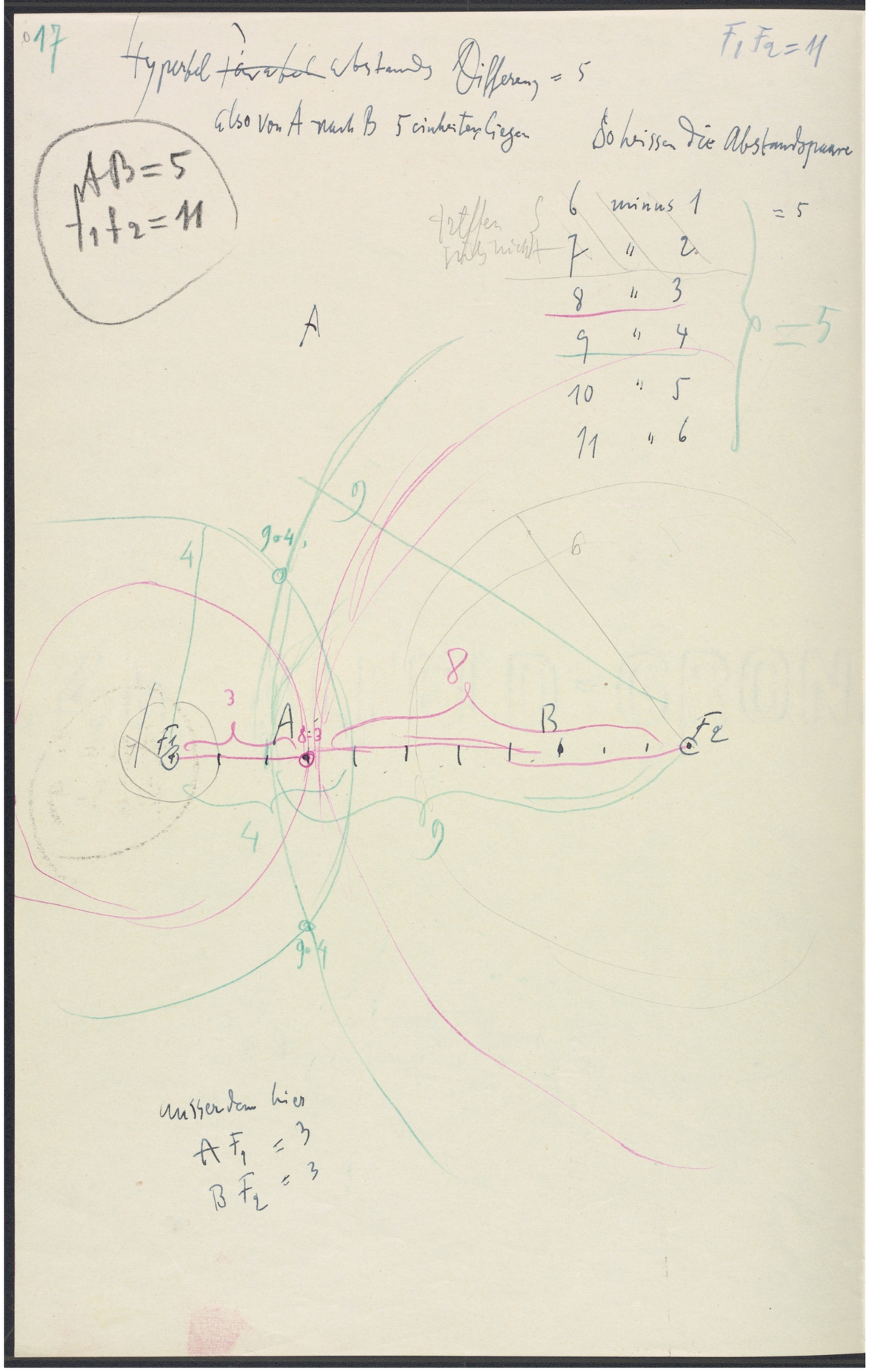
AB = 6
f^1 f^2 = 10

AB = 6
f^1 f^2 = 8

[1] wenn ~~Parabel~~

[2] \ Hyperbelabstands=/differenz

[3] \ z.B. /



17 $F_1 F_2 = 11$

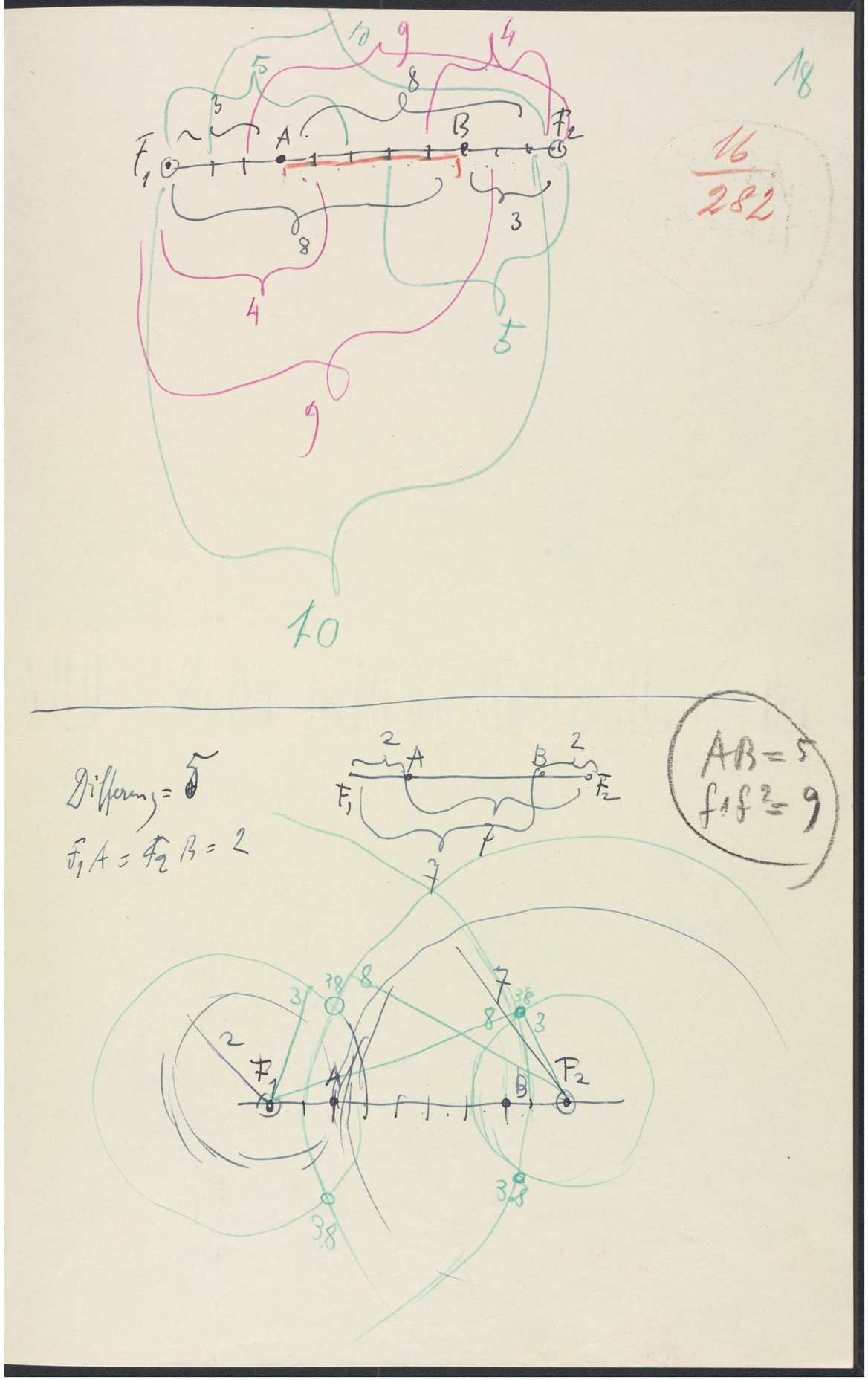
Hyperbelabstands[1] Differenz = 5
also von A nach B 5 einheiten liegen so heissen die Abstandspaare

AB = 5
$f_1 f_2 = 11$

treffen sich nicht 6 minus 1 = 5

ausserdem hier
A F_1 = 3
B F_2 = 3

[1] Hyperbel ~~Parabel~~abstands



Differenz = 5
$F_1 A = F_2 B = 2$

AB = 5
$f_1 f_2 = 9$

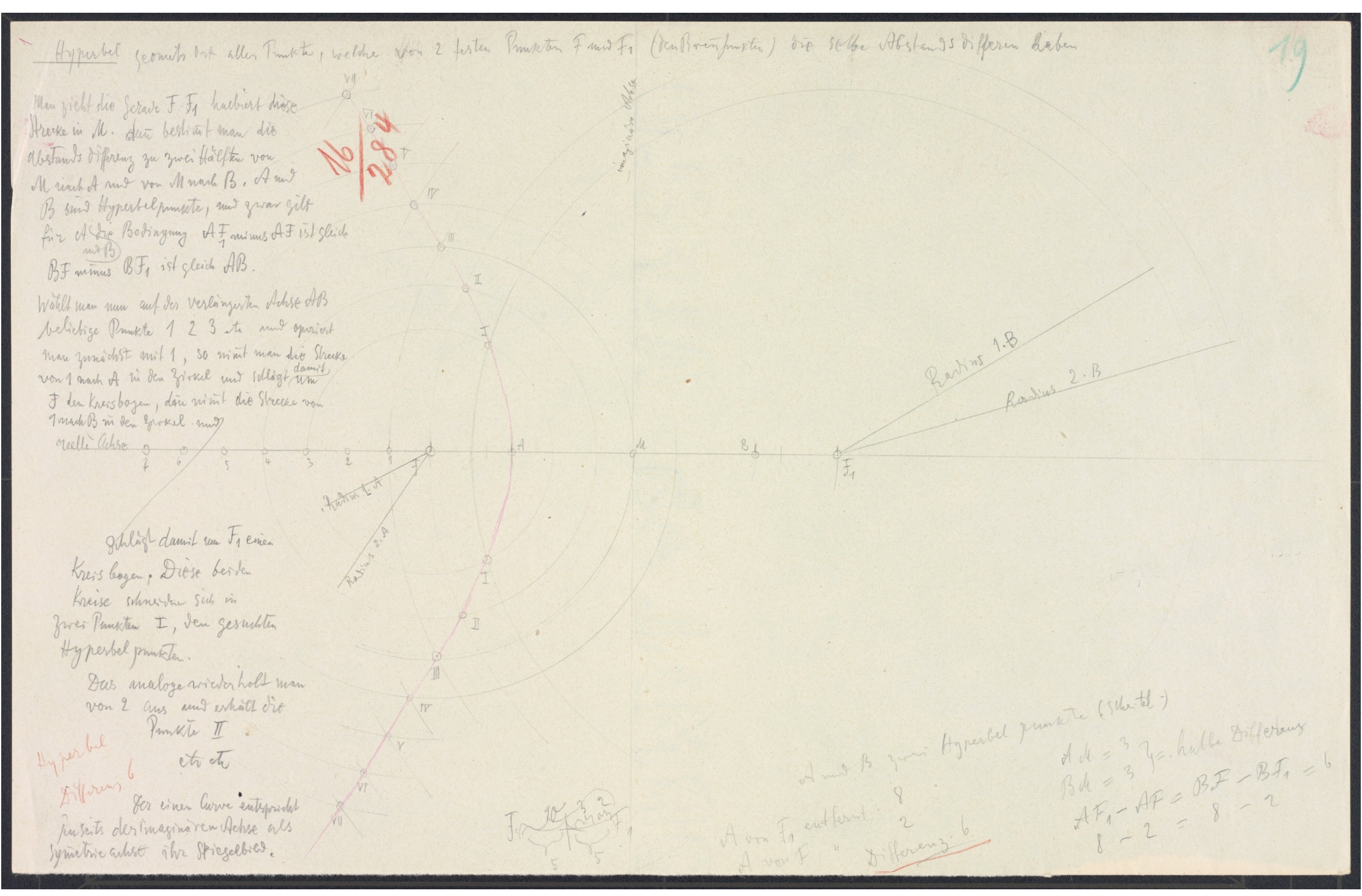
19–21

16

283

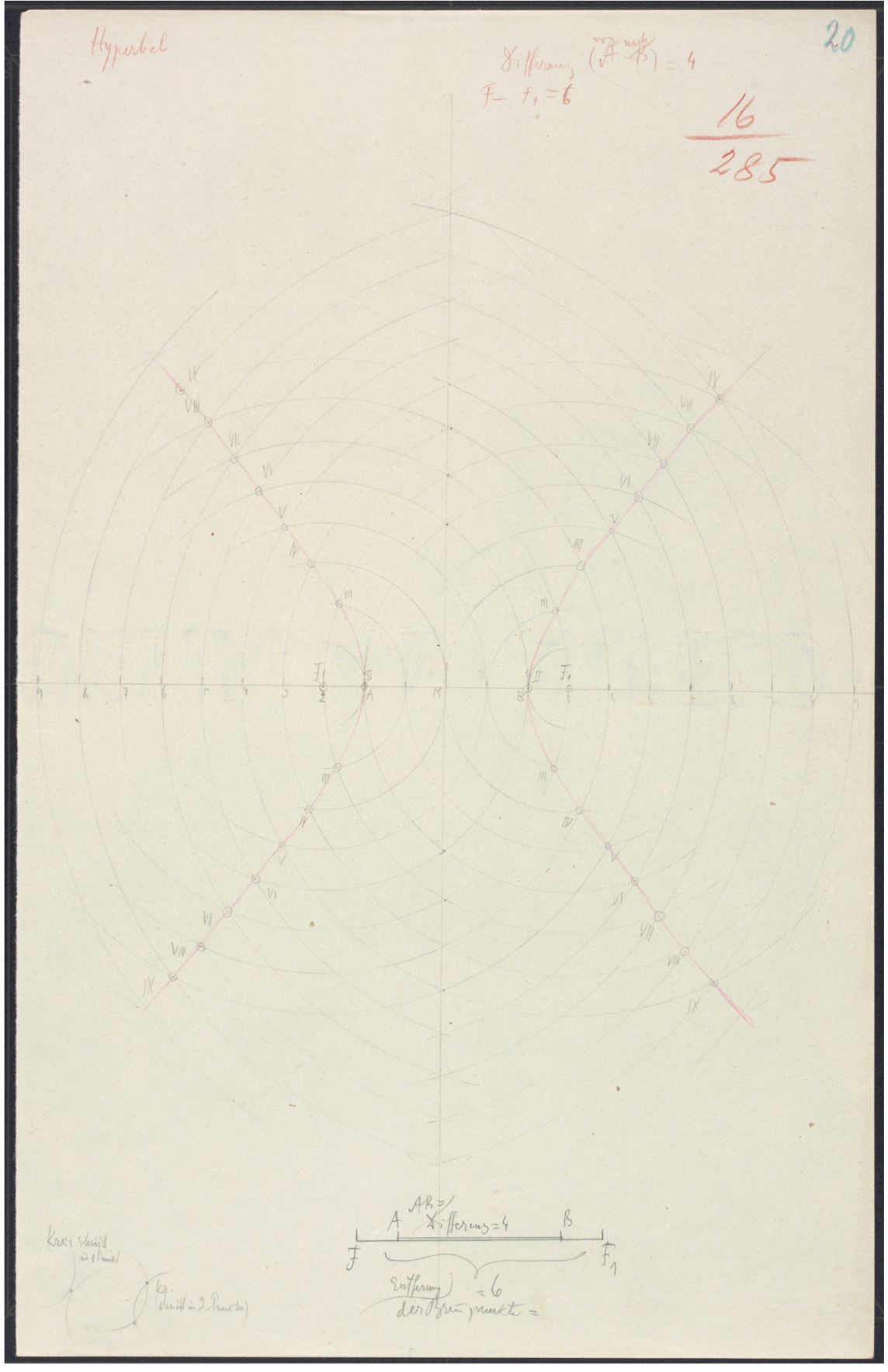
Andere Construction
der Hyperbel und
Beispiele verschiedener
Innenproportion

andere Construction
der Hyperbel und
Beispiele verschiedener
Innenproportion



[1] / und B \

[2] \ damit /



Differenz (von[1] A nach[2] B) = 4

$F - F_1 = 6$

A AB Differenz = 4 B

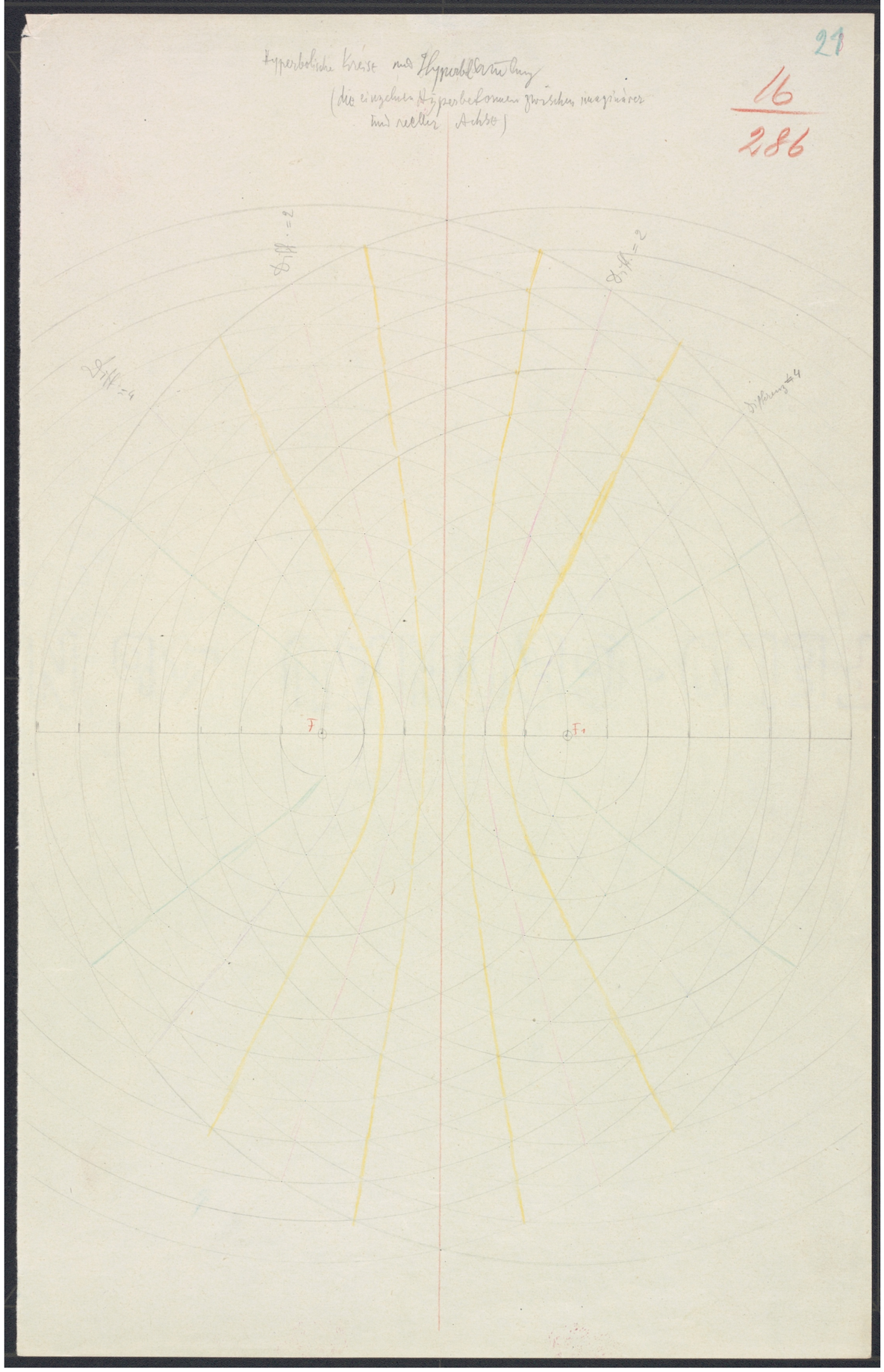
Kreisschnitt in 1 Punkt

Kr. schnitt in 2 Punkten

Entfernung = 6 der Brennpunkte =

[1] \ von /

[2] \ nach /



Hyperbolische Kreise und Hyperbelsammlung
(die einzelnen Hyperbelformen zwischen imaginärer und reeller Achse)

22 – 27

Hyperbolische Weiterungen

22 – 27

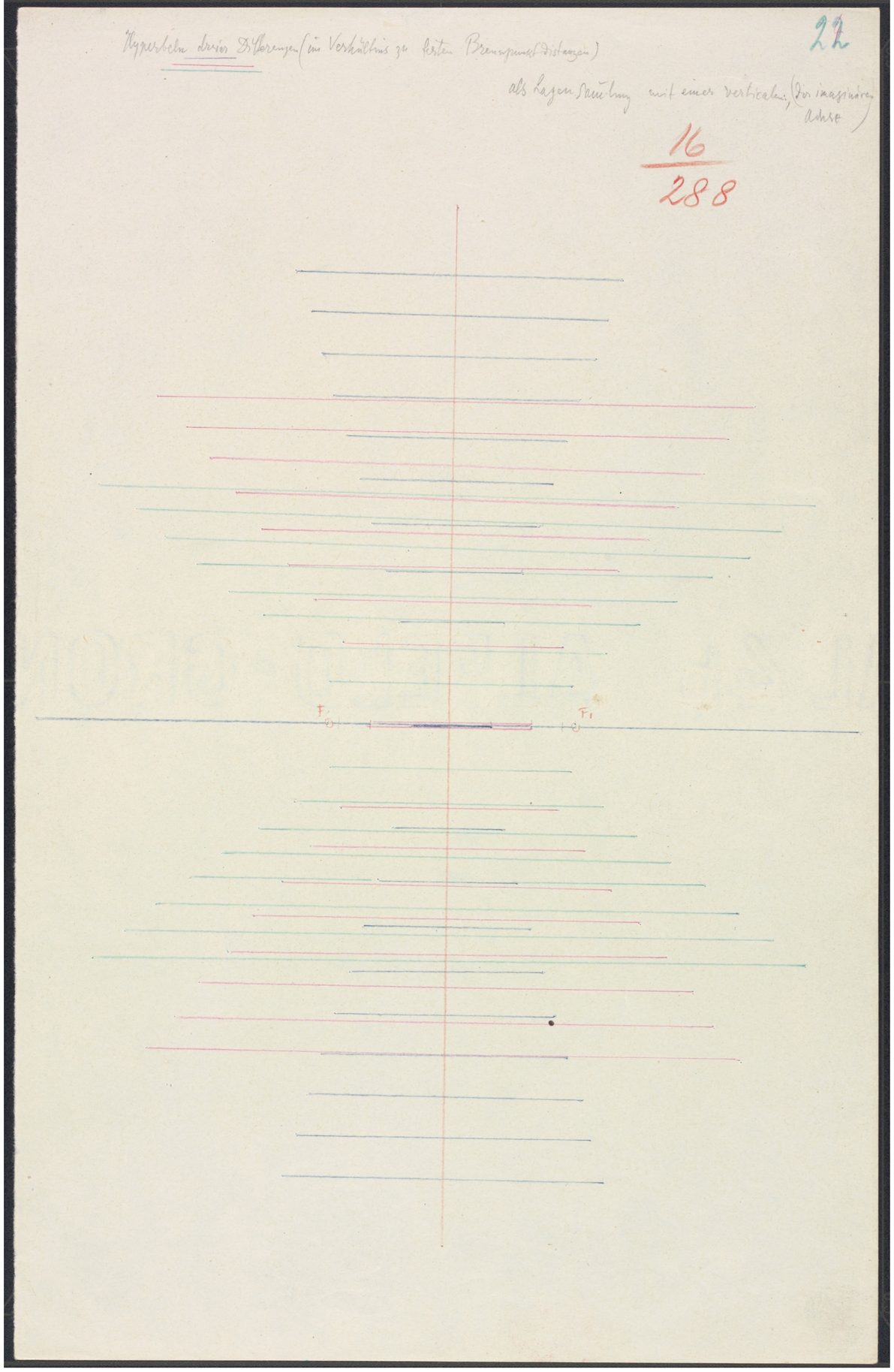
Hyperbolische Weiterungen

16

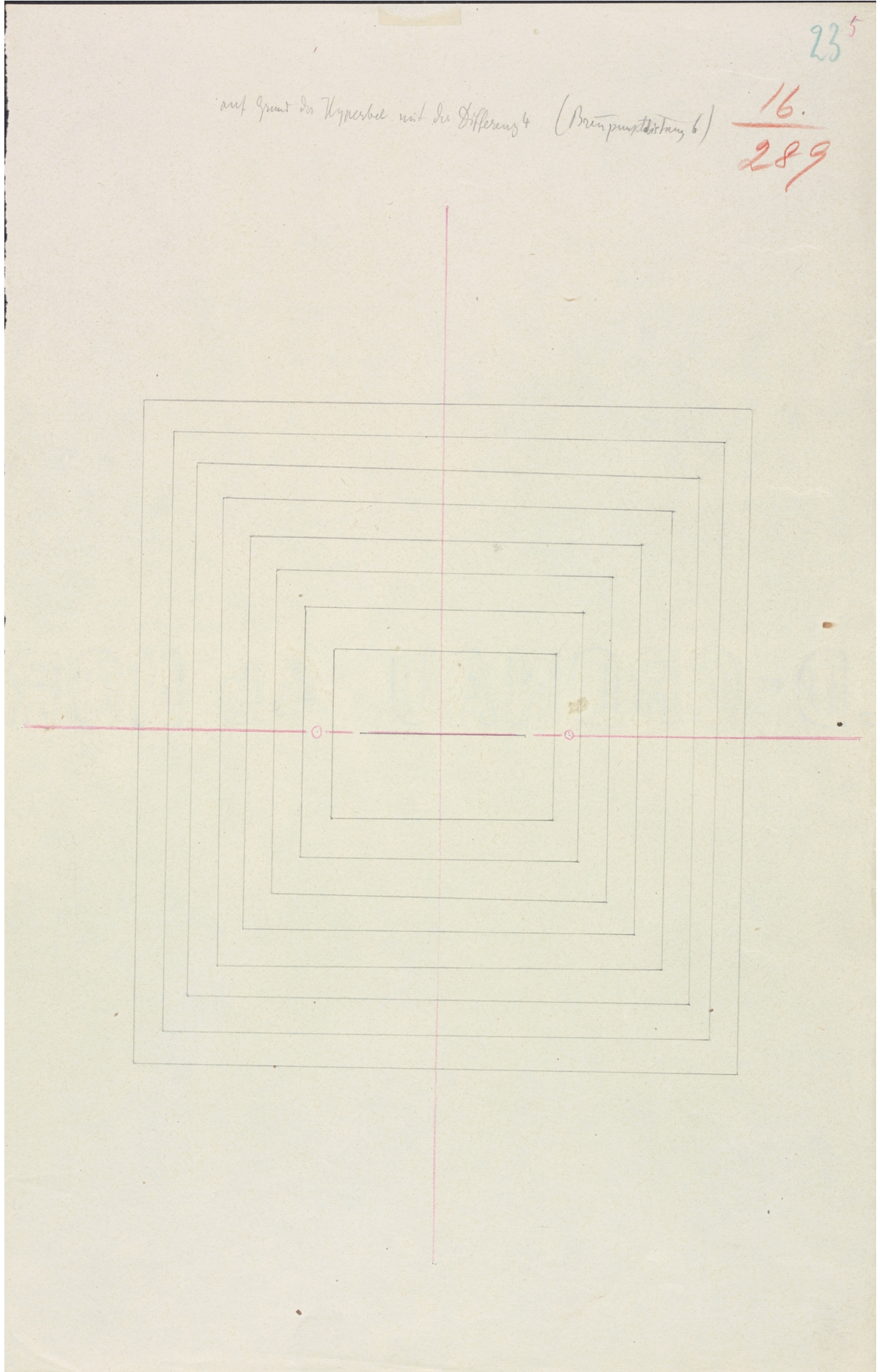
287

Hyperbeln dreier Differenzen (im Verhältnis zu festen Brennpunktdistanzen)

als Lagensammlung mit einer verticalen; der imaginären Achse)

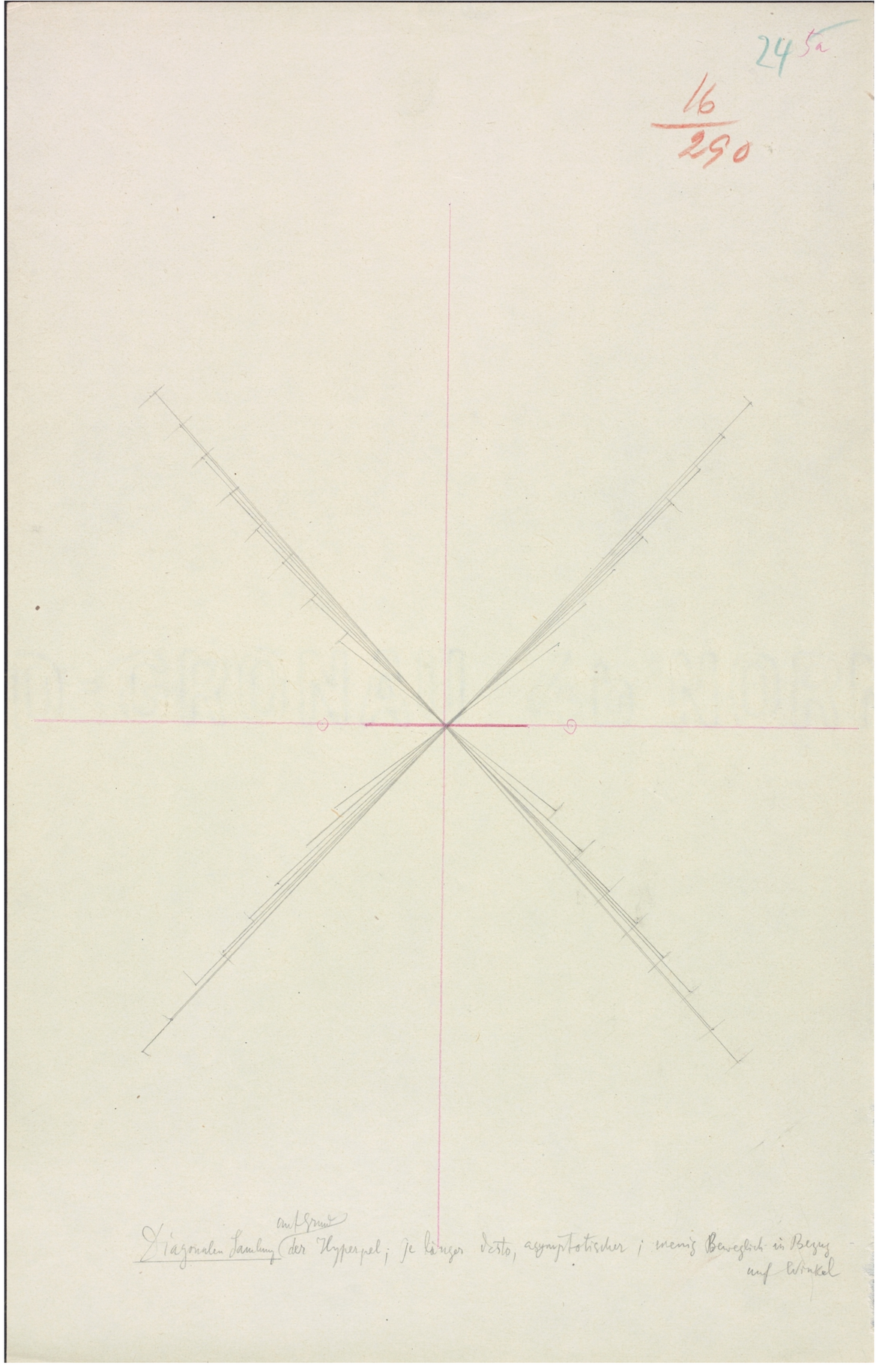


auf Grund der Hyperbel mit der Differenz 4 (Brennpunktdistanz 6)

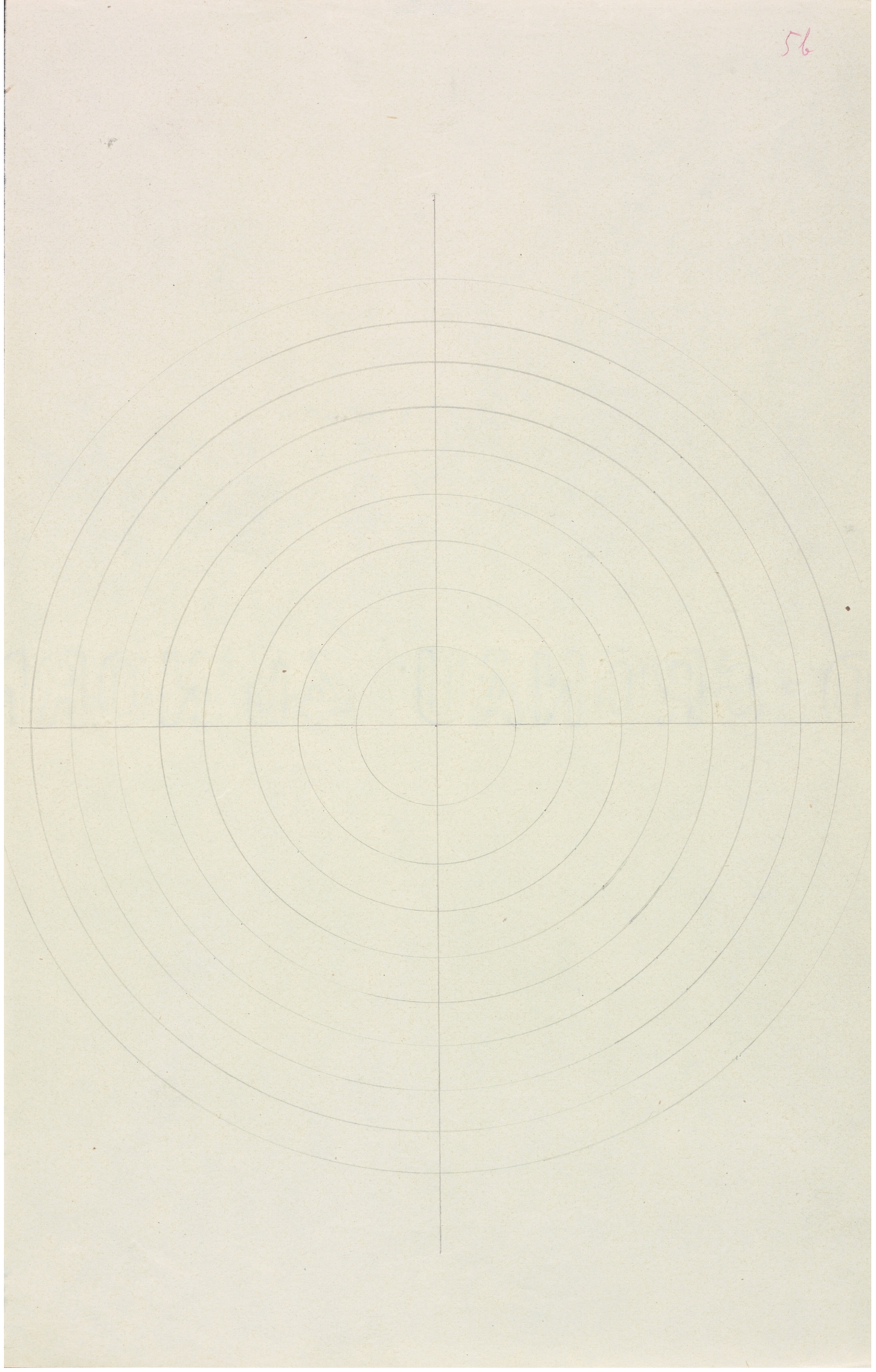


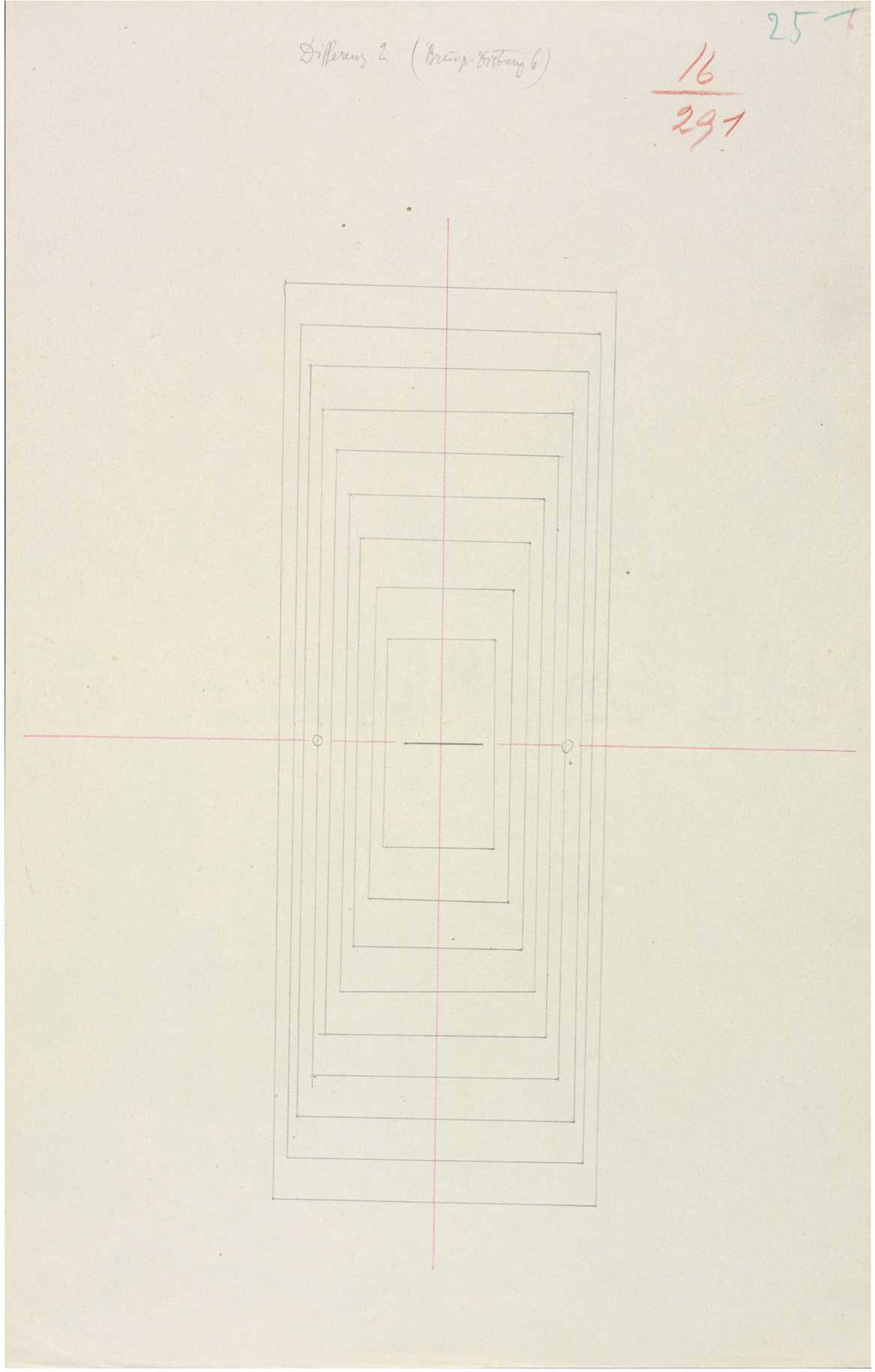
245a

16
290



Diagonalen Samlung auf Grund der Hyperbel; je länger desto, asymptotischer; wenig beweglich in Bezug auf Winkel

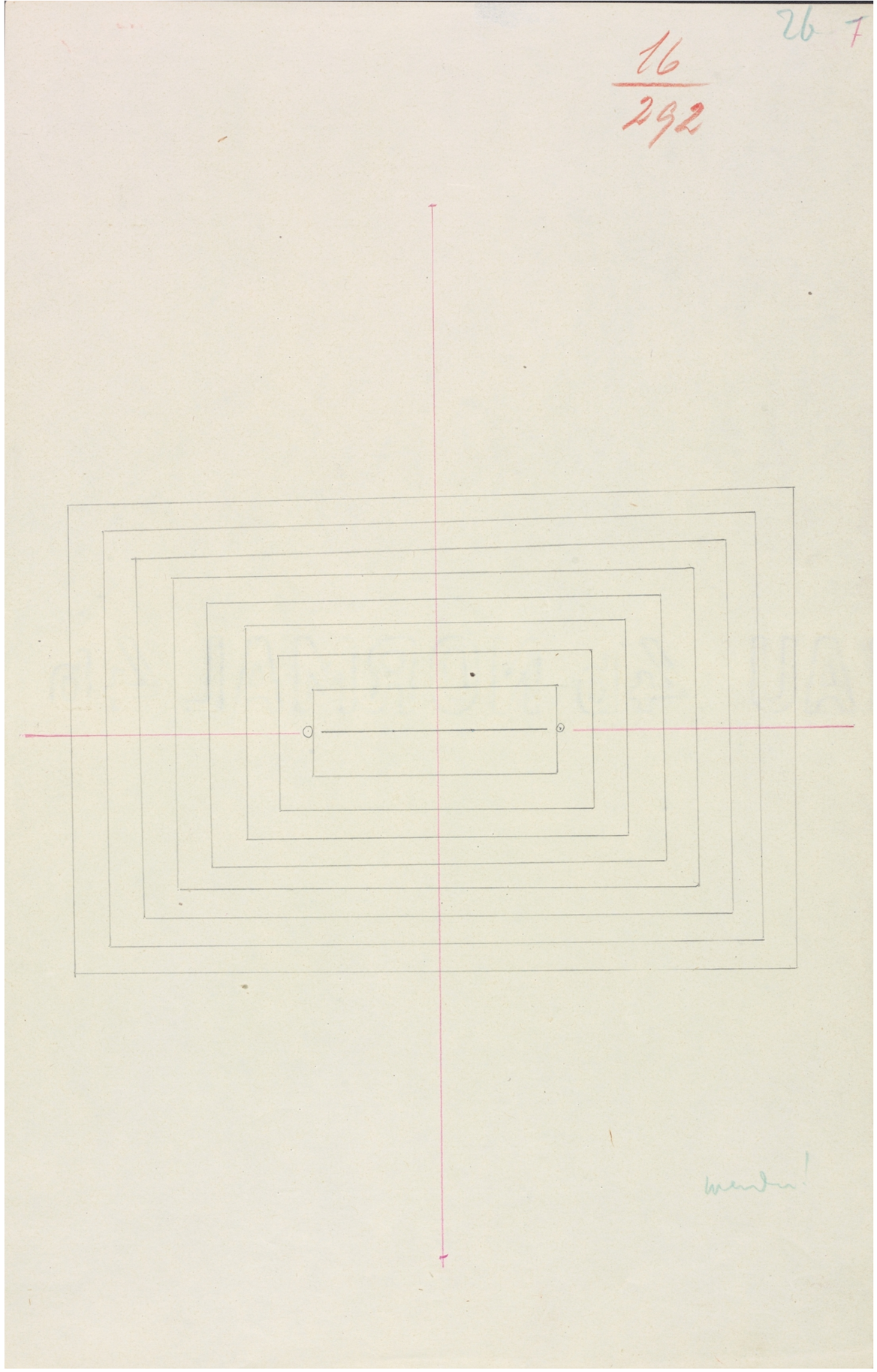




25 ~~6~~

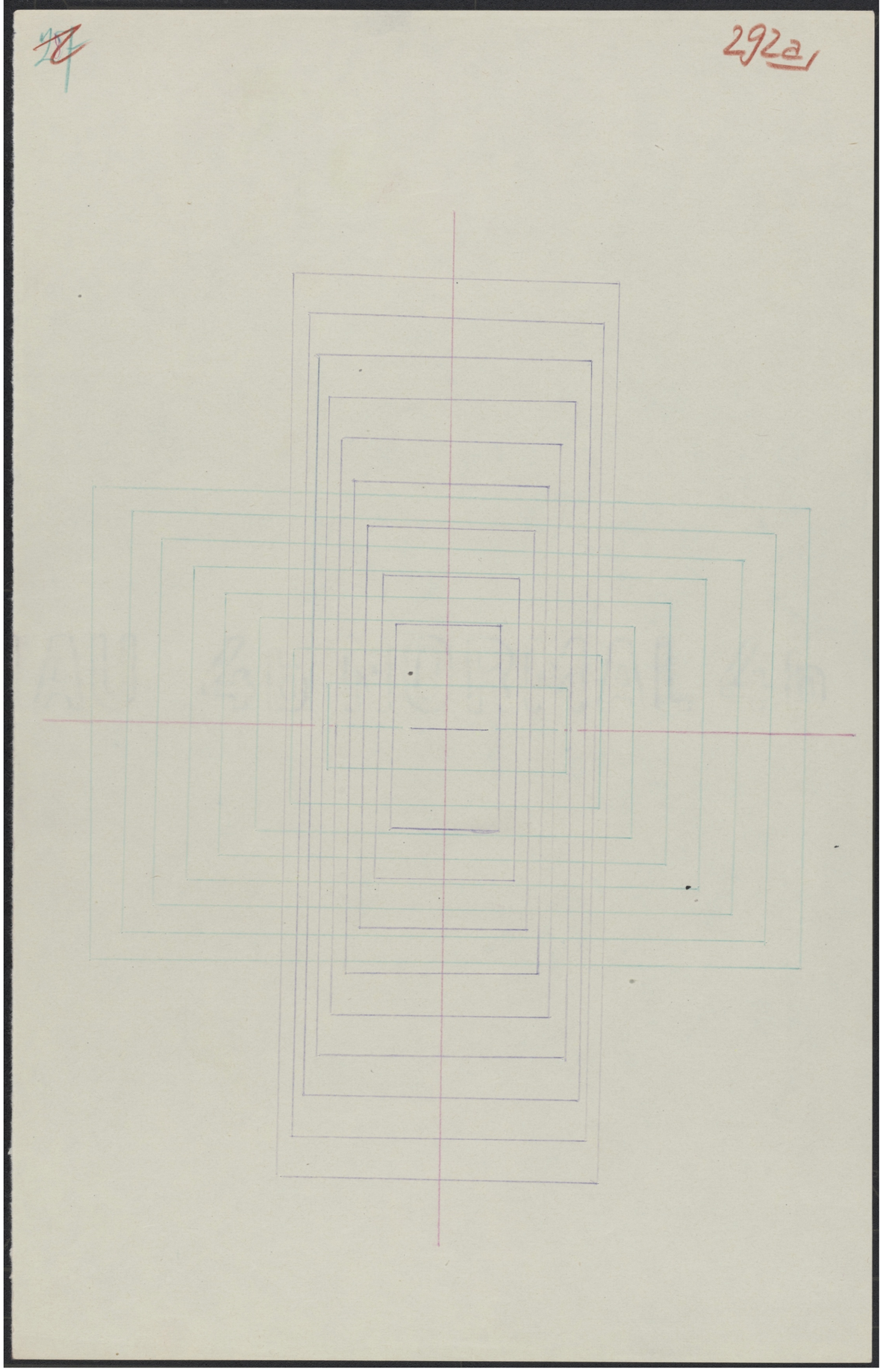
Differenz 2 (Brennp.distanz 6)

16
292



wenden!

wenden!



28 – 39

Asymptoten

Tangenten Normalen

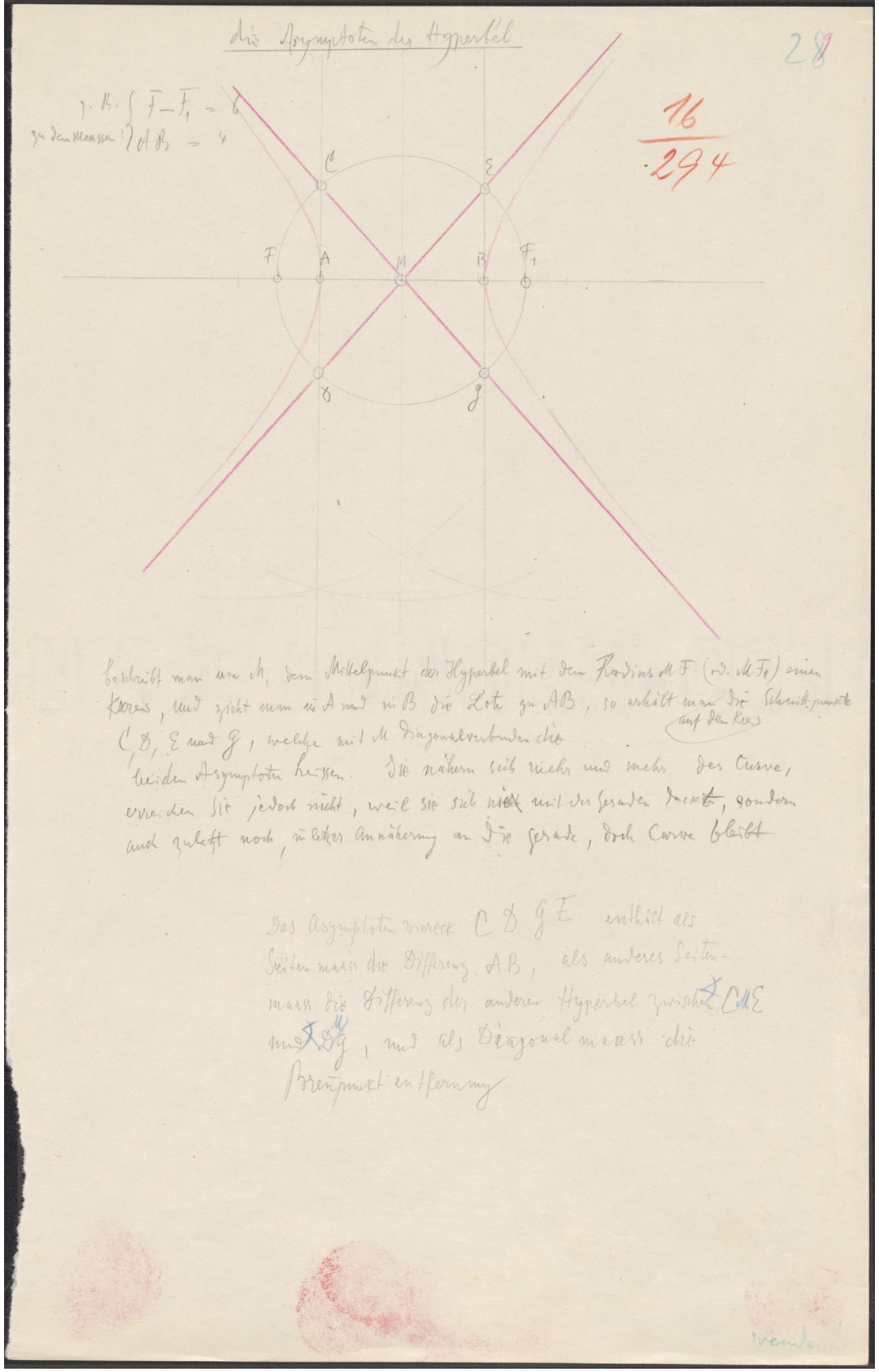
28 – 39

Asymptoten

Tangenten Normalen

16

293



beschreibt man um h, den Mittelpunkt der Hyperbel mit dem Radius MF (oder MF_1) einen Kreis, und zieht man in a und in Be die Lote zu AB, so erhält man auf dem Kreis[2] die Schnittpunkte C, D, E und G, welche mit M diagonalverbunden die beiden Aysmptoten heissen. Sie nähern sich mehr und mehr der Curve, erreichen sie jedoch nicht, weils sie sich nie[3] mit der Gerade Deckt, sondern auch zuletzt noch, in letzer Annäherung an die Gerade, doch Curve bleibt

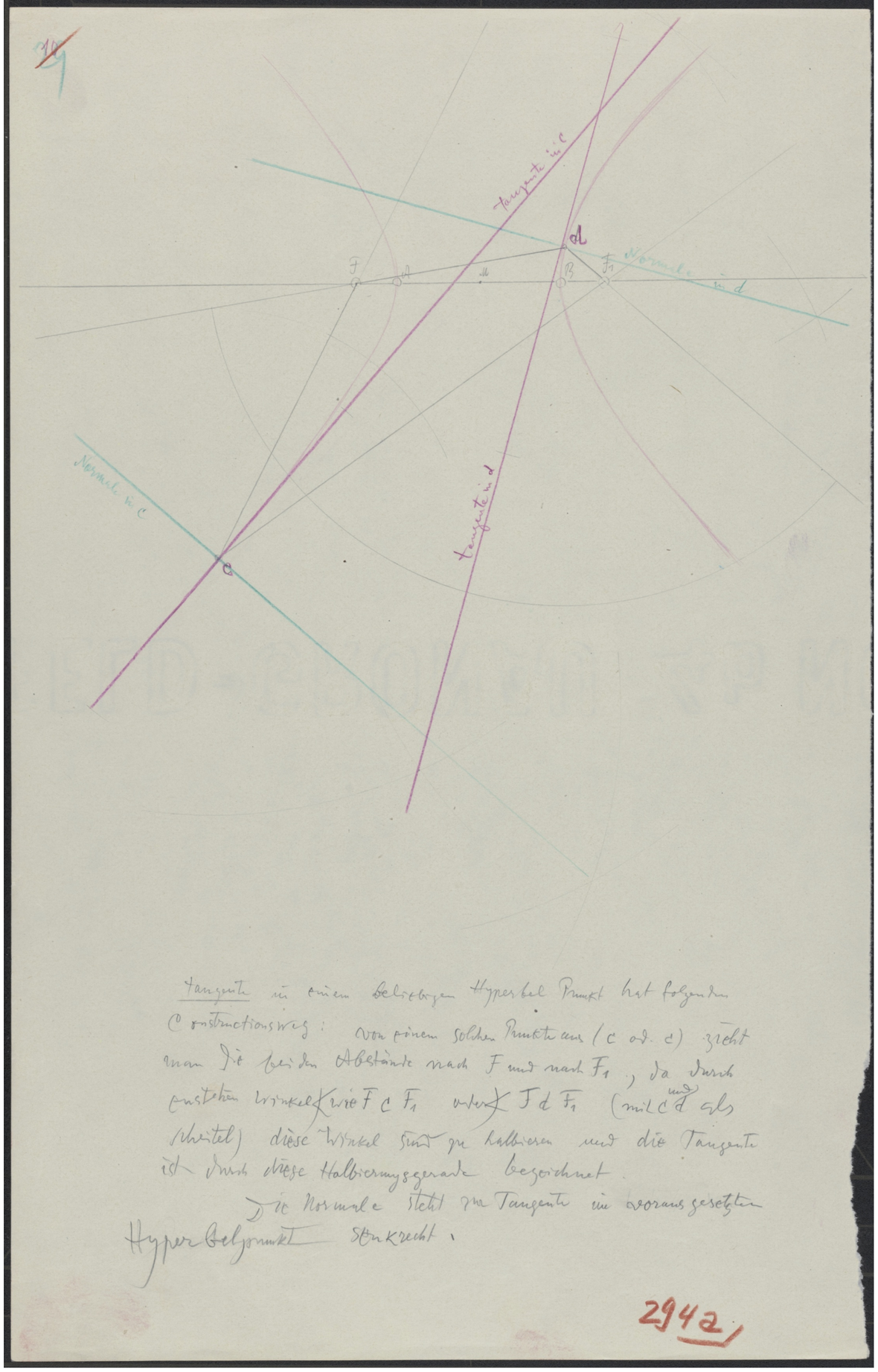
Das Asymptotenviereck C D G E enthält als Seitenmaass die Differenz AB, als anderes Seitenmaass die Differenz dern anderen Hyperbel zwischen C M E und D M G, und als Diagonalmaass die Brennpunktentfernung

wenden!

[1] 28 *darunter* 9

[2] / auf dem Kreis \

[3] nie *darunter* nicht



~~29~~[1]

Tangente in c

Normale in d

Normale in c

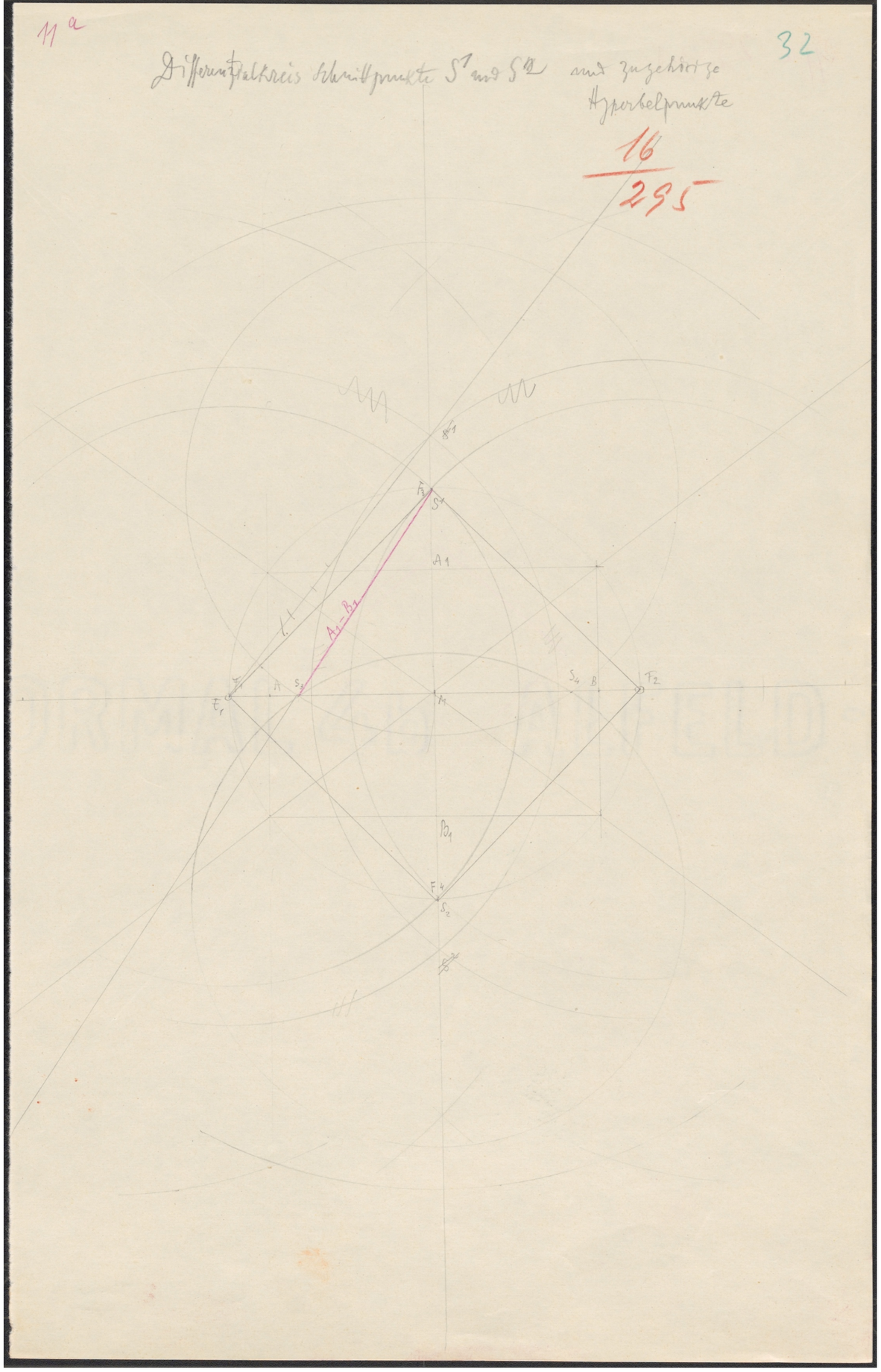
Tangente in d

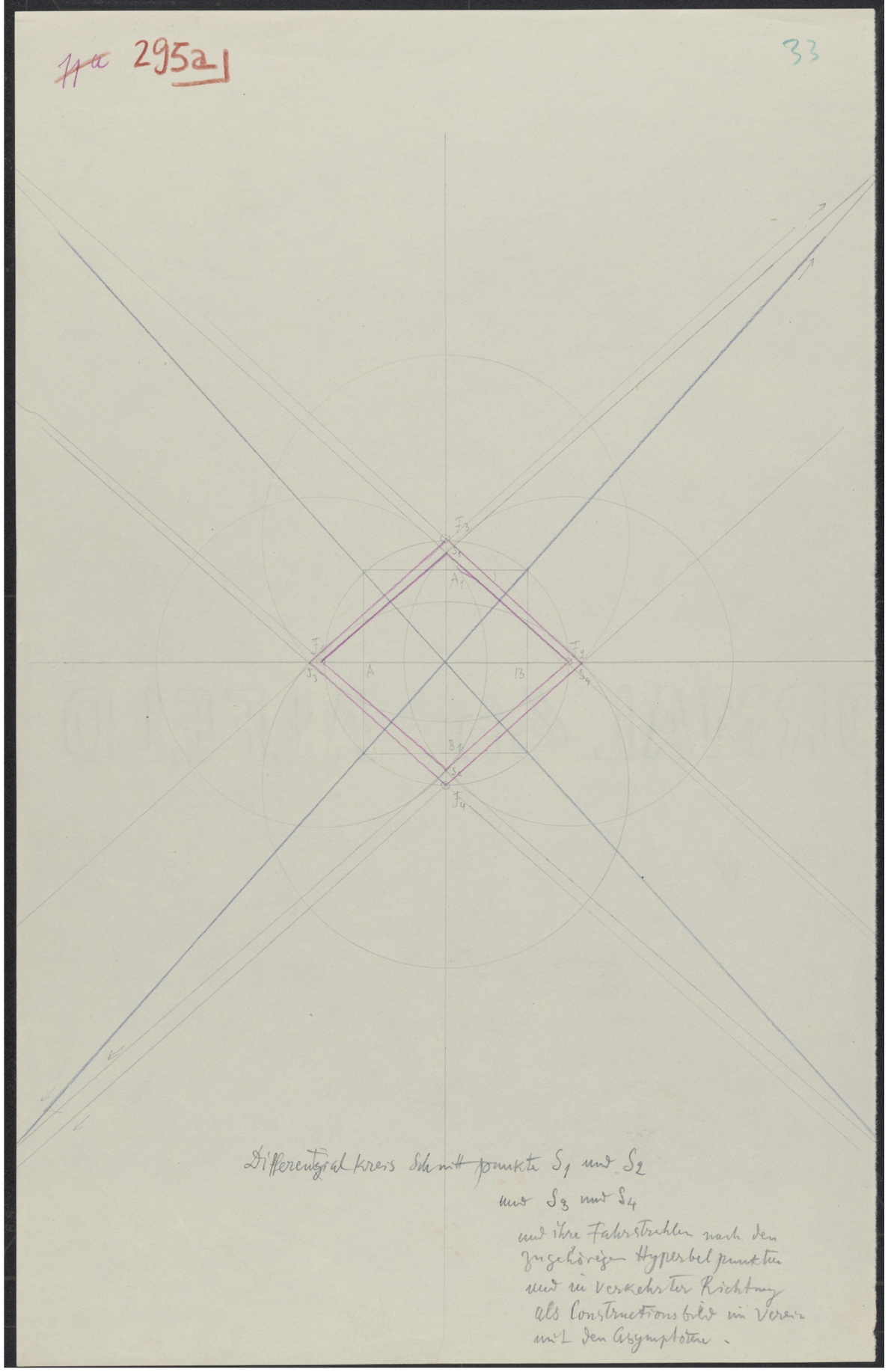
tangente in einem beliebigen Hyperbel Punkt hat folgenden Constructionsweg: von einem solchen Punkte aus (c od. c) zieht man die beiden Abstände nach F und nach F_1, da durch entstehen Winkel wie F C F_1 oder F d F_1 (mit c und d als Scheitel) diese Winkel sind zu halbieren und die Tangente ist durch diese Halbierungsgerade bezeichnet.

Die Normale steht zur Tangente im vorausgesetzten Hyperbelpunkt senkrecht.

[1] ~~29~~ *durchgestrichen, darunter* 10

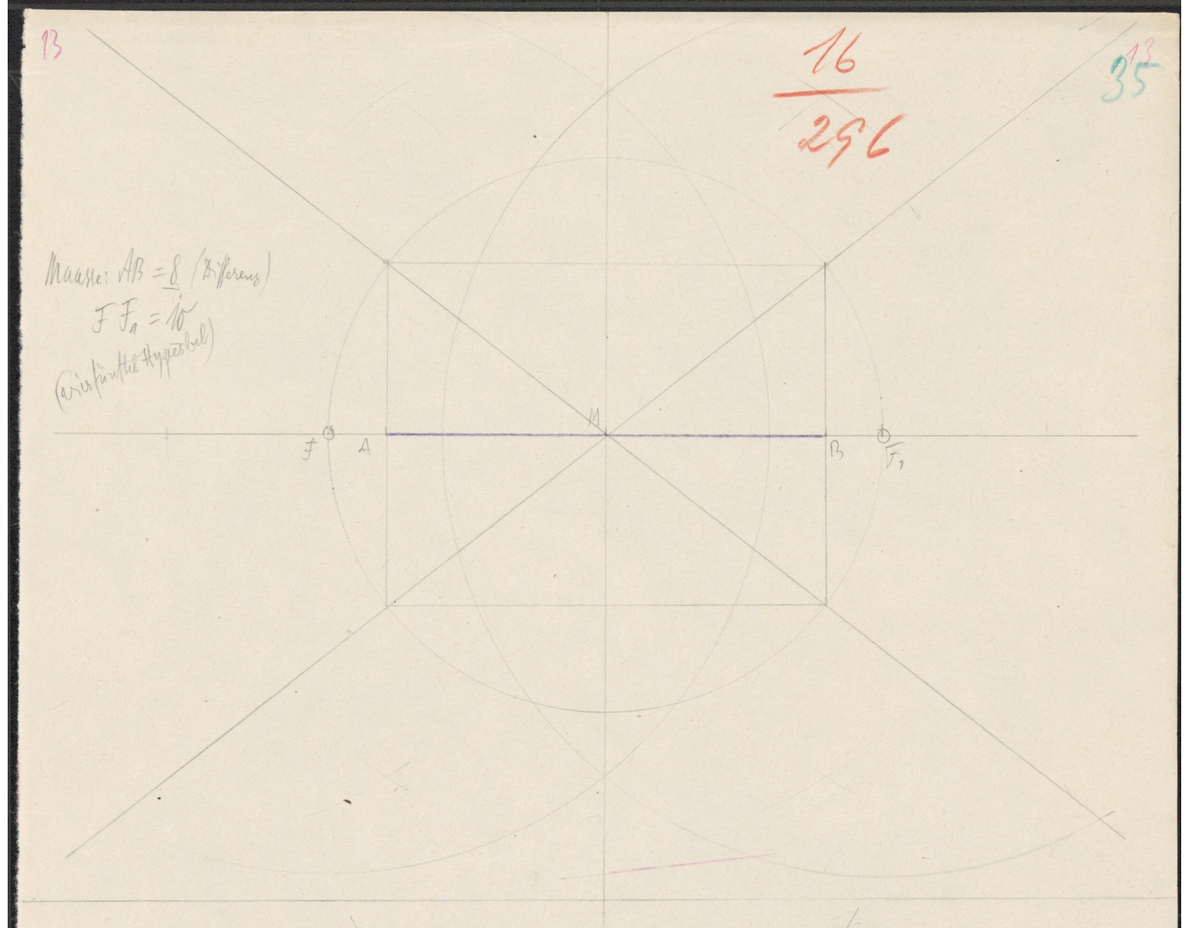
Differenzialkreis Schnittpunkte S^1 und S^2 und zugehörige Hyperbelpunkte



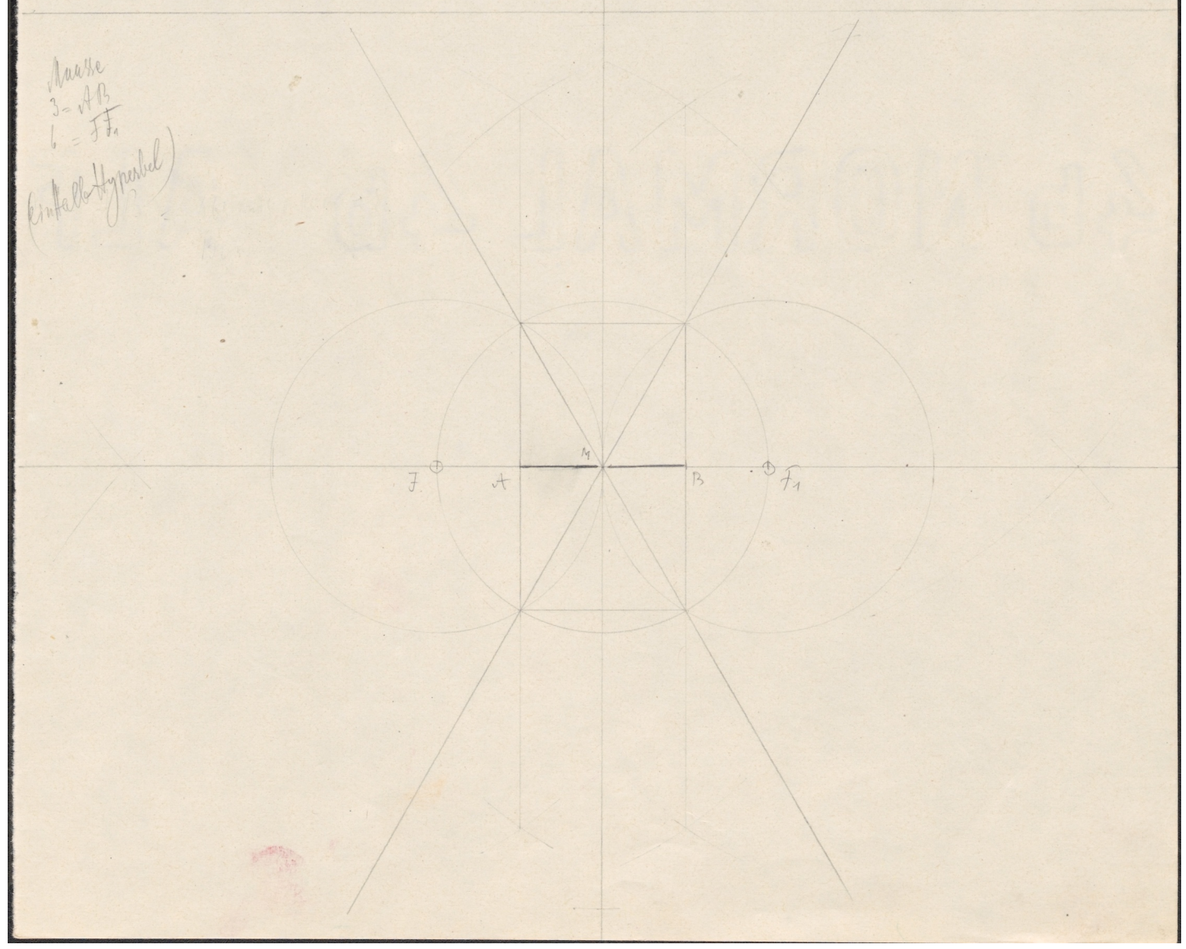


Differentialkreis[1] Schnittpunkte S_1 und S_2
und S_3 und S_4
und ihre Fahrstrahlen nach den
zugehörigen Hyperbelpunkten
und in verkehrter Richtung
als Constructionsbild im Verein
mit den Asymptoten

[1] Differenz*überschrieben*tialkreis

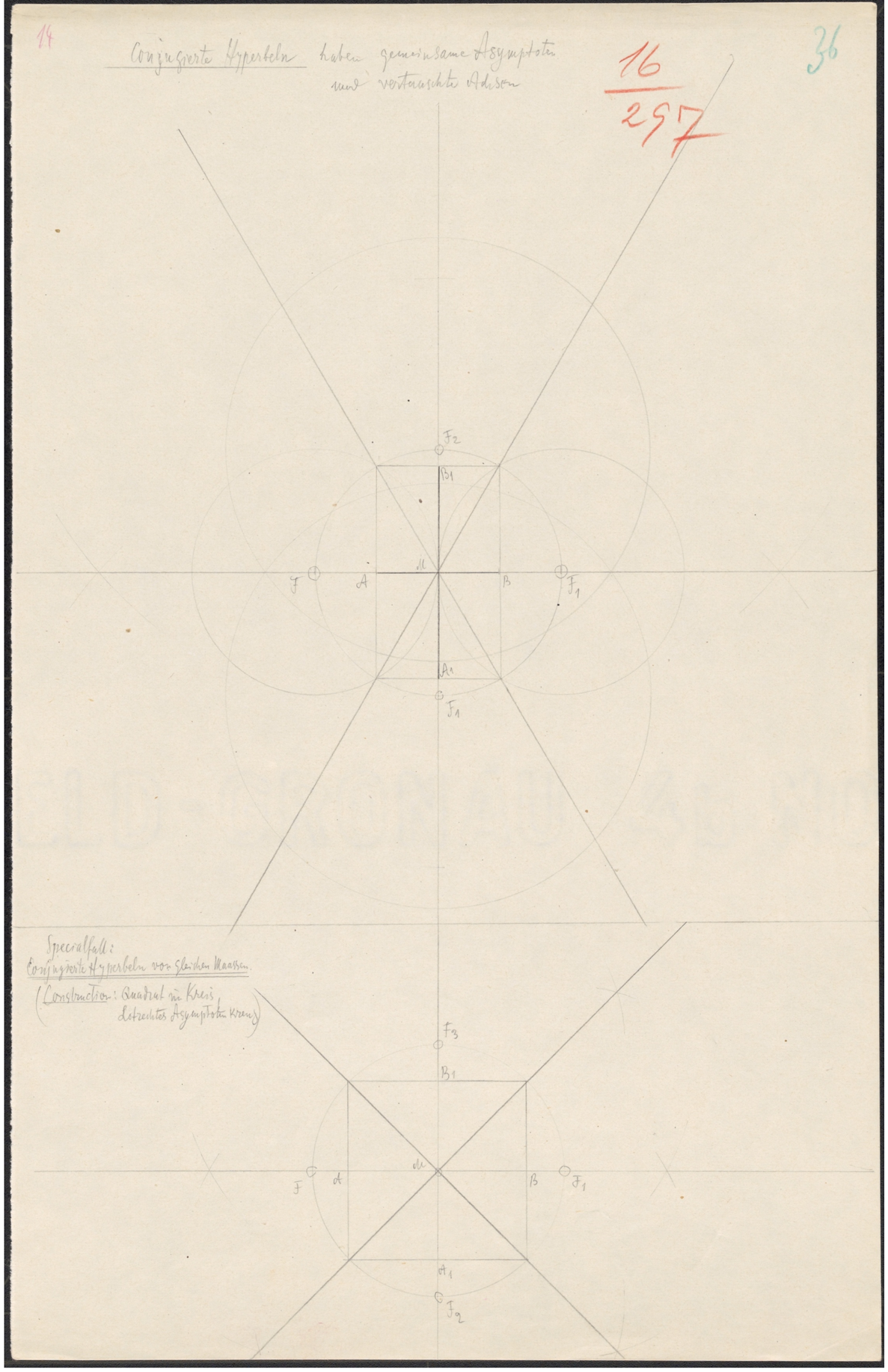


Maasse AB = 8 (Differenz)
F F_1 = 10
(vierfünftel Hyperbel)



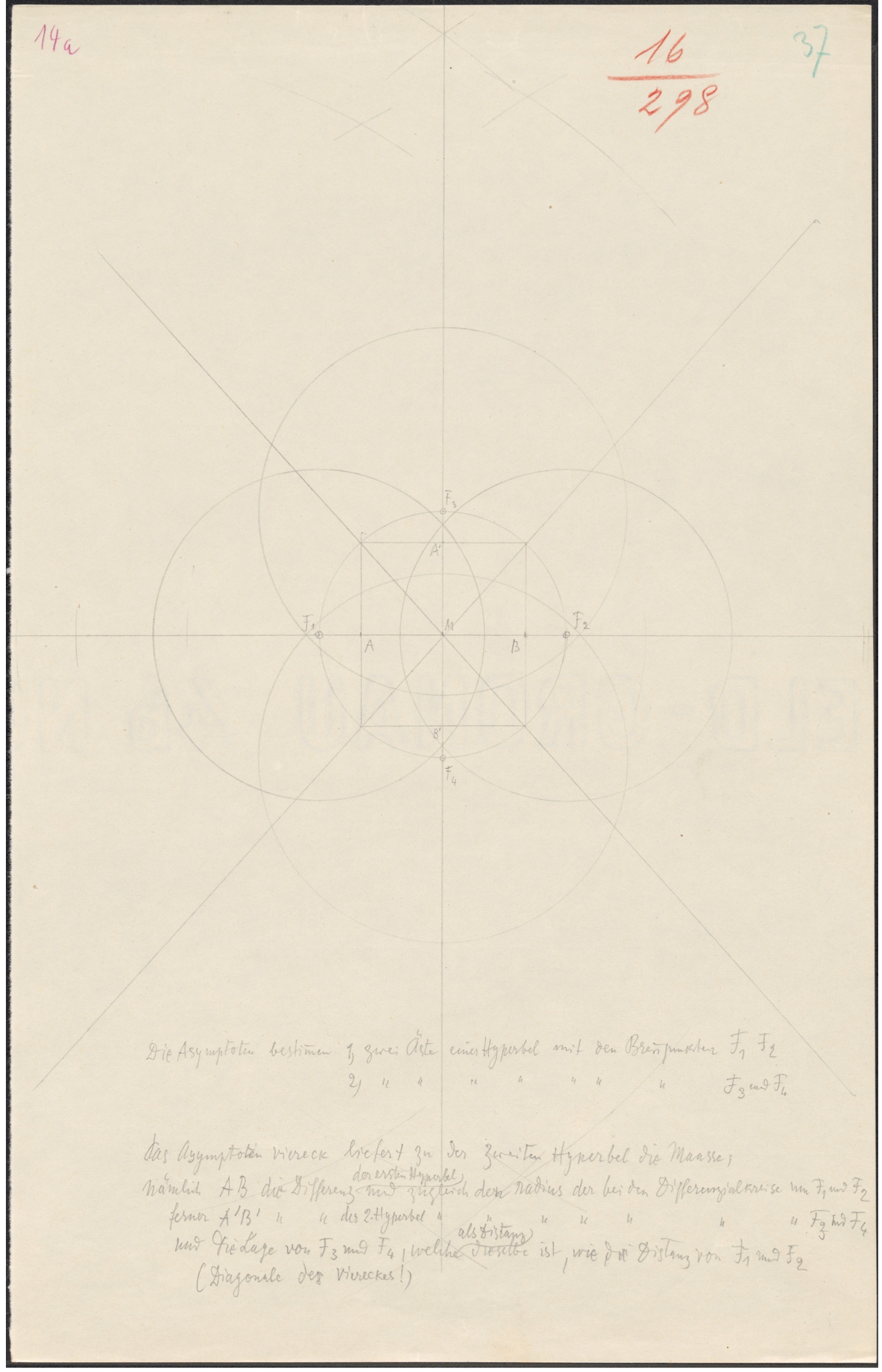
Maasse
3 = AB
6 = F F_1

(ein Halb Hyperbel)



Conjugierte Hyperbeln haben gemeinsame Asymptoten
und vertauschte Achsen

Specialfall:
Conjugierte Hyperbeln von gleichen Maassen.
(Construction: Quadrat im Kreis,
Lotrechtes Asymptotenkreuz)



[1]Die Asymptoten bestimmen 1, zwei Äste einer Hyperbel mit den Brennpunkten F_1 F_2
2, " " " " " " " " F_3 und F_4

Das Asymptotenviereck liefert zu der zweiten Hyperbel die Maasse;
nämlich AB die Differenz der ersten Hyperbel[2] und zugleich den Radius der beiden Differenzialkreise in F_1 und F_2
ferner A'B' " " der zweiten Hyperbel " " " " " " " " " " F_3 und F_4
und die Lage von F_3 und F_4, welche als Distanz[3] dieselbe ist wie die Distanz von F_1 und F_2
(Diagonale des Vierecks!)

---

[1] *Die folgenden Notizen sind mit Bleistift durchgestrichen*

[2] \ der ersten Hyperbel /

[3] \ als Distanz /

Also wird die Hyperbel verhältnismässig durch die Asymptoten bestimmt, und zwar durch ihr Winkelmaass.

ganz klein und ganz gross	grösser und kleiner	alle gleich

folglich ist die Hyperbelconstruction aus den gegeben[1] Asymptoten möglich:

Asymptote a — Asymptote a_1

Constructionsweg:
Annahme beliebiger Punkte
auf der imaginären Achse
z.B. C, C_1 und C_3
im Falle C zieht man in C Parallele
zu AB und
und macht: x) $FE^2 = MA$
EG = CD w, wobei F E G
ein rechter Winkel sein muss

die Hypotenuse dieses Dreieckes
FG liefert auf der Parallelen
in C zu AB die Distanz
von C nach H und von
C nach J und somit
die Hyperbelpunkte H und J
(von C aus)
von C_1 wiederholt man
diese Construction, wobei FE
sich gleich bleibt, $EG_1 = C_1D_1$ misst
und G1 F wieder das Maass auf
der parallelen zu AB in C_1 liefert
und somit die Hyperbelpunkte
H_1 und J_1

(u.s.w.!) von C_2 aus
von C_3 aus…
etc

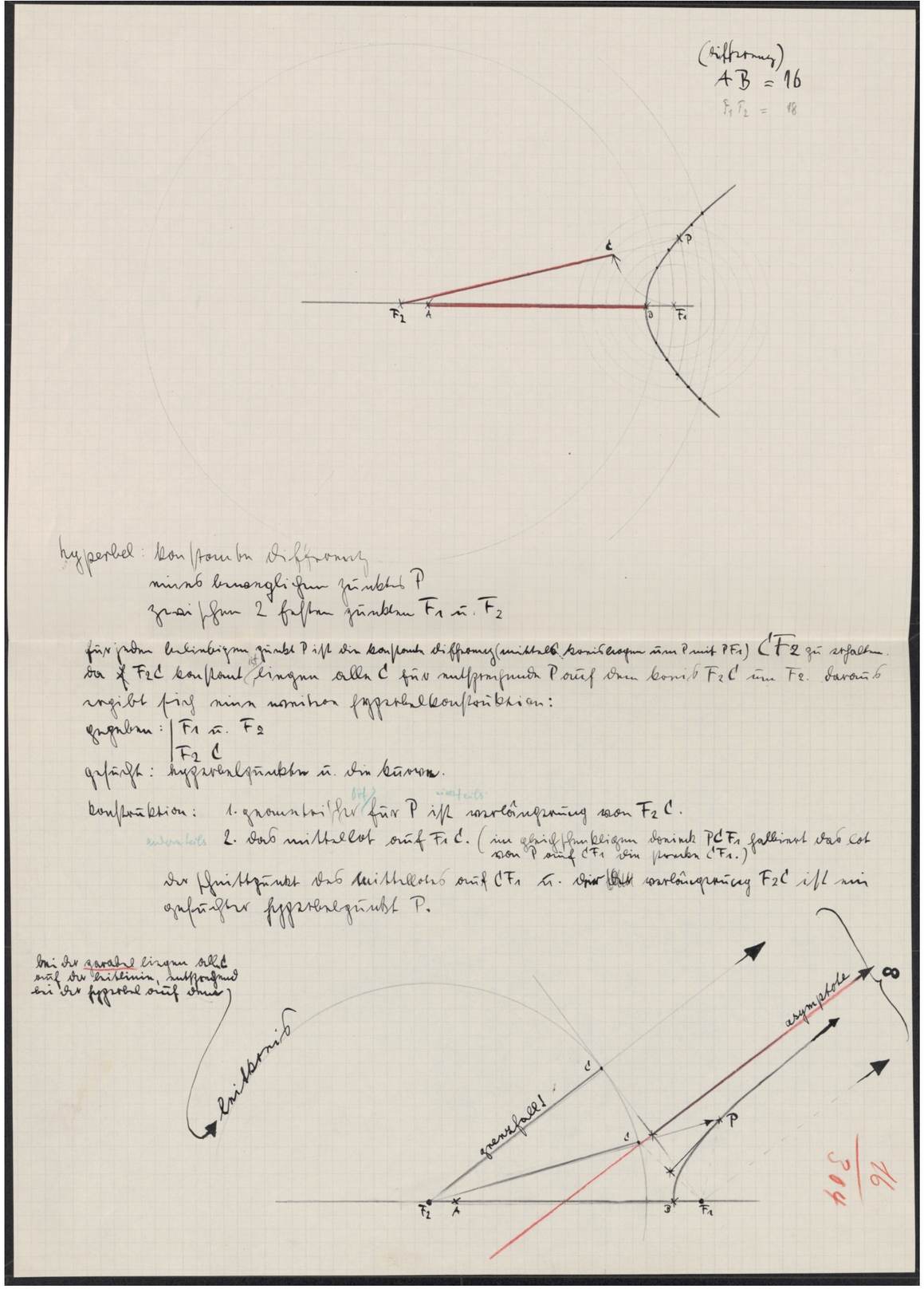
X) F ein Brennpunkt
der conj. Hyperbel auf der imag. Achse

[1] \gegebenen/

[2] F_1E

16/300

38a



hyperbel: konstante Differenz
minus beweglichen Punktes P
zwischen 2 festen Punkten F1 u. F_2

für jeden beliebigen Punkt P ist die konstante Differenz (mittels Kreisbogen um P mit PF_1) CF_2 zu erhalten.
Wo[2] F_2C konstant ist,[3] *liegen alle C für entsprechende P auf dem Kreis F_2C um F2. Daraus*
ergibt sich eine weitere Hyperbelkonstruktion:
gegeben: F_1 u. F_2
F_2 C
gesucht: Hyperbelpunkte u. die Kurven

Konstruktion: *1. Geometrischer* Ort[4] *für P ist* einesteils[5] *die Verlängerung von F_2 C*
andernteils *2. das Mittellot auf F_1C. (im gleichschenkligen Dreieck PCF_1 halbiert das Lot von P auf CF_1 die Punkte CF_1.)*
der Schnittpunkt des Mittellotes auf CF_1 u. die Verlängerung F_2C ist ein gesuchter Hyperbelpunkt P.

bei der Parabel liegen alle C
auf der Leitlinie, entsprechend
bei der Hyperbel auf dem *asymptote*

Leitkreis *grenzfall!*

[1] *alles kursiv Geschriebene von fremder Hand*

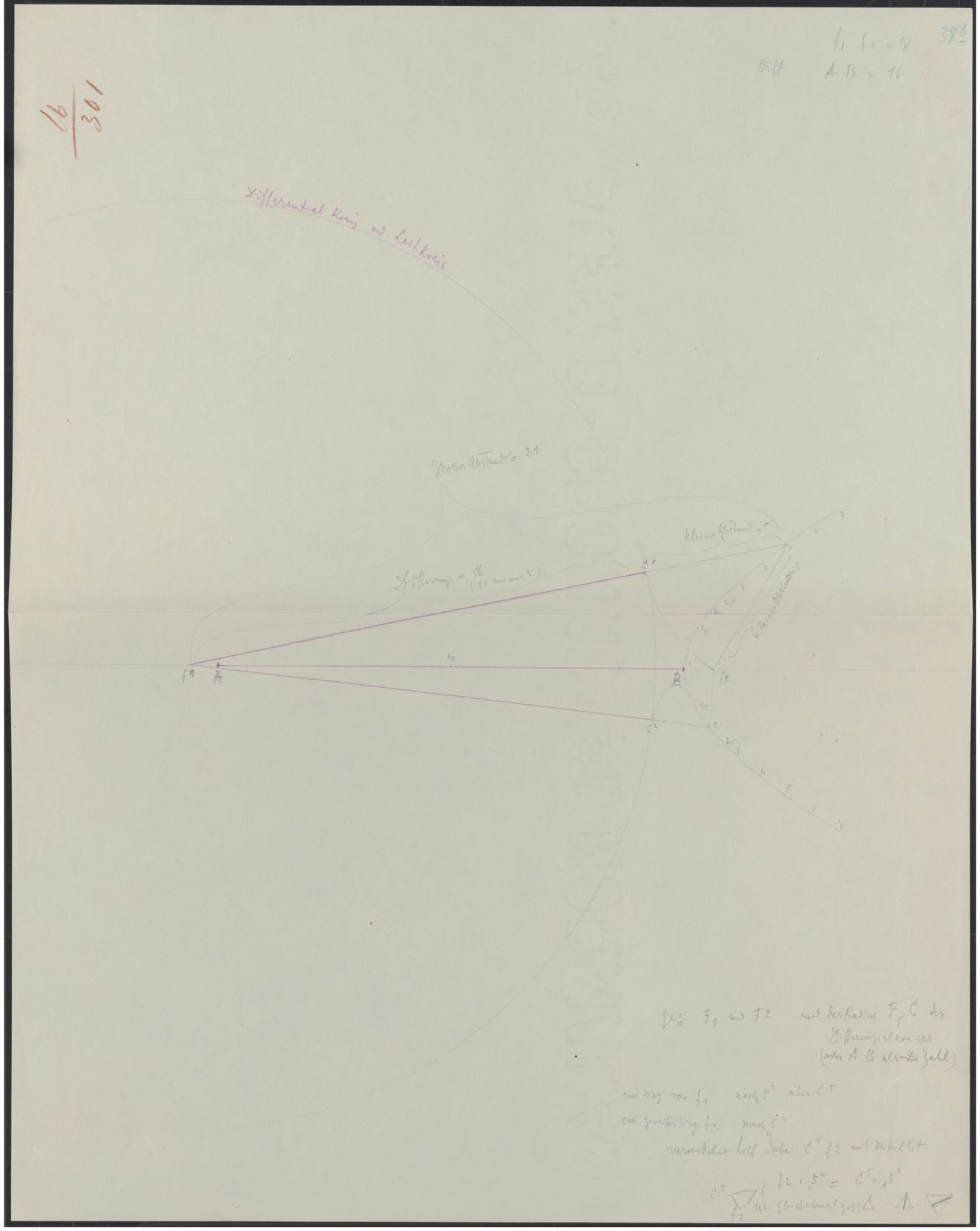
[2] *Wo ~~f~~*

[3] \ ist /

[4] \ Ort /

[5] \ einesteils /

$f_1\ f_2 = 18$
Diff A B = 16



Differential Kreis od. Leitkreis

Grosser Abstand = 21

kleiner Abstand = 5

Differenz = 16
(21 minus 5)

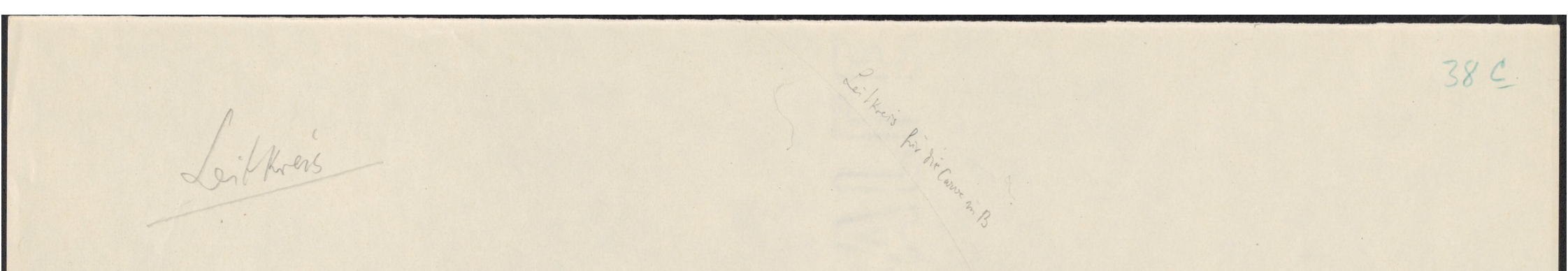
Kleiner Abstand =5

Geg. F1 und F2 und der Radius F1C des Differenzialkreises
(oder AB als[1] Zahl)

ein Weg von f_1 nach „5" über C_5
ein zweiter Weg f_2 nach „5"
vermittelnd hilft dabei C^5 f_2 mit Mittellot

$f^2 \cdot$ „5" = $C^5 \cdot$ „5"
ist gleichschenkliges

[1] als Di



38c

Leitkreis

Leitkreis für die Curve in B

Hyperbel

Substrahend 5

Zahlen für C5

minuend 21 (Substrahend 5)

Differenz 16 $f^1 - c^5$

Substrahend

minuend minus subtrahend gleich Differenz

21 - 5 = 16

in Bezug auf die Rolle der Leitlinie (Kreis) wird so operiert

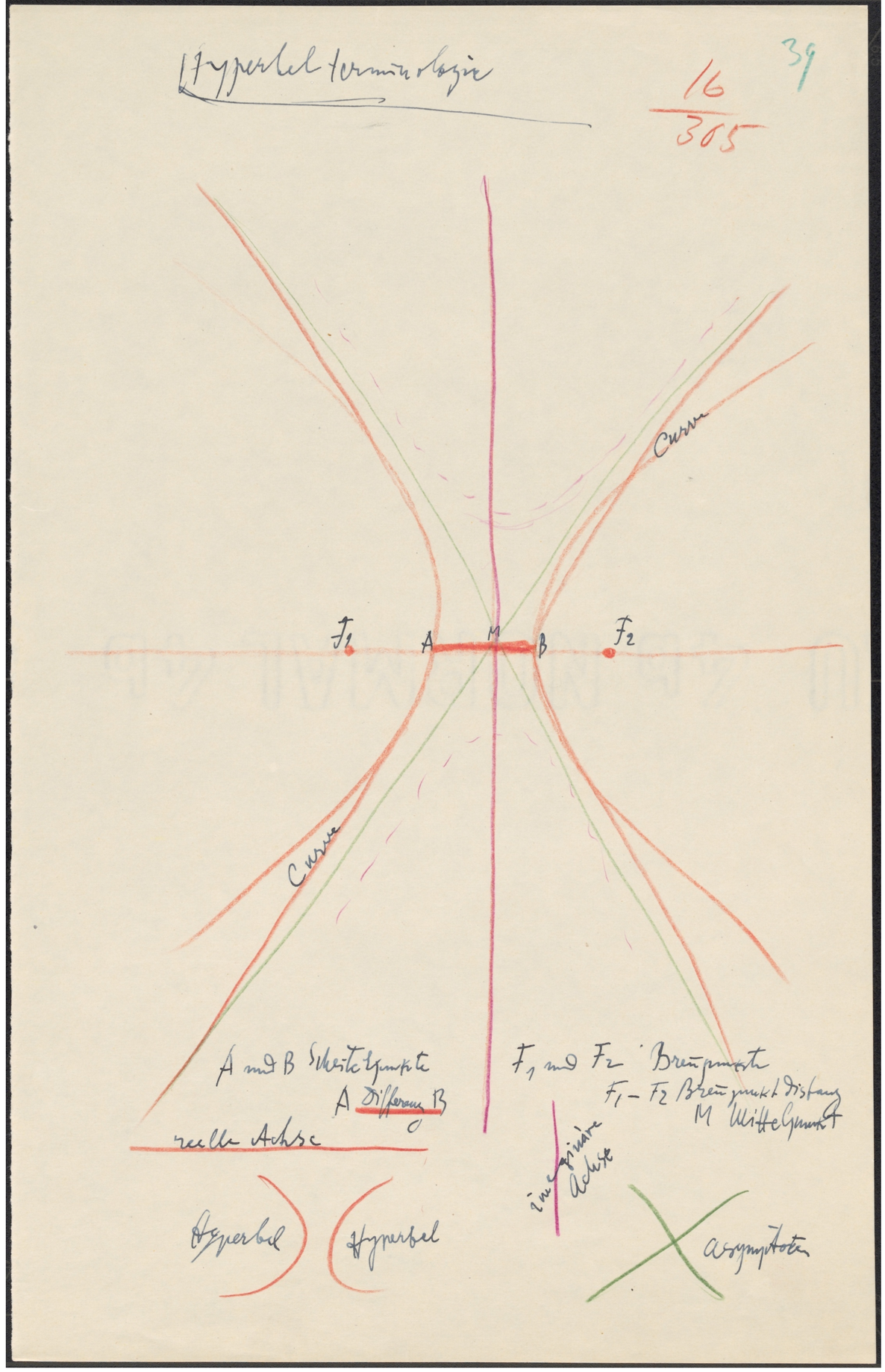
Diff + Subtrahend = minuend

16 + 5 = 21

Der Differentialkreis erinnert an die Verhältnisse der Parabel, denn er bedeutet für alle Hyperbelpunkte: gleiche Distanz wie jeweils zum Brennpunkt. Die der Parabel gibt es keine Differenz, die Leitlinie ist dort Gerade. Hier ist sie Kreis. Oder[1]: Der Brennpunkt f_1 liegt bei der Parabel unendlich weit weg, die abstände zur Leitlinie sind parallel. hier treffen sie sich in f^1.

etc

[1] \ oder /



A und B Scheitelpunkte
A Differenz B

F_1 und F_2 Brennpunkte
$F_1 - F_2$ Brennpunkt Distanz
M Mittelpunkt

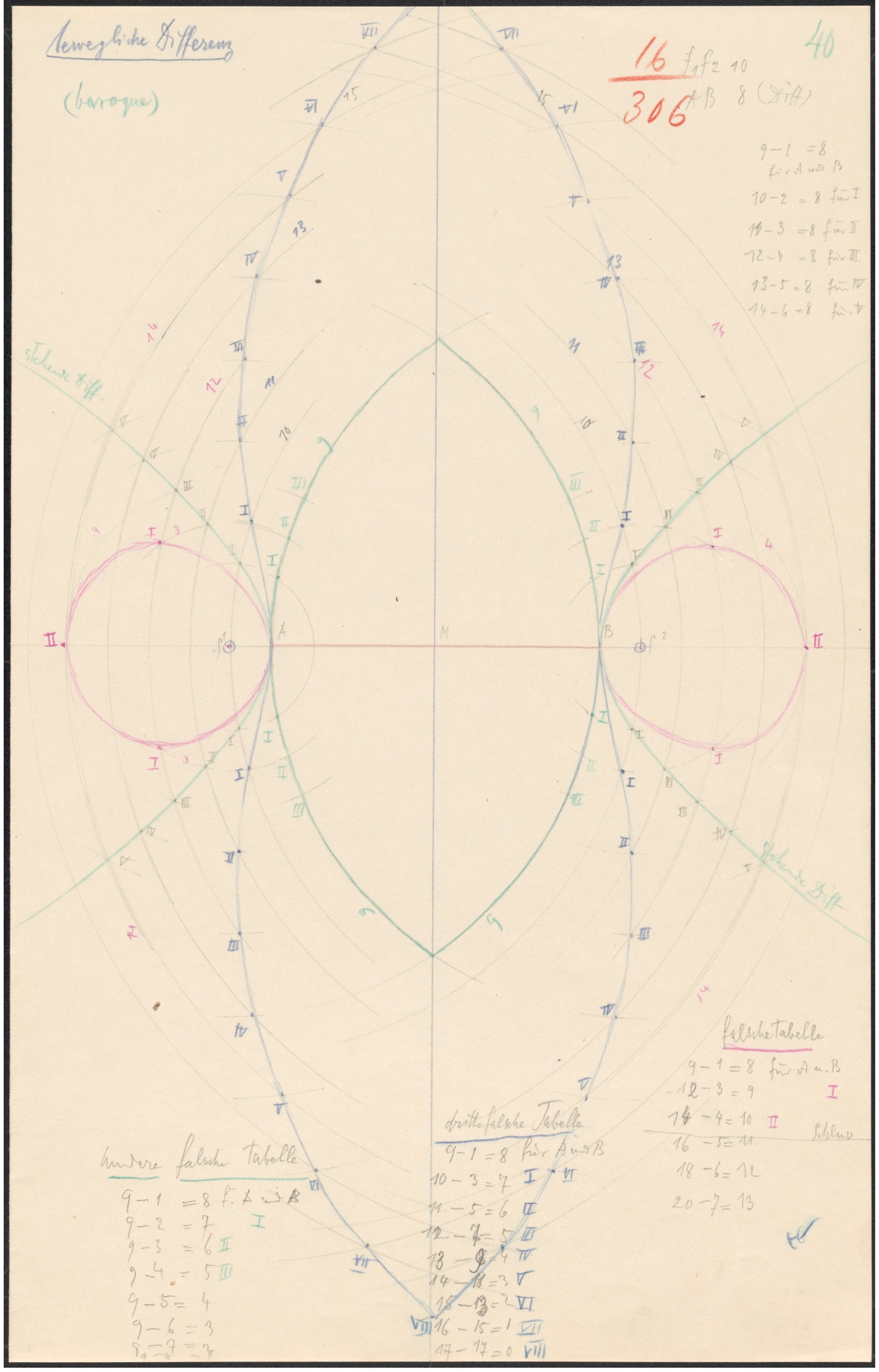
reelle Achse

imaginäre Achse

Hyperbel

Hyperbel

Asymptoten



bewegliche Differenz

40

(baroque)

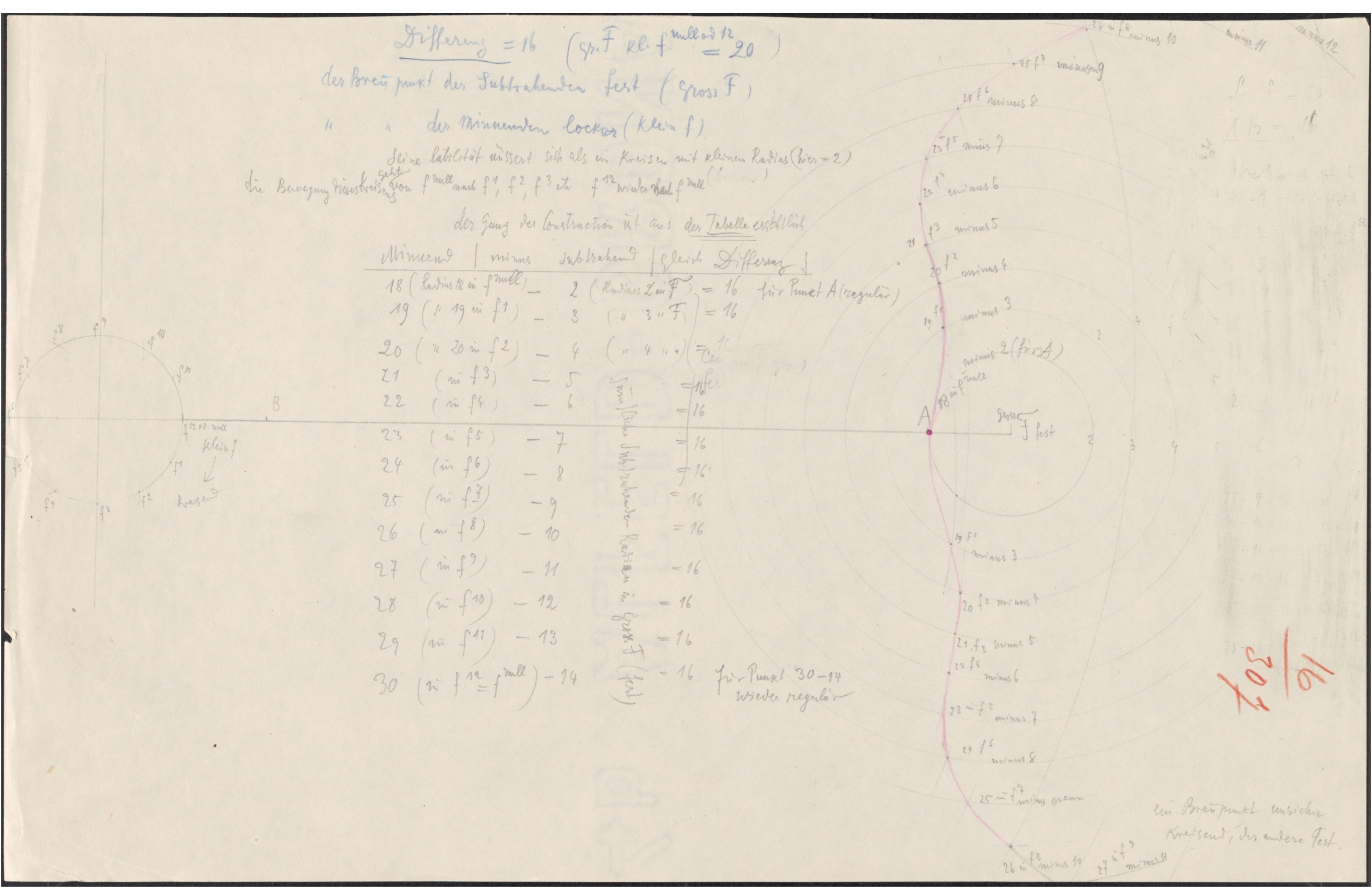
f_1 f_2 10
A B 8 (Diff)

stehende Diff.

falsche Tabelle

dritte falsche Tabelle

untere falsche Tabelle



Differenz = 16 (gr.F kl.f null od 12^{1} = 20)
der Brennpunkt der Subtrahenden fest (gross F) 77
" " der Minuenden locker (klein f)

seine Labilität äussert sich als ein Kreisen mit kleinem Radius (hier = 2)
die Bewegung dieses Kreisens geht[2] von f^{null} nach f^{1}, f^{2}, f^{3}, etc f^{12} wieder nach f^{null}

der Gang der Construction ist aus der Tabelle ersichtlich

Minuend	minus	Subtrahend	gleich Differenz
(Radius 18 in f^{null})		(Radius 2 in F)	für Punkt A regulär

Sämtliche Subtrahenden Radieren in gross F (fest)

klein f

kreisend

gross F fest

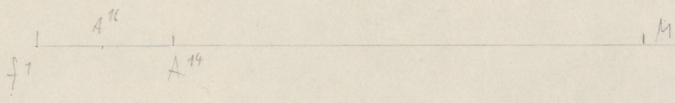
für Punkt 30 - 14
wieder regulär

ein Brennpunkt unsicher
kreisend, der andere Fest.

[1] \ null od 12 /

[2] \ geht /

16/330



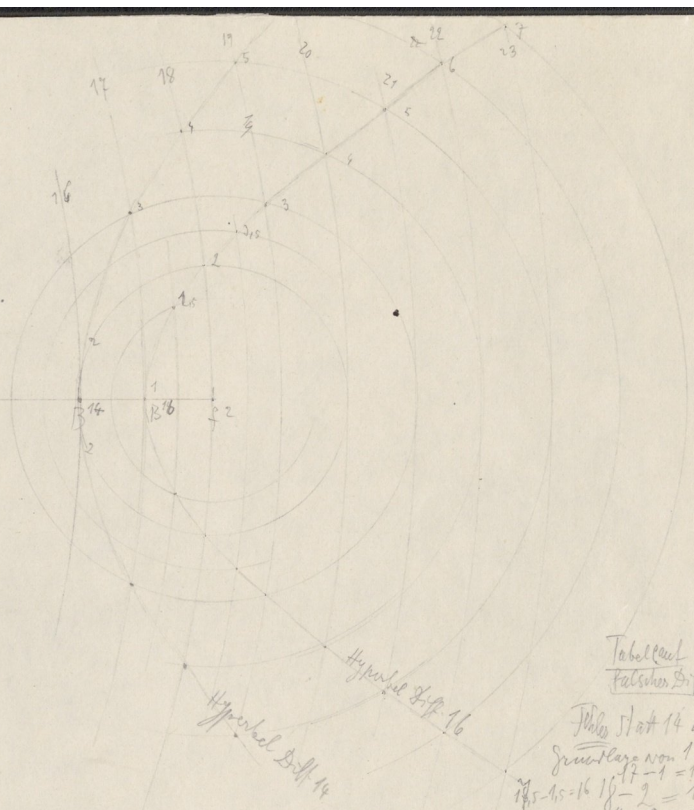


Tabelle auf
falscher Differenz

Fehler statt 14 und auf der Grundlage von 14 wird 16 als Diff. gesetzt

17 − 1 = 16
18 − 2 = 16
19 − 3 = 16
20 − 4 = 16
21 − 5 = 16
22 − 6 = 16
23 − 7 = 16
24 − 8 = 16
25 − 9 = 16

dadurch wird nur eine Verschiebung der Punkte A und B bewirkt also eine andere Hyperbel auf Grund von 16.

14 Diff

Tabelle auf
richtiger Differenz

16 − 2 = 14
17 − 3 = 14
18 − 4 = 14
19 − 5 = 14

Hyperbel Diff. 16

Hyperbel Diff. 14

Tabelle auf
falscher Differenz

Fehler statt 14 und auf der Grundlage von 14 wird 16 als Diff. gesetzt

Tabelle auf
richtiger Differenz

dadurch wird nur eine Verschiebung der Punkte A und B bewirkt also eine andere Hyperbel auf Grund von 16

14 Diff

16 d

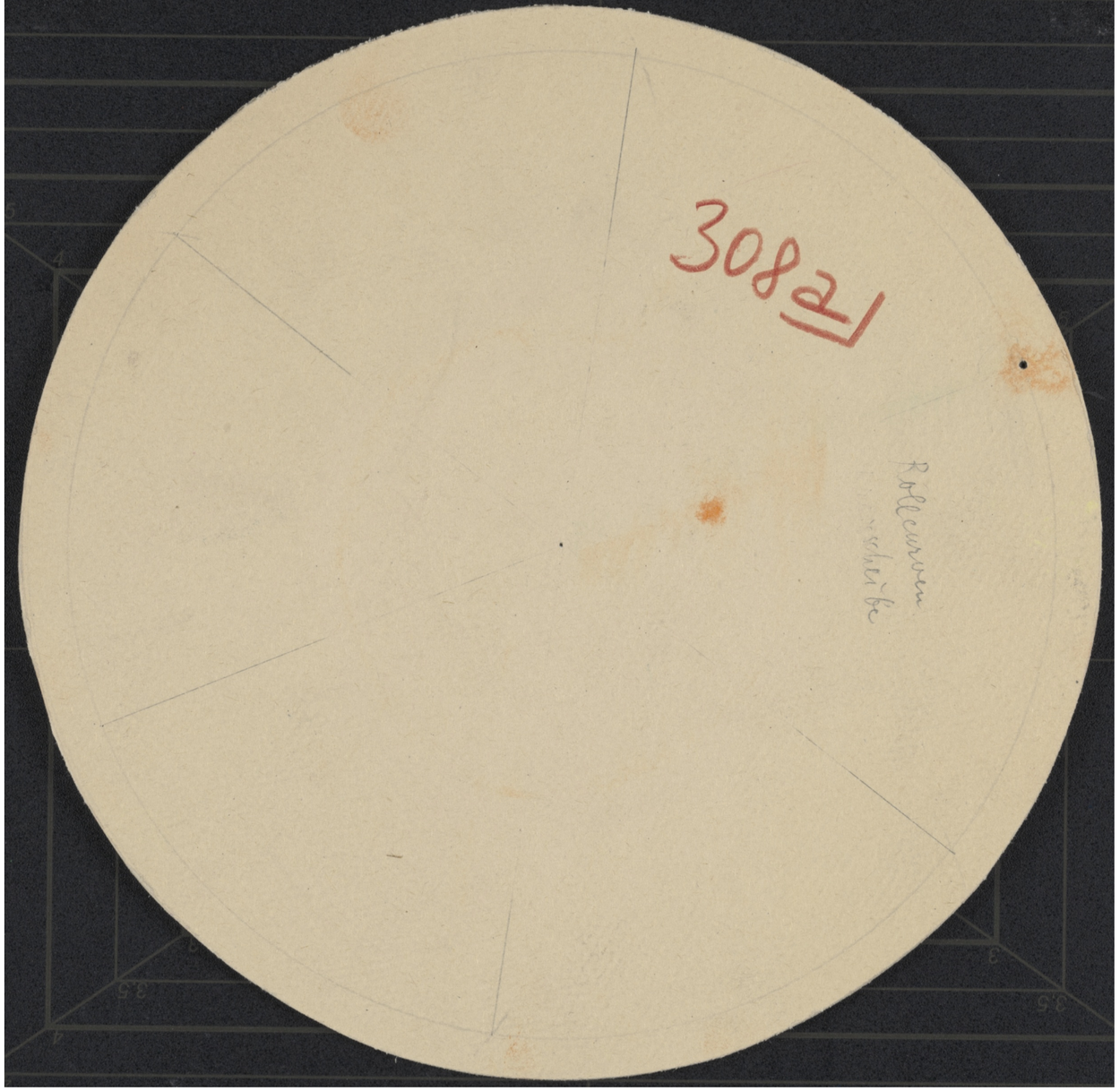
Rollcurven

16
308

PV 15

16d

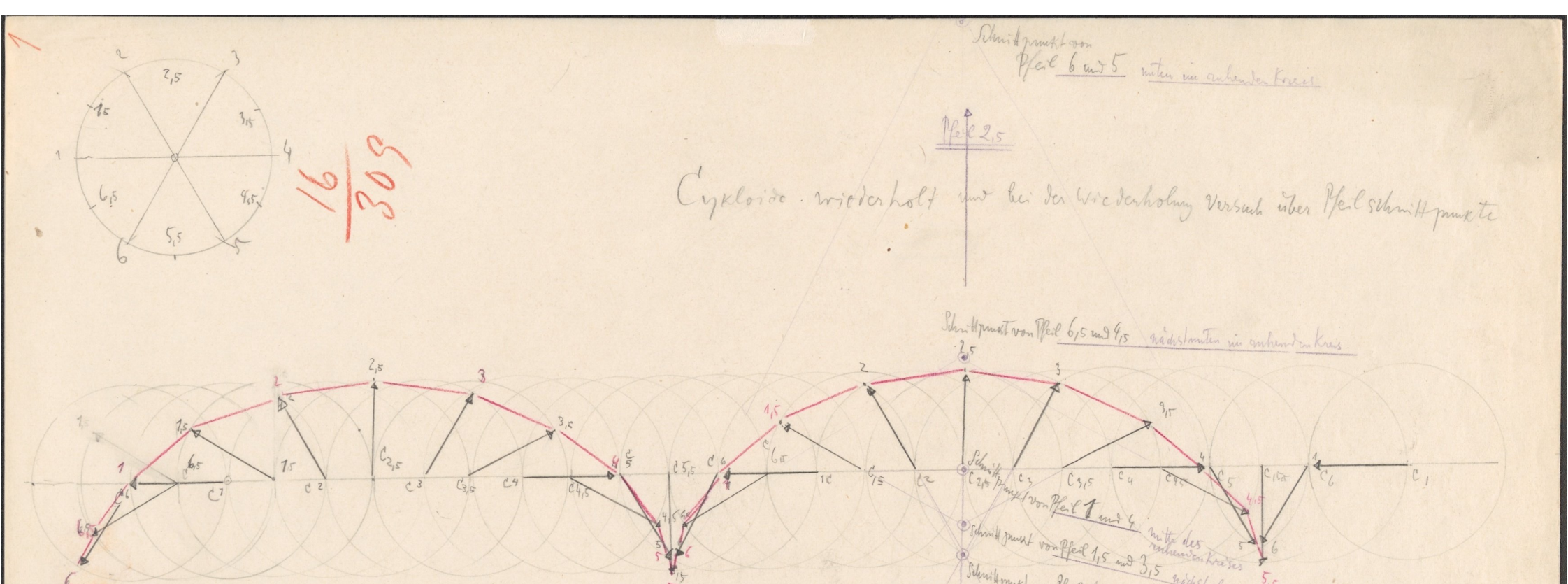
Rollcurven



Rollcurven
Kreisscheibe

St. Galston

16/305



1

Schnittpunkt von
Pfeil 6 und 5 unten im ruhenden Kreis

Pfeil 2,5

Cykloide wiederholt und bei der Wiederholung Versuch über Pfeilschnittpunkte

Schnittpunkt von Pfeil 6,5 und 4,5 nächstunten im ruhenden Kreis

Schnittpunkt von Pfeil 1 und 4 mitte des
rundenden Kreises

Schnittpunkt von Pfeil 1,5 und3,5 nächstoben im ruhenden Kreis

Schnittpunkt von Pfeil 2 und 3 oben im ruhenden Kreis

Pfeil 5,5

oben
nächstoben

Die Cykloide entsteht aus einer Doppelbewegung

mitten

a, Uhrzeigerartiges Drehen des Pfeils

b, Schritte der Centren von links nach rechts

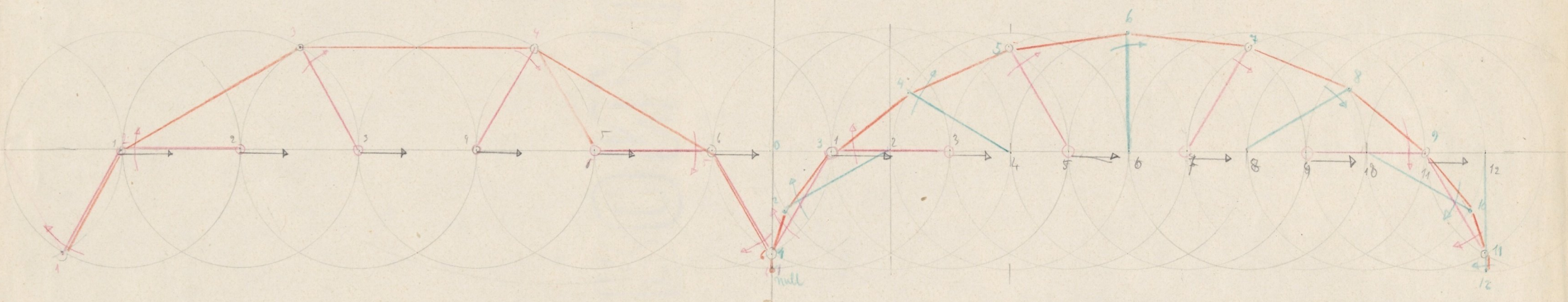
Pfeil 5,5

nächstunten
unten

Pfeil 2,5 und 5,5 schneiden sich nie (im ruhenden Kreis sind)
Sie nicht zu einer Lage zu
verbinden)

2

16/310



Cycloide (roll curve) rollendes Rad mit einer betonten Speiche

links sechs taktig, rechts zwölftaktig

1		2		3		4		5		6	(1/2 takt)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12 (zwölftact)

Erläuterung: das Wesen der Cykloiden ist die ~~Doppel~~(gleichzeitige)bewegung von Centrum und Peripherie eines Kreises (Doppelbewegung)
die Centrums bewegung kan eine Gerade beschreiben (wie oben) oder eine Curve
(NB! Kreis, Ellipse, ~~Kreis~~, Parabel, Rollcurve etc. und bei Curven kan das Rad innen oder aussen laufen.

2

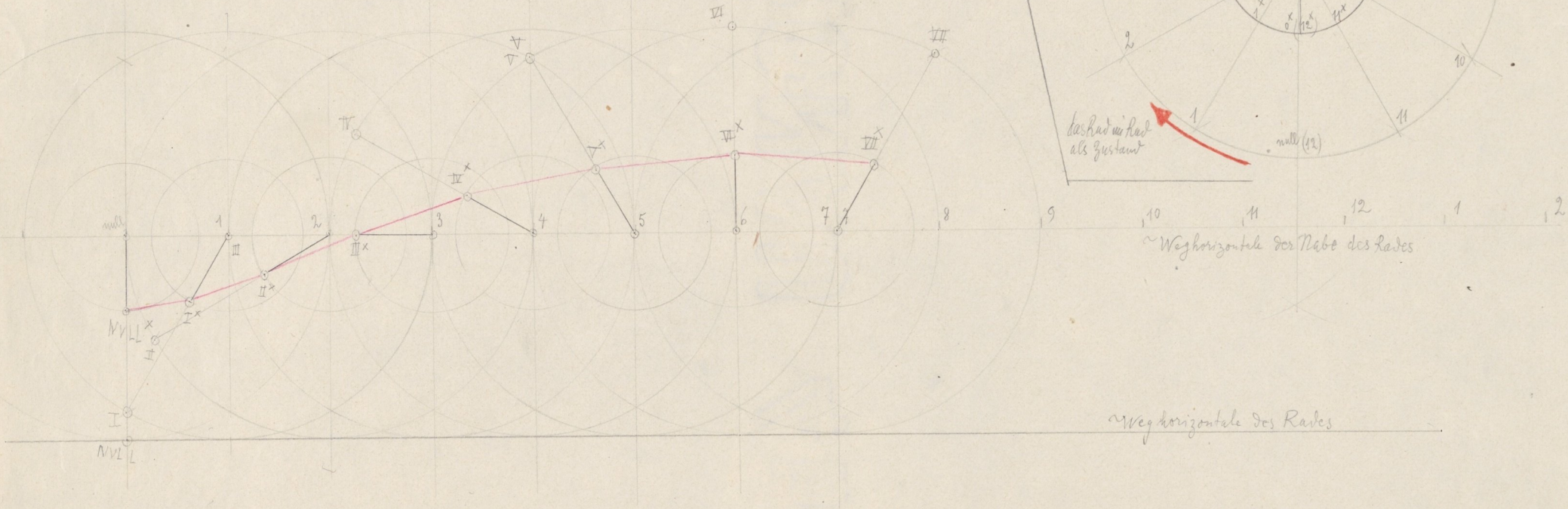
Cycloide (rollcurve) rollendes Rad mit einer betonten Speiche

links sechs taktig, rechts zwölftaktig

Erläuterung; das Wesen der Cykloiden ist die gleichzeitige bewegung[1] von Centrum und Peripherie eines Kreises (Doppelbewegung)
die Centrumsbewegung kann eine Gerade beschreiben (wie oben) oder eine Curve
(NB! Kreis, Ellipse[2], Parabel, Rollcurve etc. und bei Curven
kann das Rad innen oder aussen laufen

[1] \ gleichzeitige / ~~Doppel~~bewegung

[2] Ellipse, ~~Kreis~~



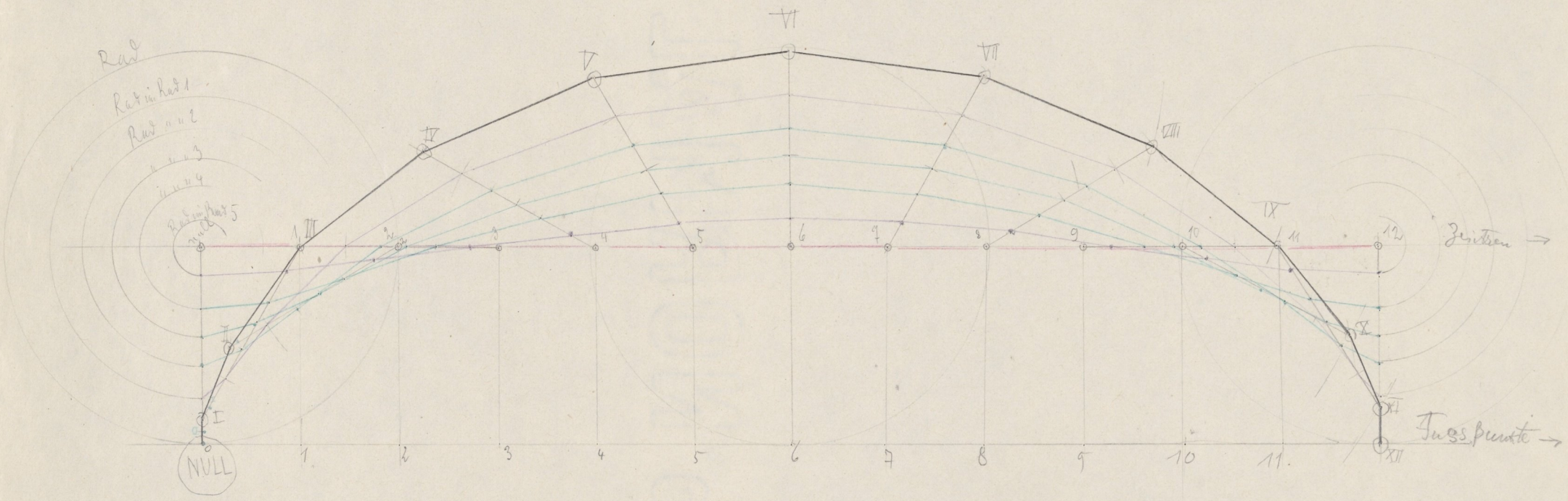
„das Rad im Rad"
als Bewegung

das Rad im Rad
als Zustand

Weghorizontale der Nabe des Rades

Weghorizontale des Rades

Paul Klee, II.16 Kegelschnitte, BG II.16/352



Verschiedenen Maasse von Rad im Rad

Rad

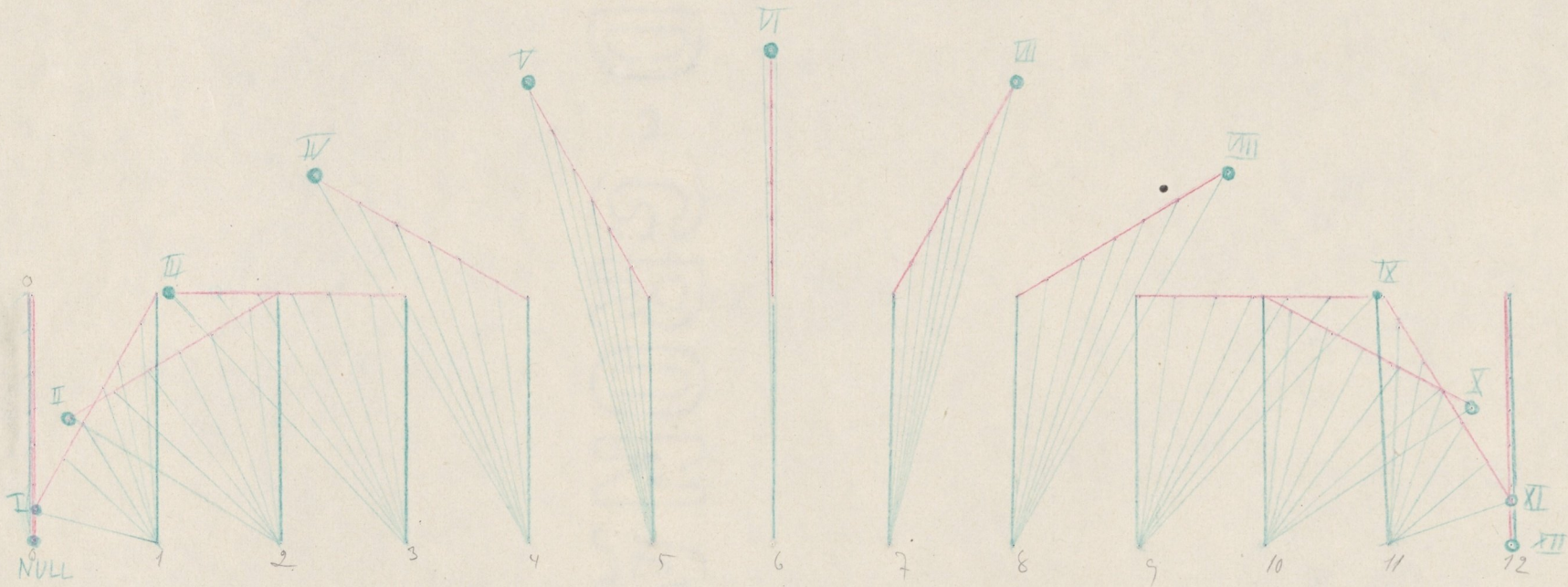
Rad in Rad 1
Rad " " 2
" " " 3
" " " 4
Rad in Rad 5
Null

Zentren

NULL

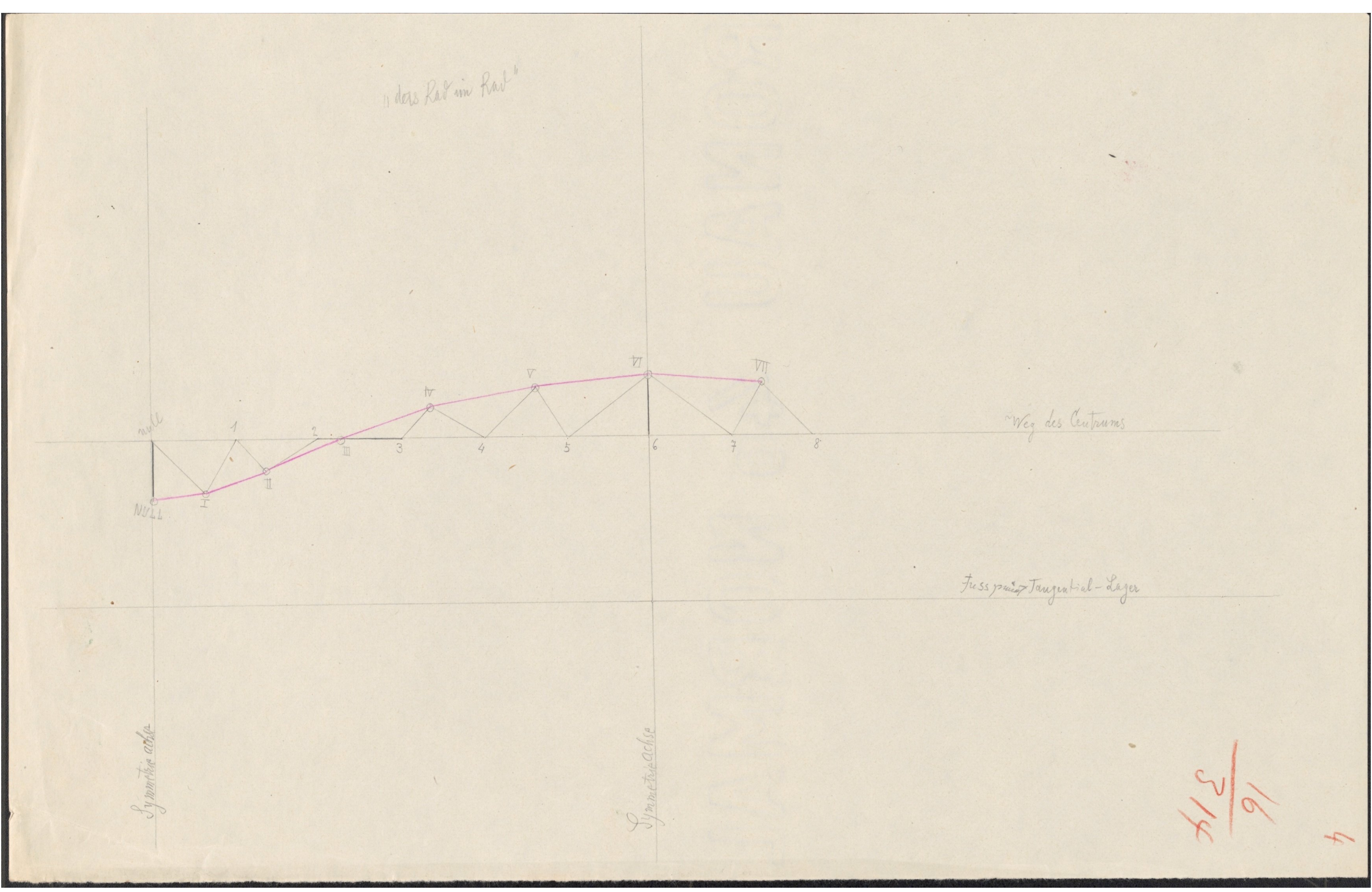
Fusspunkte

3a



Rad im Rad (als Reihe von Fällen bezw. Maassen)

Paul Klee, II.16 Kegelschnitte, BG II.16/354



„das Rad im Rad"

Weg des Centrums

Fusspunkt Tangential-Lager

Symmetrieachse

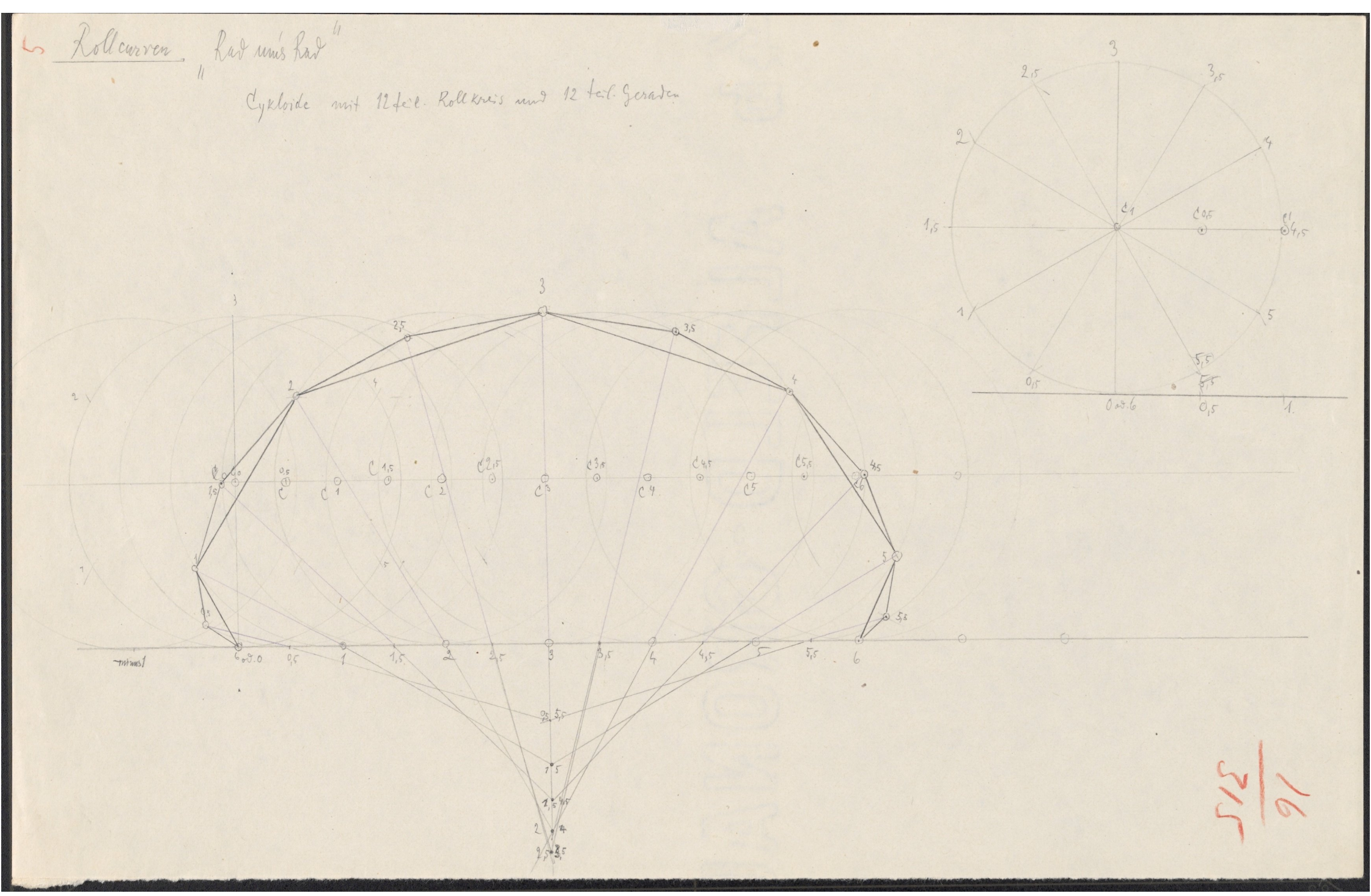
Symmetrieachse

4

Paul Klee, II.16 Kegelschnitte, BG II.16/355

5 Rollcurven „Rad um's Rad"

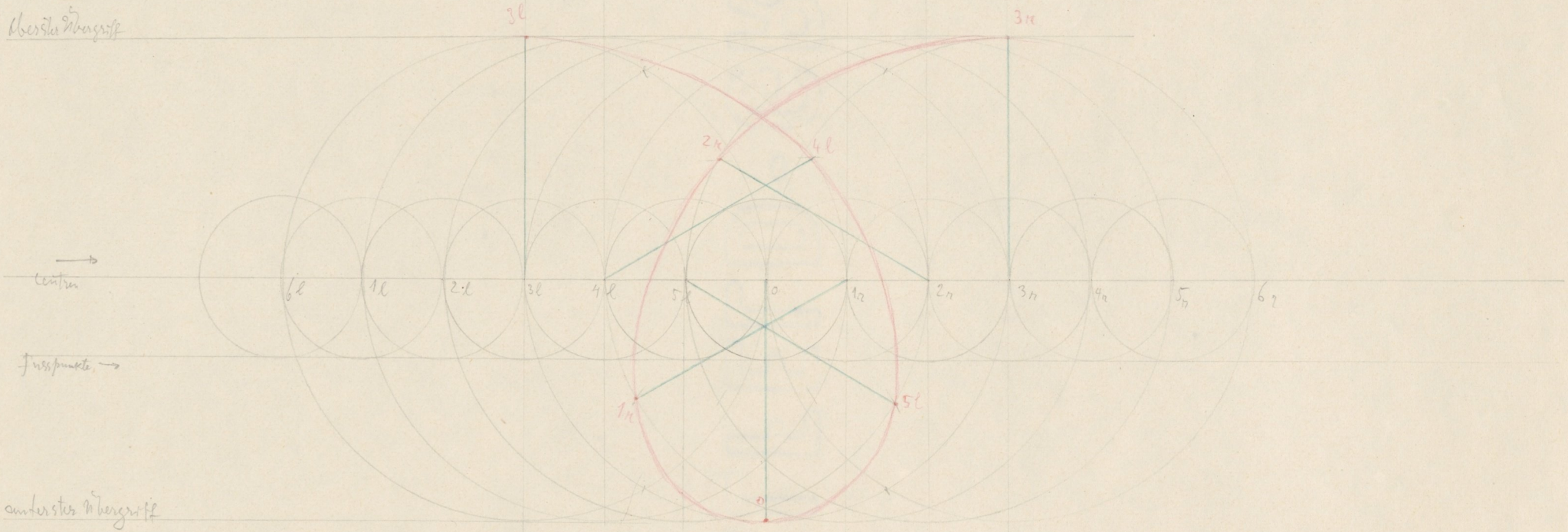
Cykloide mit 12teil. Rollkreis und 12teil Geraden



16/3/7

Cykloide III (Rad um's Rad)
(mit Schleife)

(NB
Cykloide I mit Spitze
" II ohne Spitze [Radius-rad])



oberster Übergriff

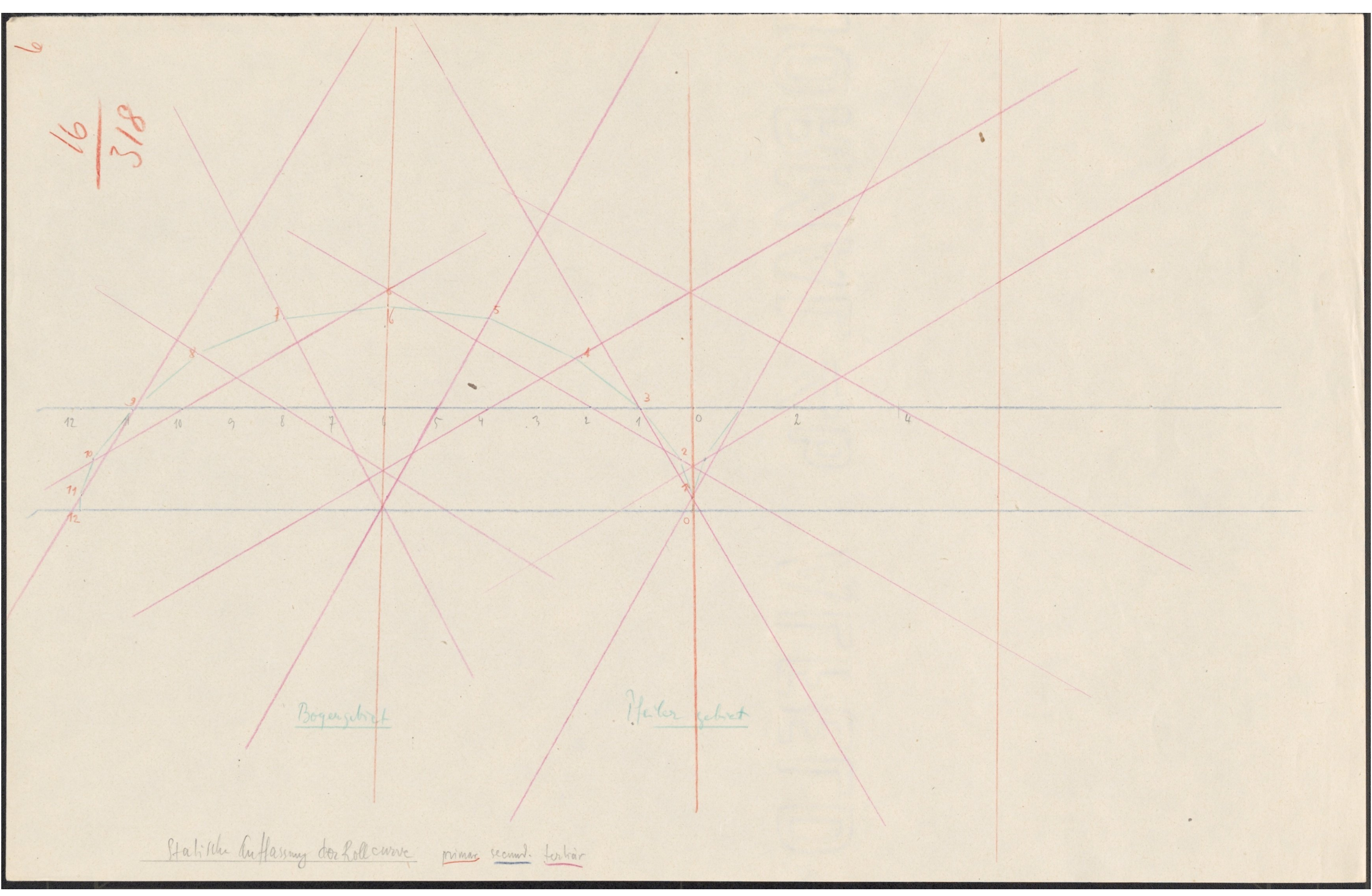
Centren

Fusspunkte

unterster Übergriff

Die Schleife

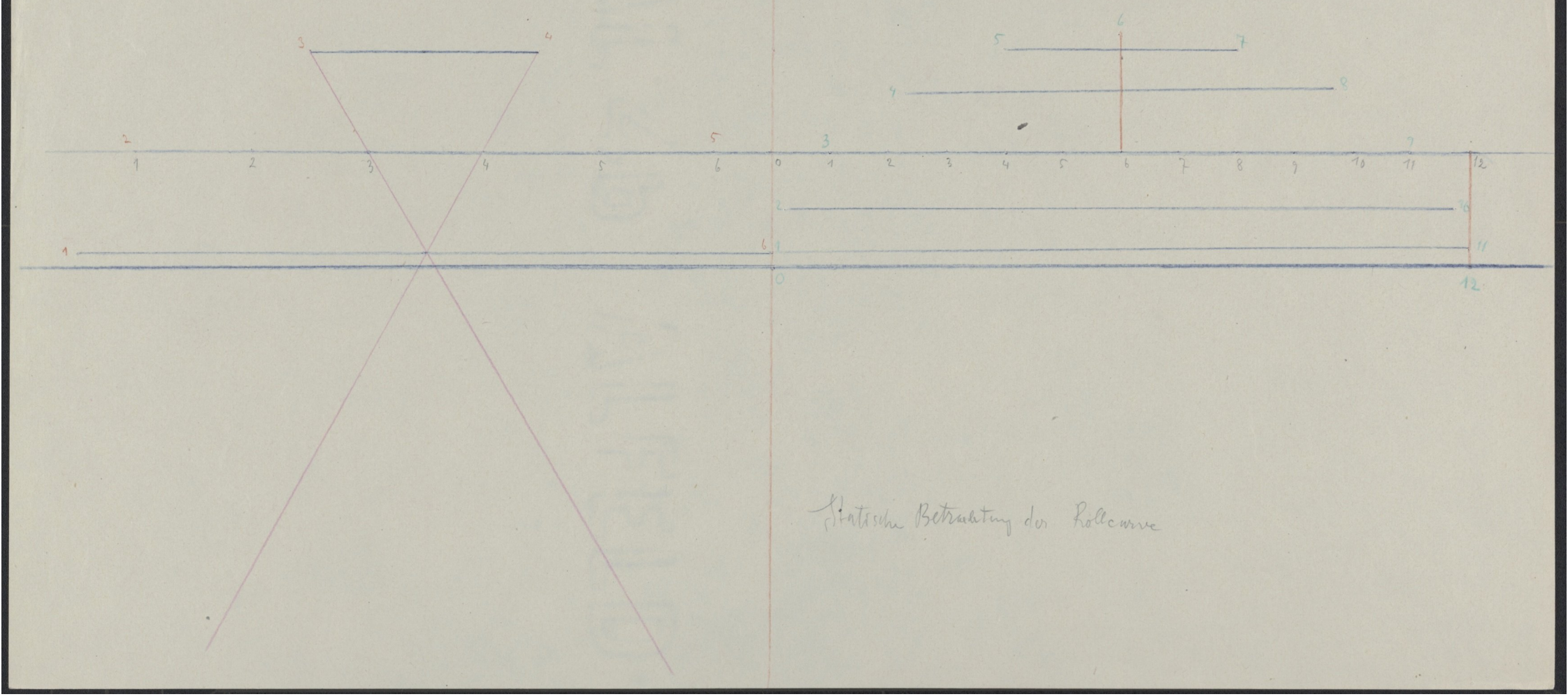
16/318



Bogengebiet Pfeilergebiet

Statische Auffassung der Rollcurve primar secund. tertiär

Paul Klee, II.16 Kegelschnitte, BG II.16/358



Statische Betrachtung der Rollcurve

Statische Betrachtung der Rollcurve

Paul Klee, II.16 Kegelschnitte, BG II.16/359

7

Drei Arten von Cykloiden:

nach J. Vonderlinn

1, A_0 A_1 A_2 A_3 etc. gewöhnliche Cykloide (Rad)
2, B B_1 B_2 B_3 B_4 B_5 verschlungene Cykloide (Rad ums Rad)
3, C C_1 C_2 C_3 C_4 etc gedehnte Cykloide (Rad im Rad)

NB

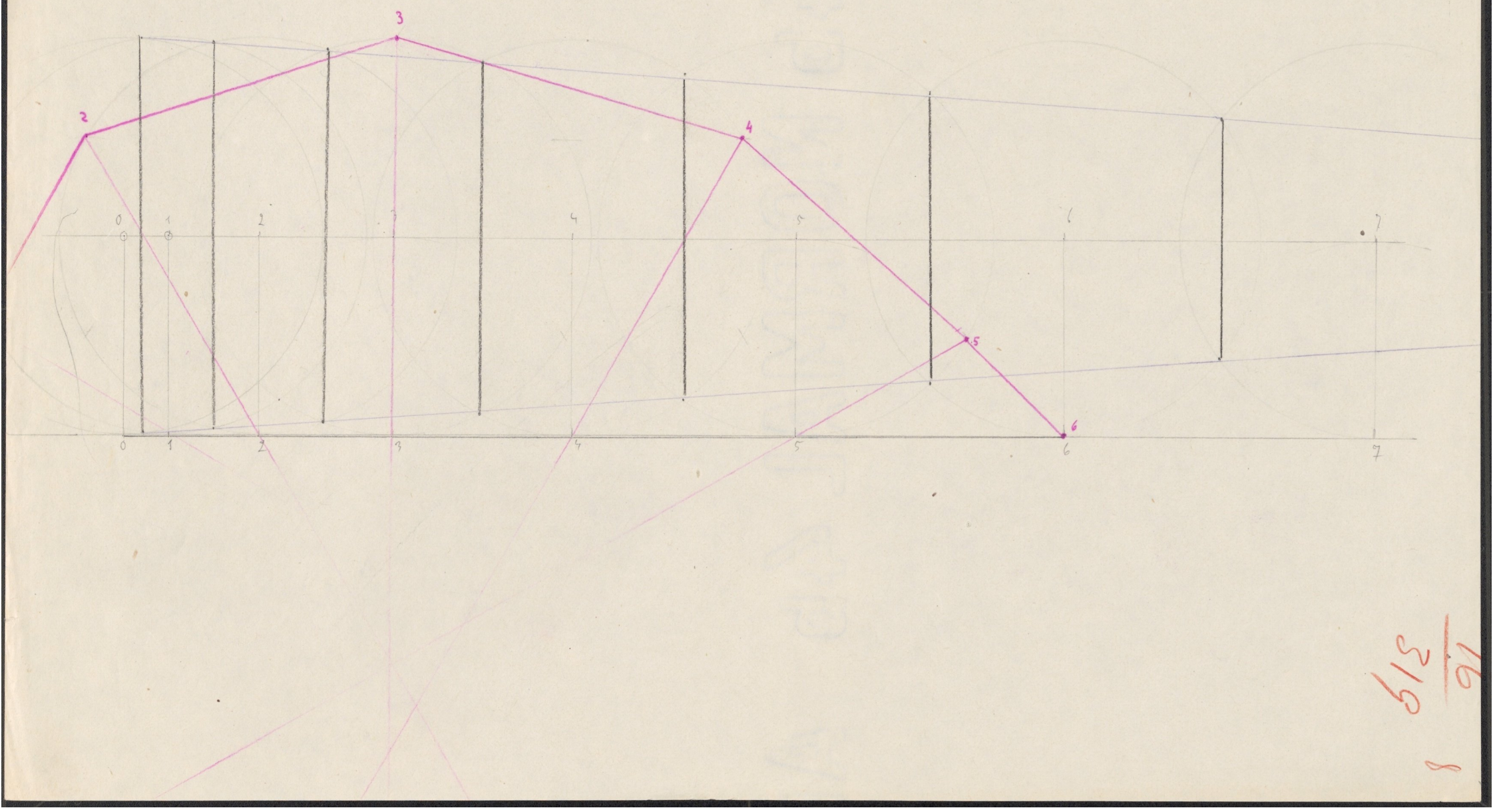
die gedehnte Cykloide vermittelt zwischen gerader und zwischen normaler Cykloide; wenn das Rad im Rad halben radius des Rades aufweist, vermittelt sie harmonisch: wenn das Rädchen nahe am Centrums Punkt[1] ist nähert sie sich mehr der Geraden, wenn es nach dem Rad zu wächst, nähert sie sich der normalen Cykloide.

1, entspricht die Grösse der Rollenden Kreise den Bewegungs Abständen von A_0 über a, a_2 a_3 etc nach A_{12}, so entsteht die reguläre Cykloide
2, ist er zu gross, so entsteht die verschlungene Cykloide
3, ist er zu klein, " " " gedehnte "

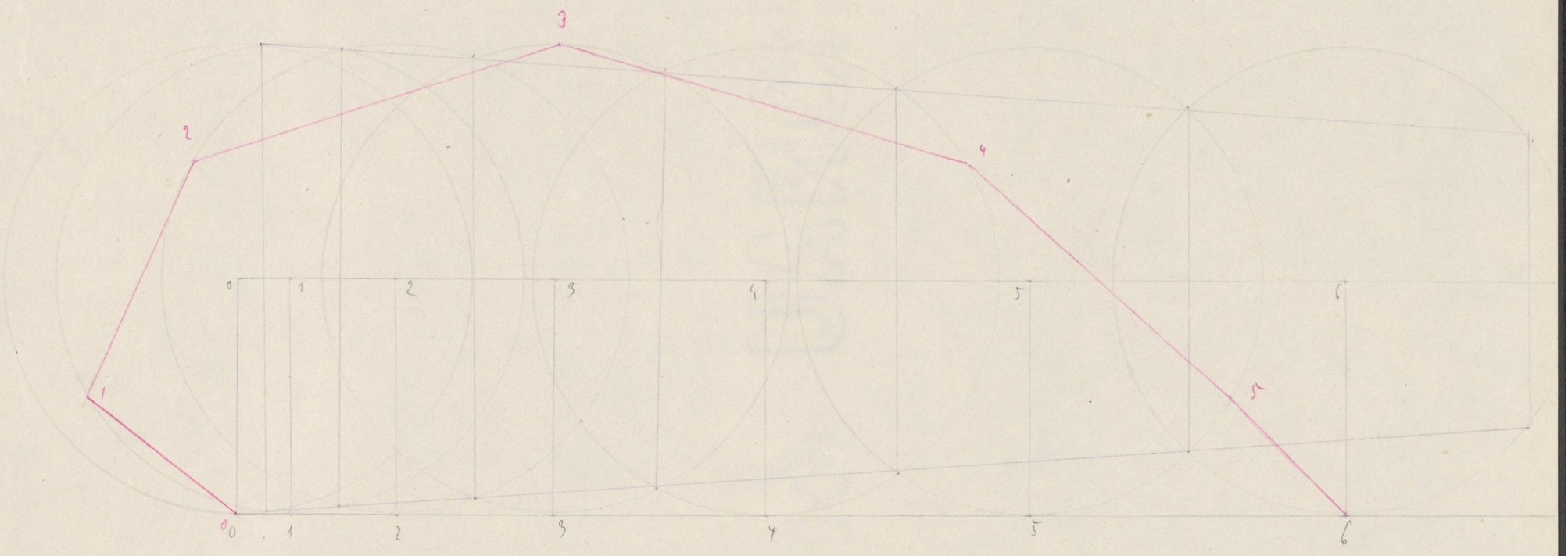
ad 1, die abgesteckten Kreisteile sind als Maasse für die Teilung der Geraden a zu nehmen

[1] Punkt ∈

progressive Cykloide



progressive Cykloide

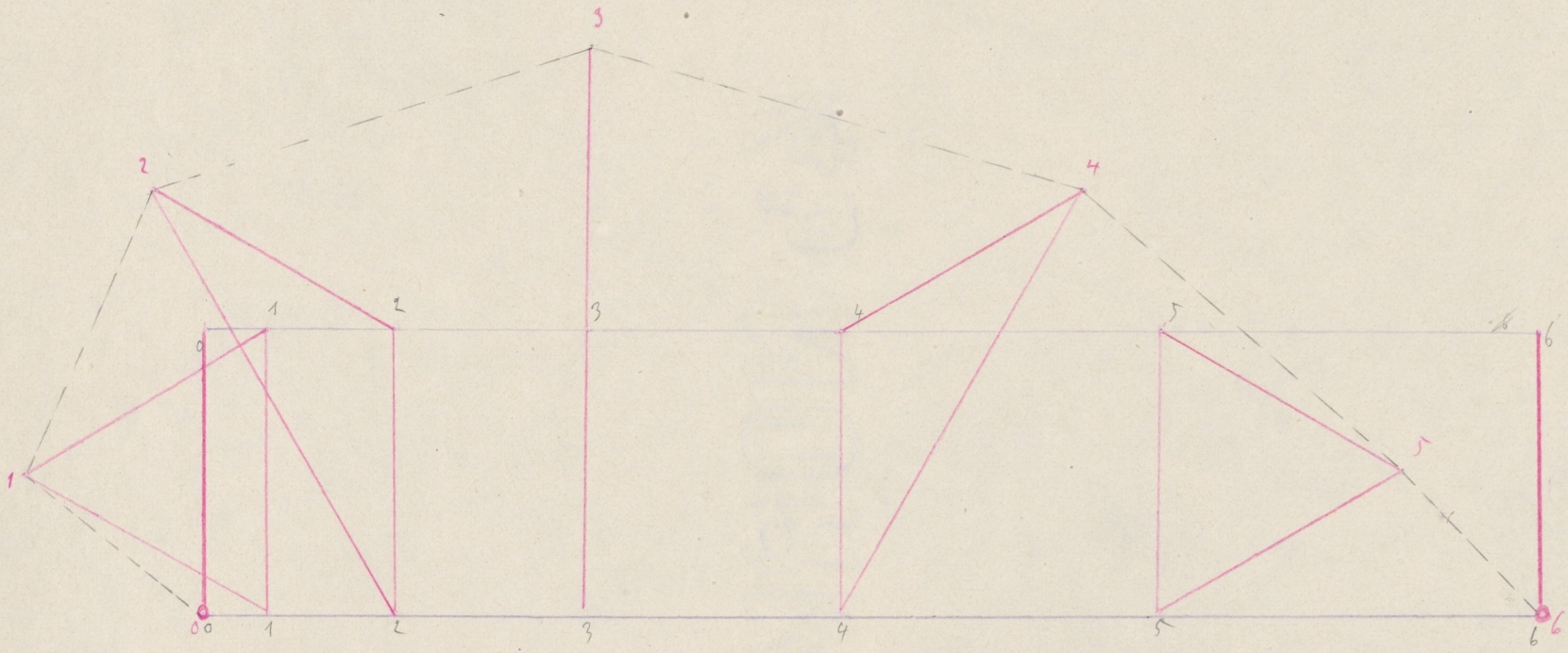


Progressive Cykloide

		von-nach	von-nach	von-nach			
	von-nach	von-nach	von-nach				
Progression	0	1	2	3	4	5	6
Distanz	1	2	3	4	5	6	

16
320

9



nach denksames über die progressive Cykloide

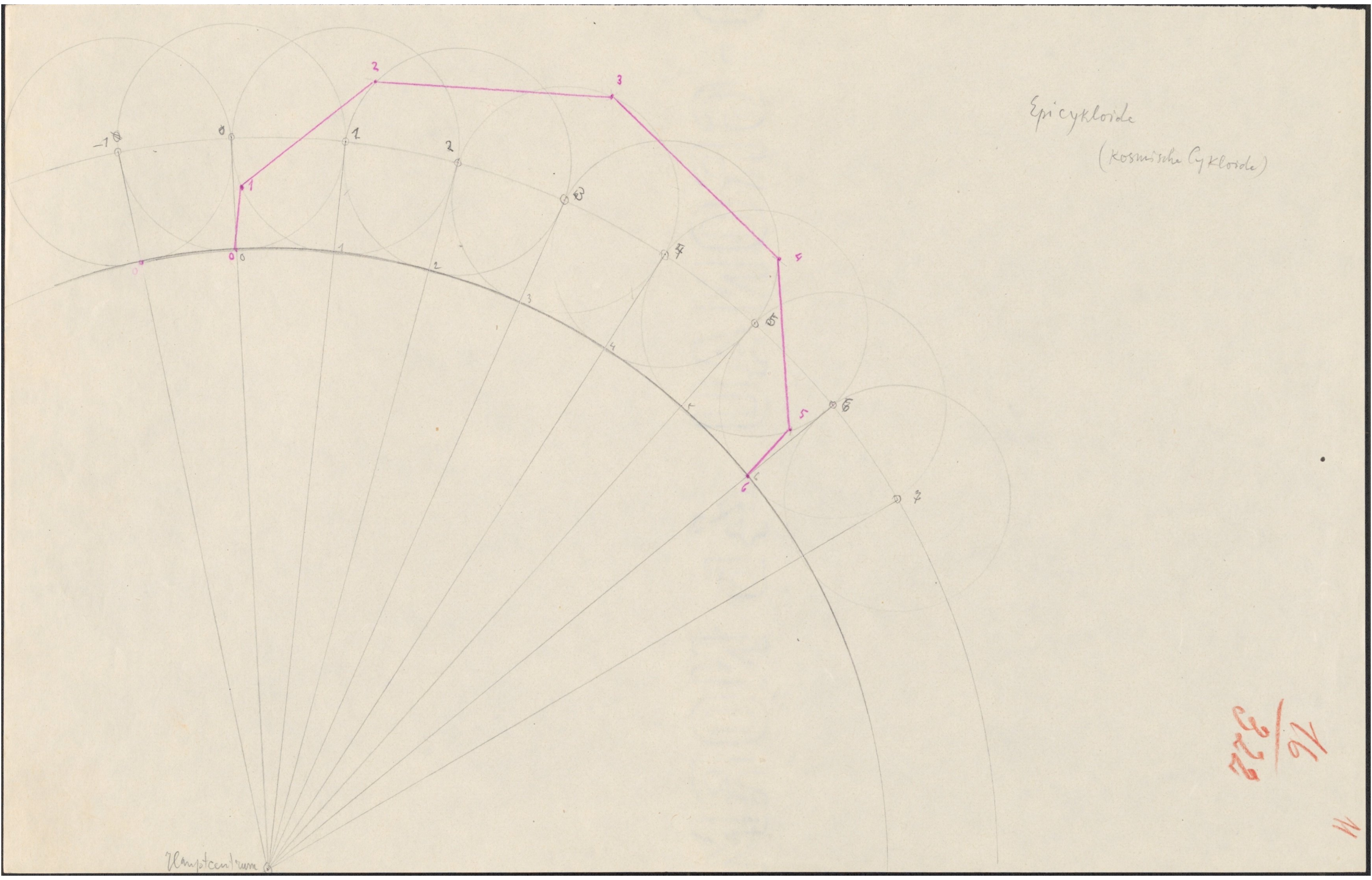
(meist dreieckige verbindung von zusaûengehörigem Central=, Fuss=, und Curvenpunkt)

16/3211

nachdenksames über die progressive Cykloide

(meist dreieckige Verbindung von zusaûengehörigem Central=, Fuss=, und Curvenpunkt)

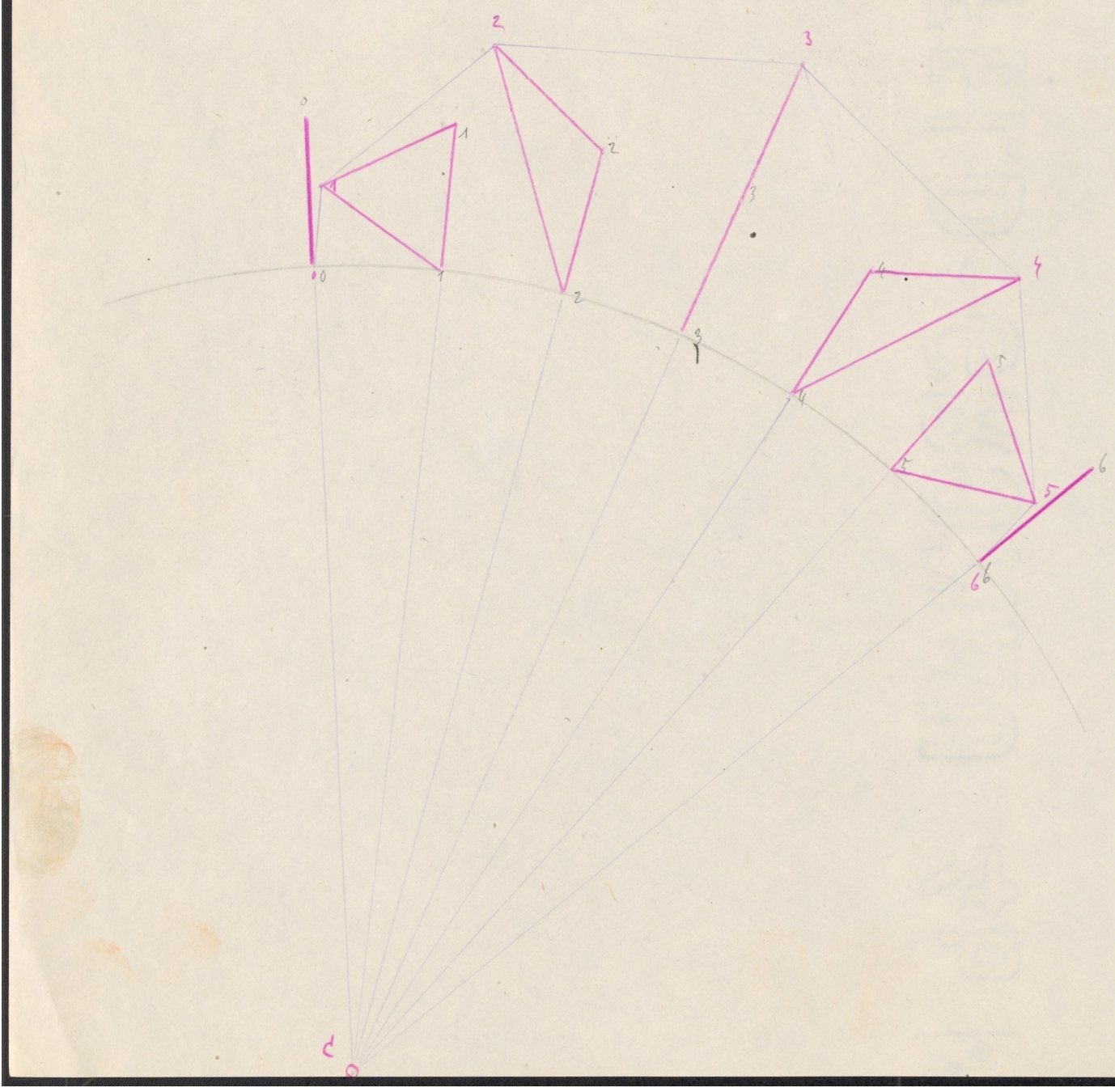
Paul Klee, II.16 Kegelschnitte, BG II.16/363



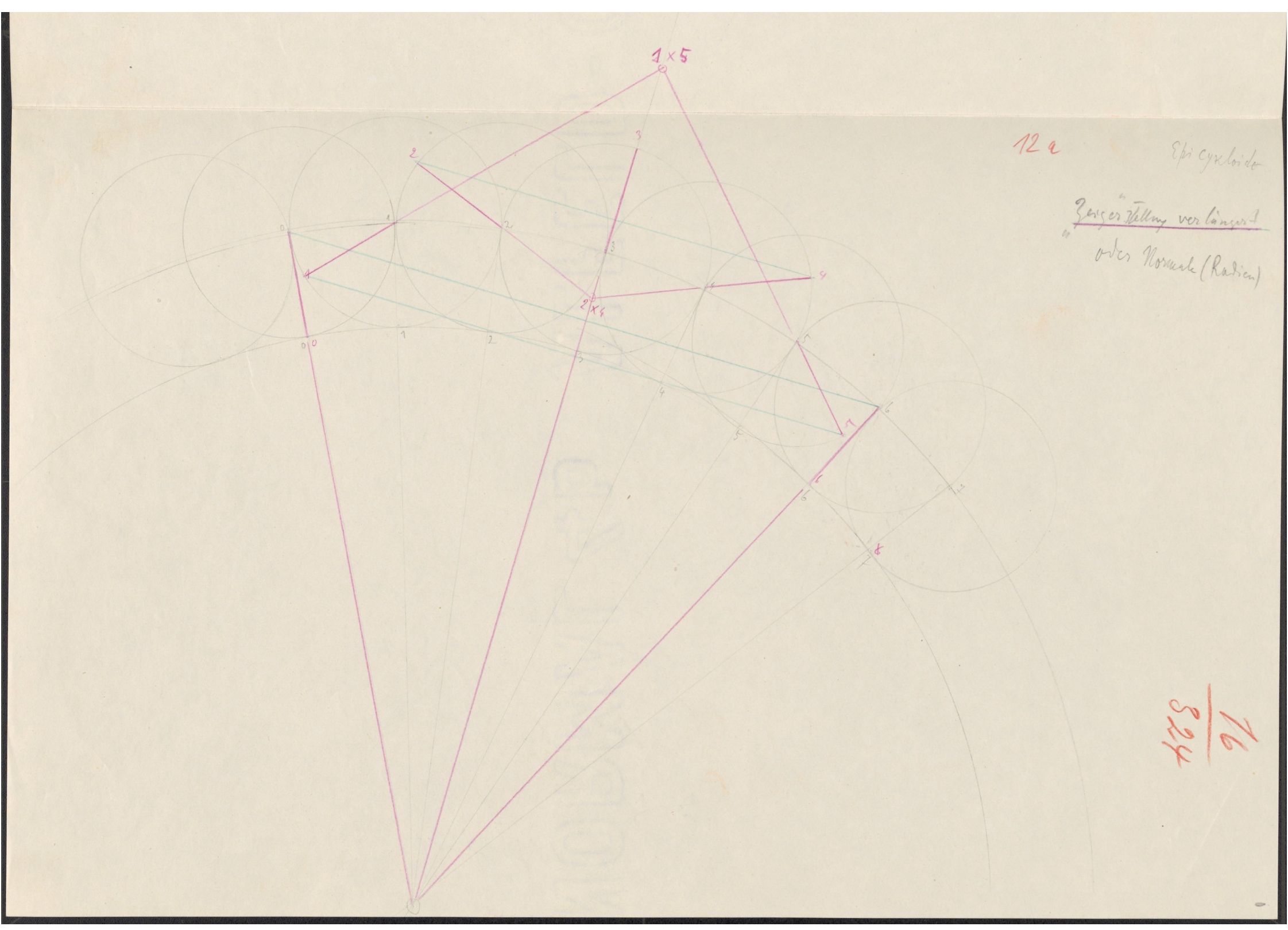
Epicykloide

(Kosmische Cykloide)

Paul Klee, II.16 Kegelschnitte, BG II.16/364

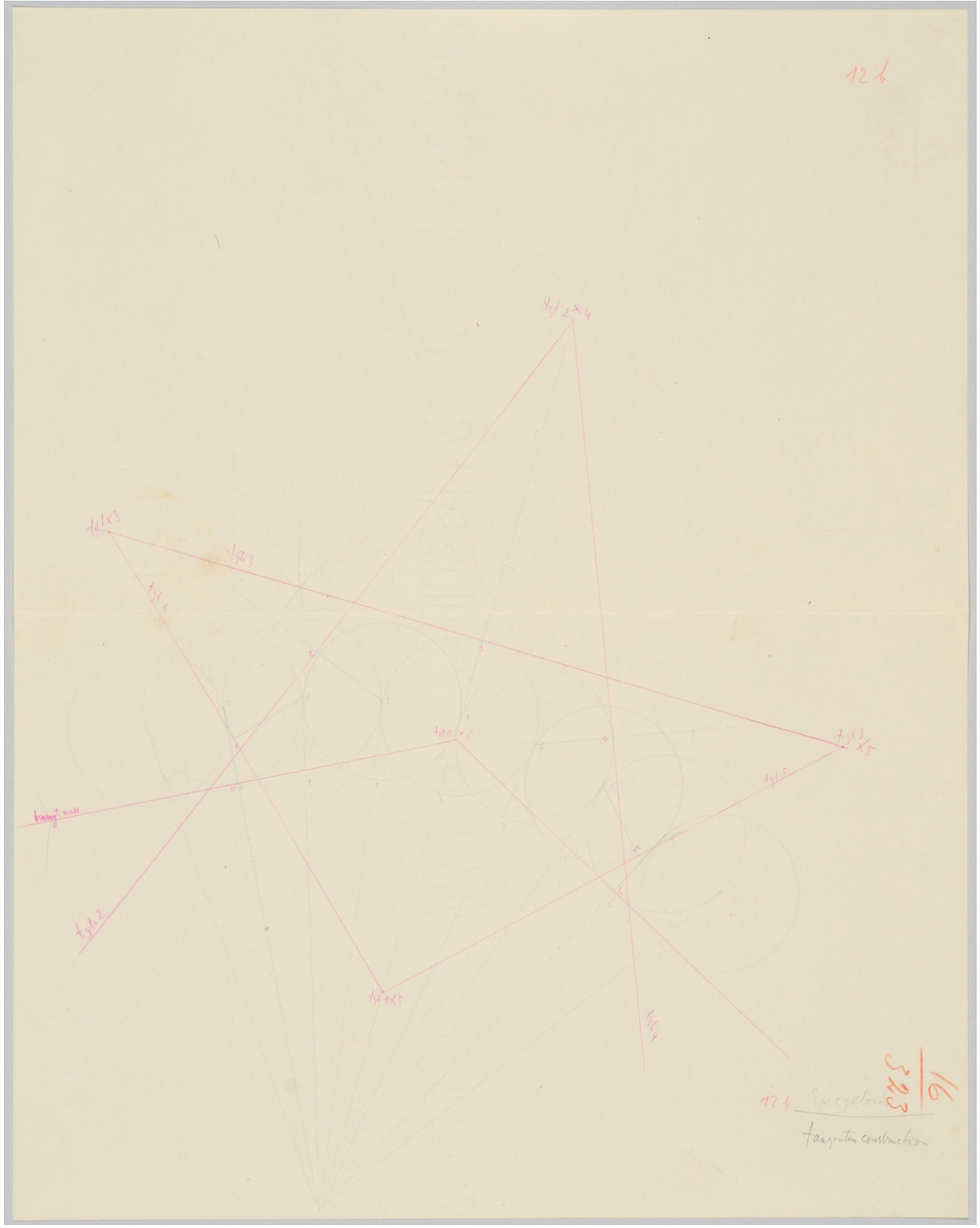


Weiterung auf Grund
der „regulären“ Epicykloide

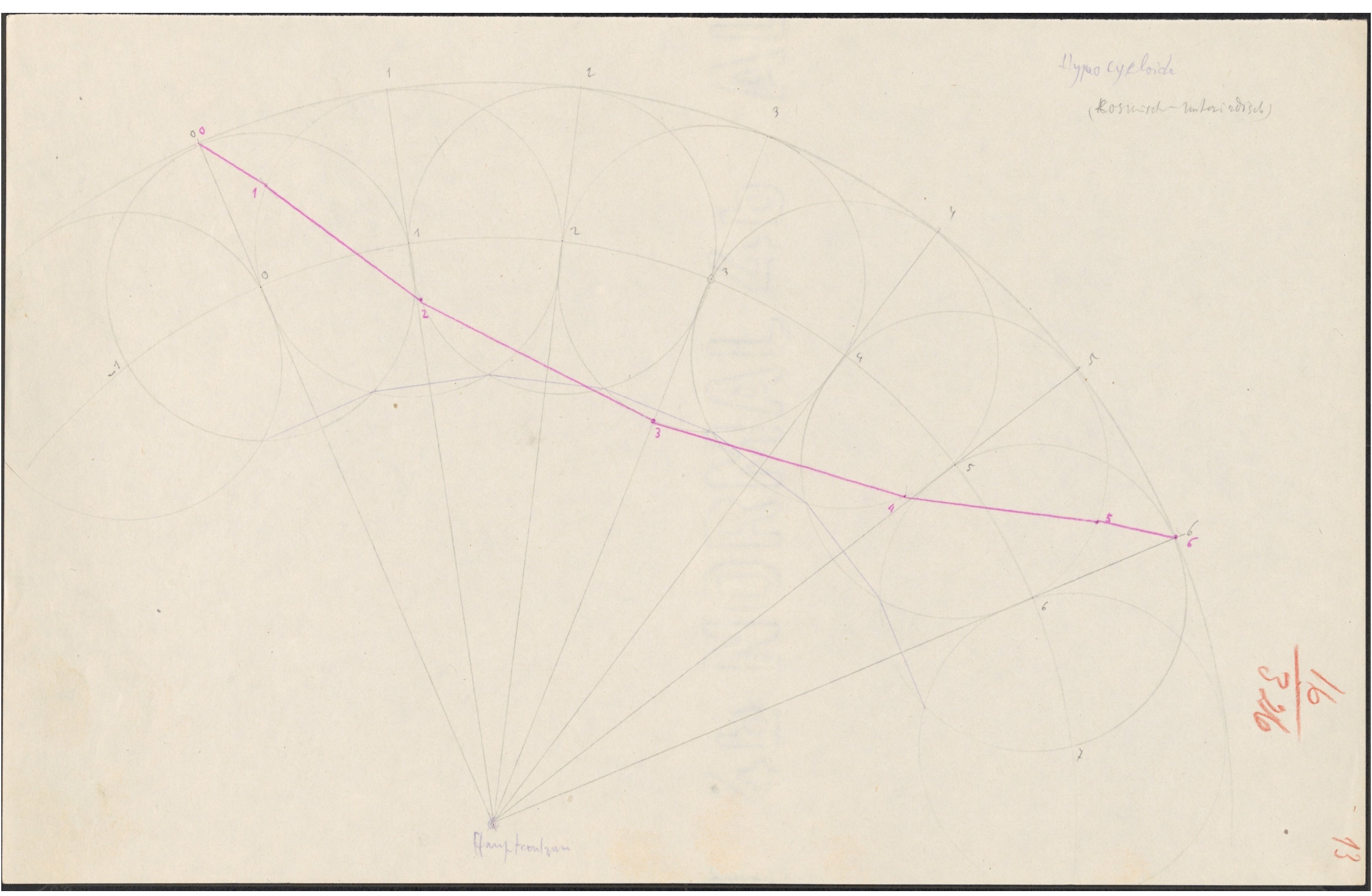


12a Epicykoide

„Zeiger"stellung verlängert
oder Normale (Radien)

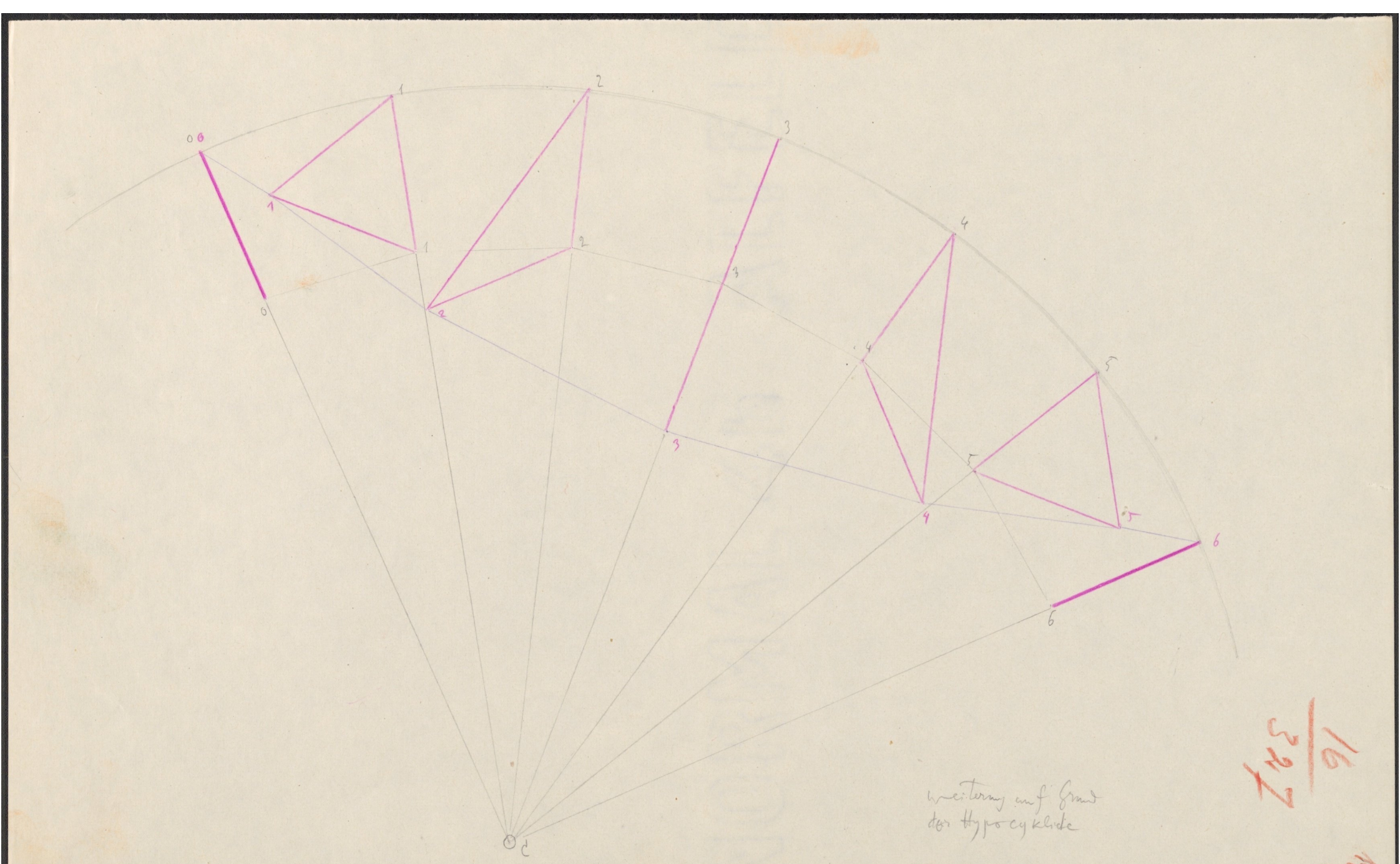


12b Epicykloide
tangentenconstruction

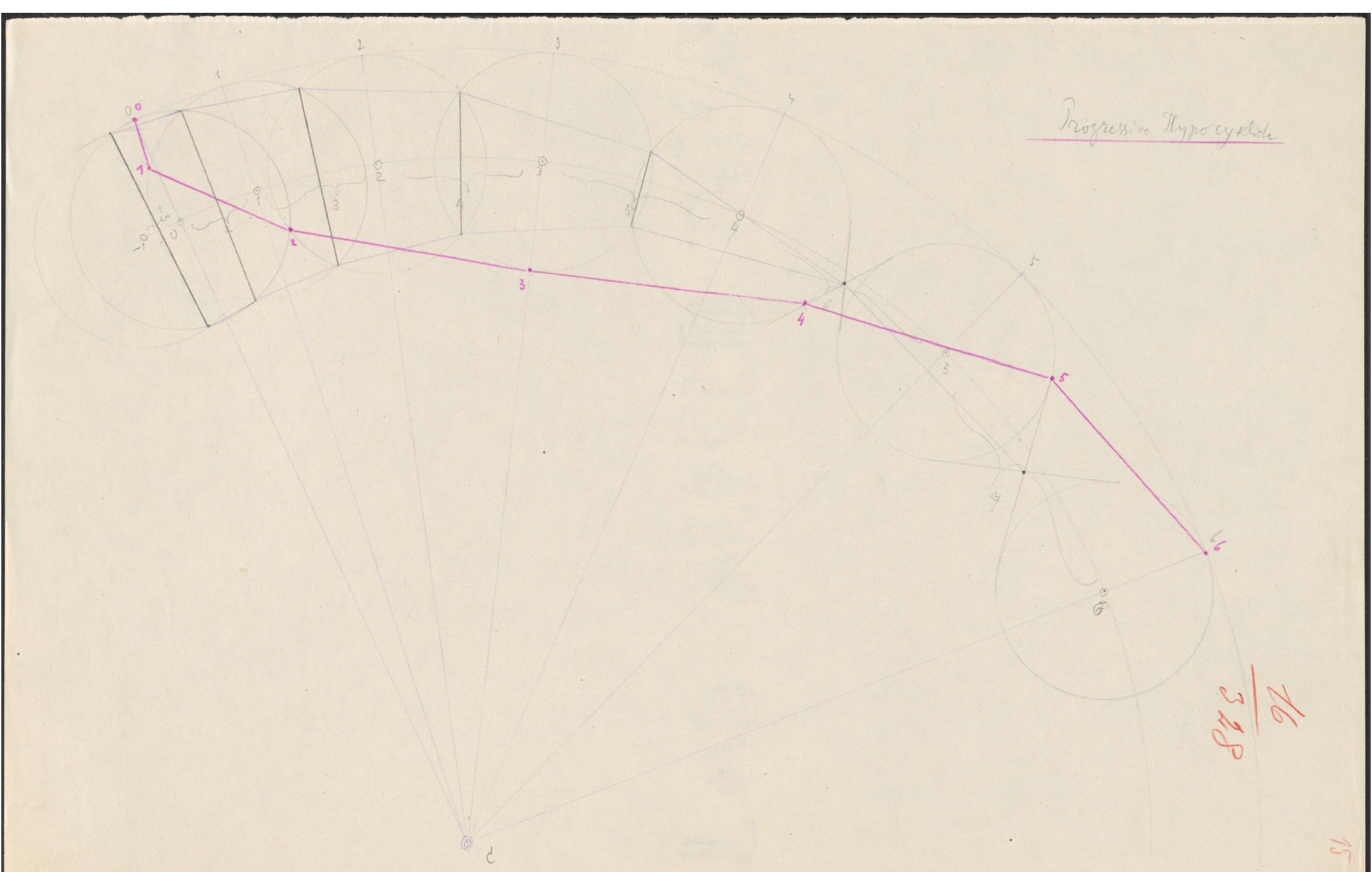


Hypocykloide
(kosmisch-unterirdisch)

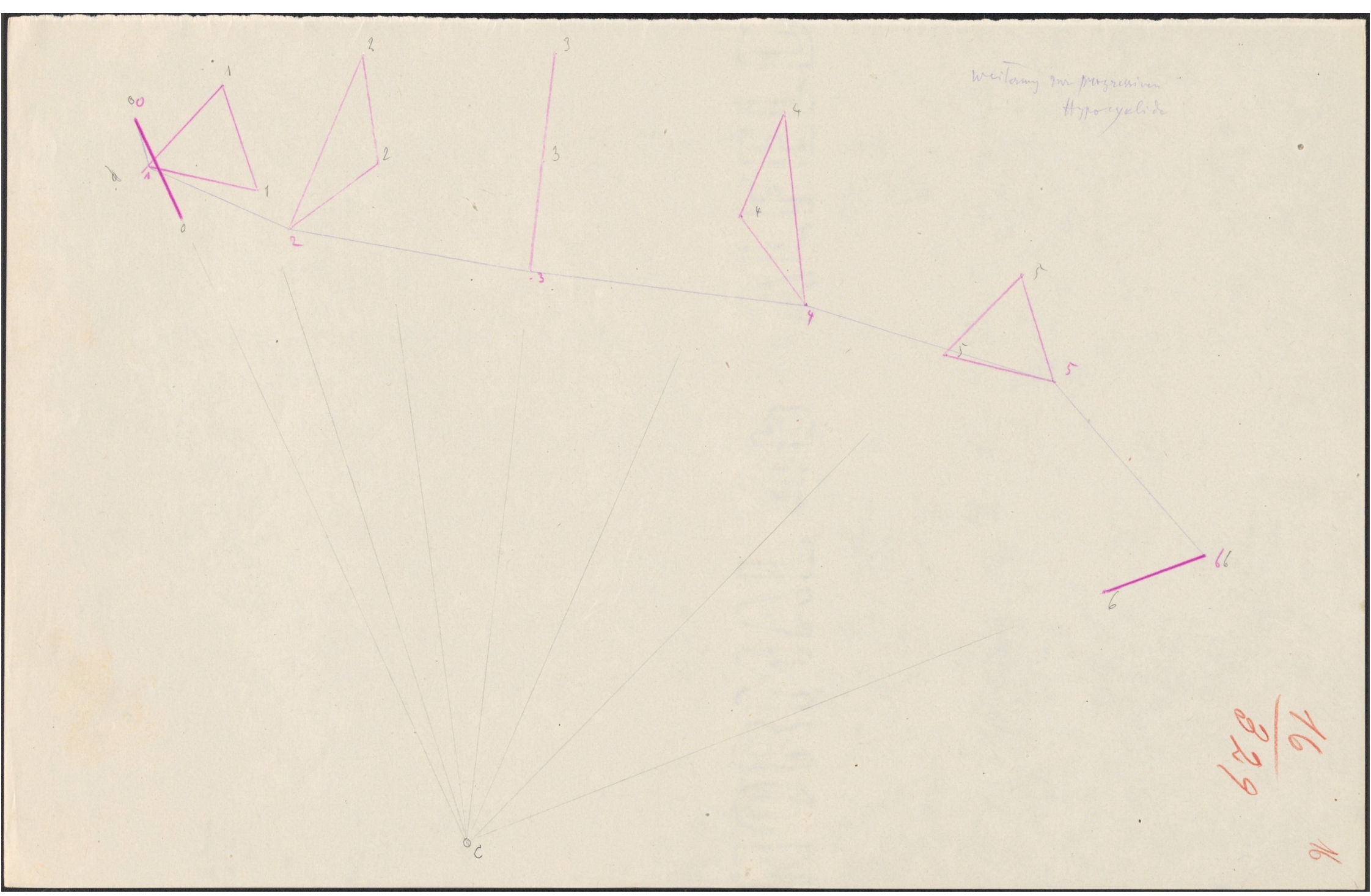
Paul Klee, II.16 Kegelschnitte, BG II.16/368



Weiterung auf Grund
der Hypocykloide



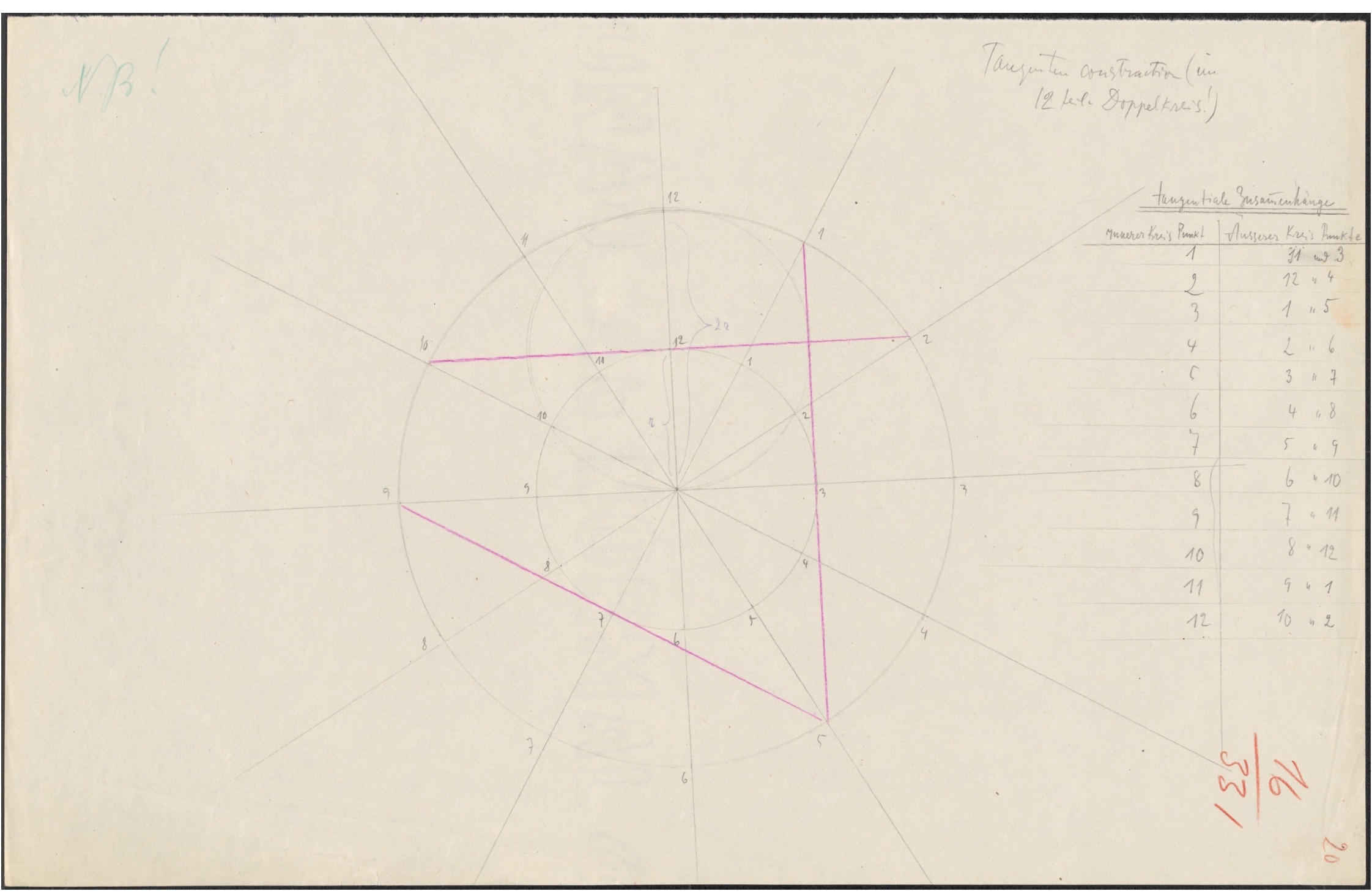
Progressive Hypocykloide



Weiterung zur progressiven
Hypocykloide

NB!

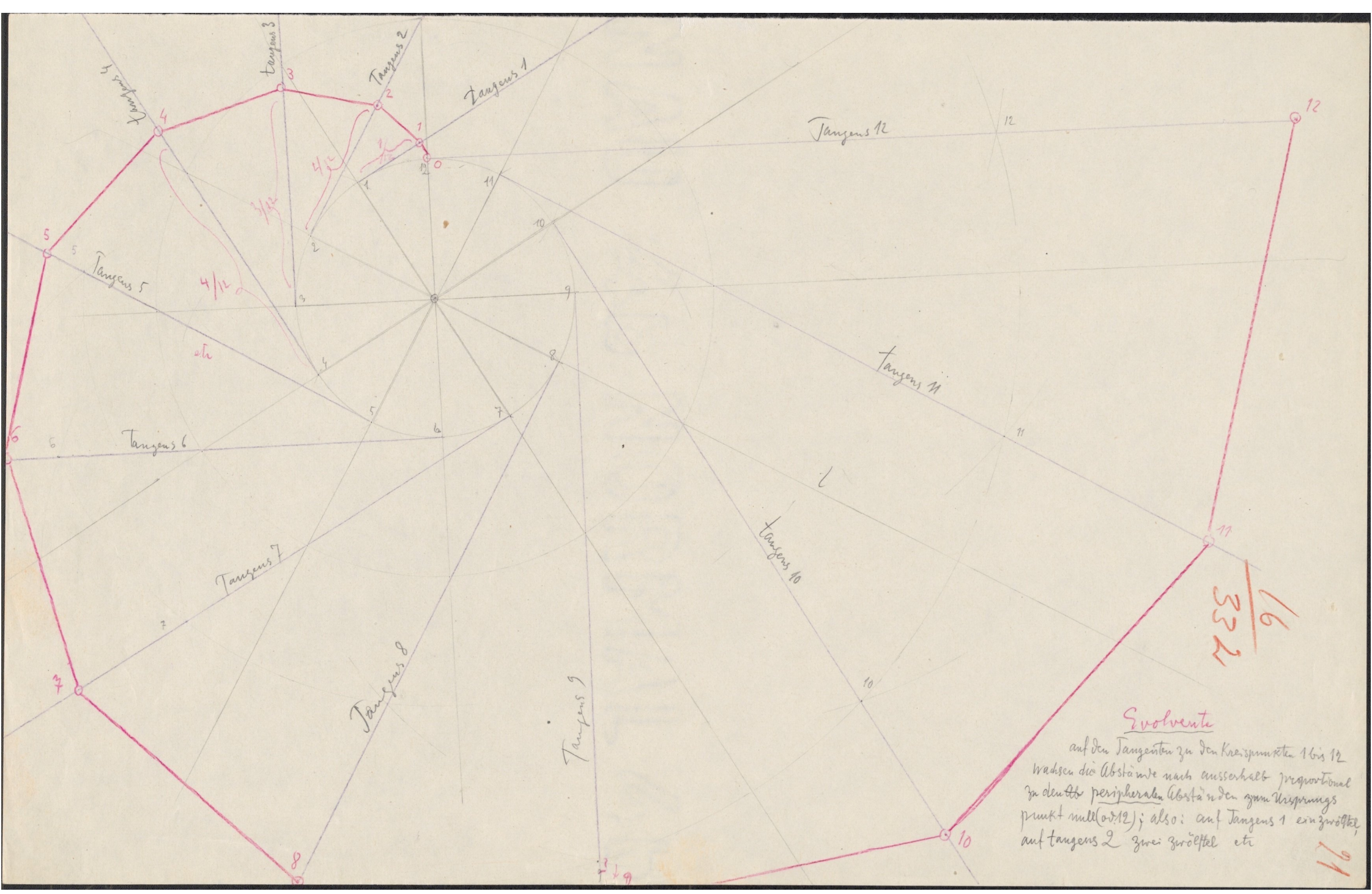
Tangentenconstruction (im
12teil. Doppelkreis!)



tangentiale Zusammenhänge

Innerer Kreis Punkt	Äusserer Kreis Punkte
1	11 u. 3
2	12 u. 4
3	1 u. 5
4	2 u. 6
5	3 u. 7
6	4 u. 8
7	5 u. 9
8	6 u. 10
9	7 u. 11
10	8 u. 12
11	9 u. 1
12	10 u. 2

Paul Klee, II.16 Kegelschnitte, BG II.16/372



Tangens 3 Tangens 2

tangens 4 Tangens 1

Tangens 12

Tangens 5

Tangens 11

Tangens 6

tangens 10

Tangens 7

Tangens 8

Evolvente

auf den Tangenten zu den Kreispunkten 1 bis 12
wachsen die Abstände nach ausserhalb proportional
zu den[1] peripheralen Abständen zum Ursprungs
punkt null (od.12); also: auf Tangens 1 ein Zwölftel,
auf tangens 2 zwei Zwölftel etc

Tangens 9

[1] den ~~Ab~~

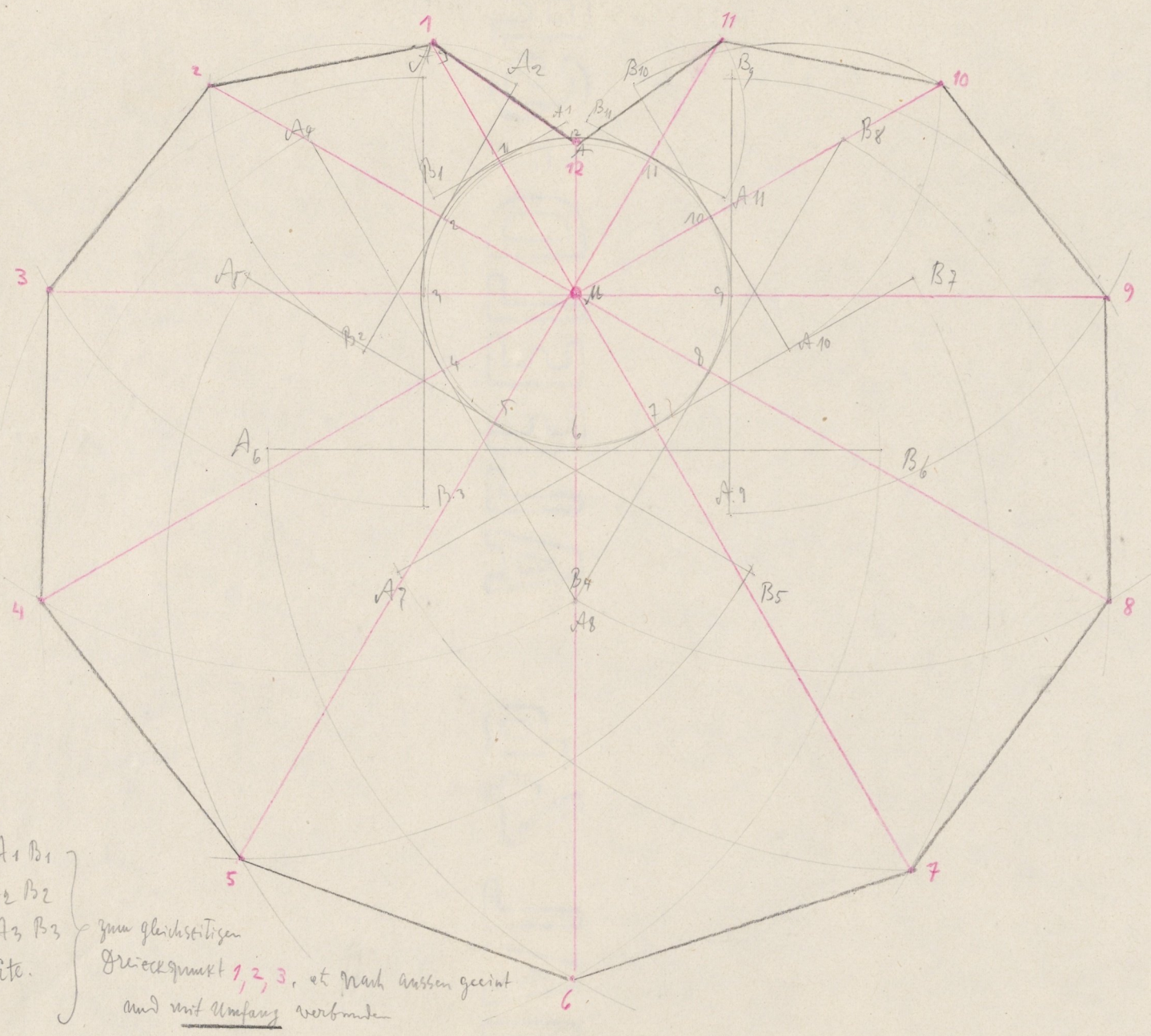


fig. 97

Die Evolventen Punkte A_1 B_1
A_2 B_2
A_3 B_3
etc.

zum gleichseitigen Dreieckspunkt 1, 2, 3, et nach aussen geeint und mit Umfang verbunden

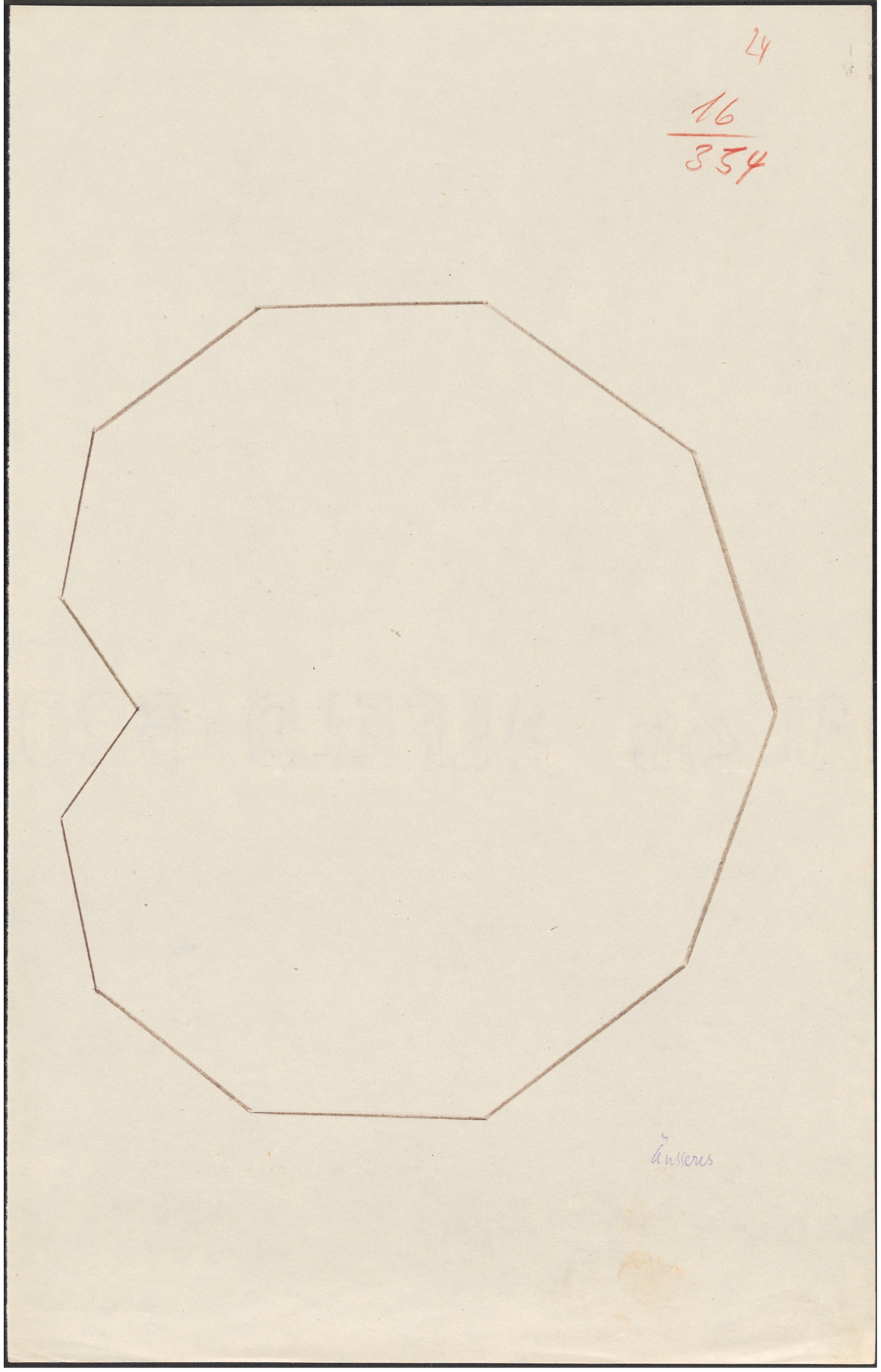
23

fig. 97

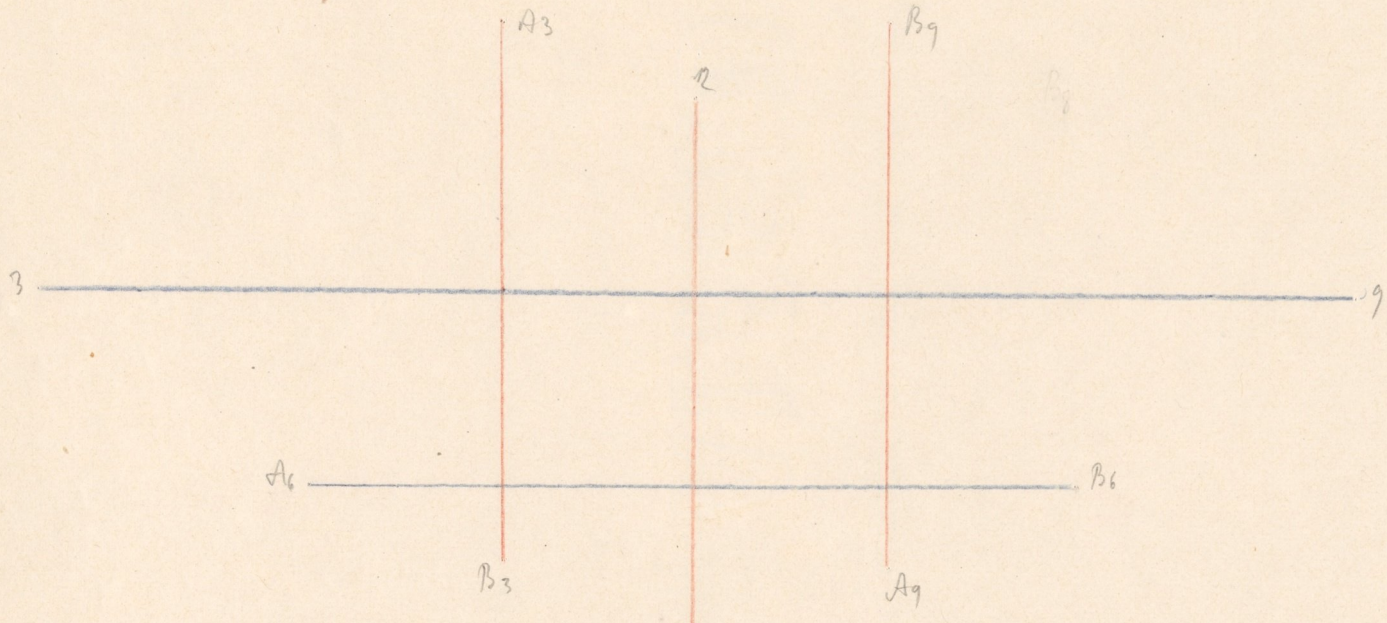
Die Evolventen Punkte A_1 B_1
A_2 B_2
A_3 B_3
etc.

zum gleichseitigen Dreieckspunkt 1, 2, 3, etc nach aussen geeint und mit Umfang verbunden

23

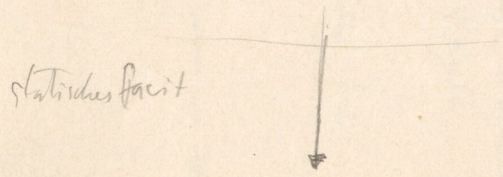


Äusseres



Inneres

fig. 98
zu fig. 97 die statischen primären und secundären



376/91

Inneres

fig. 98
zu fig. 97 die statischen primären und secundären

statisches facit

Paul Klee, II.16 Kegelschnitte, BG II.16/376

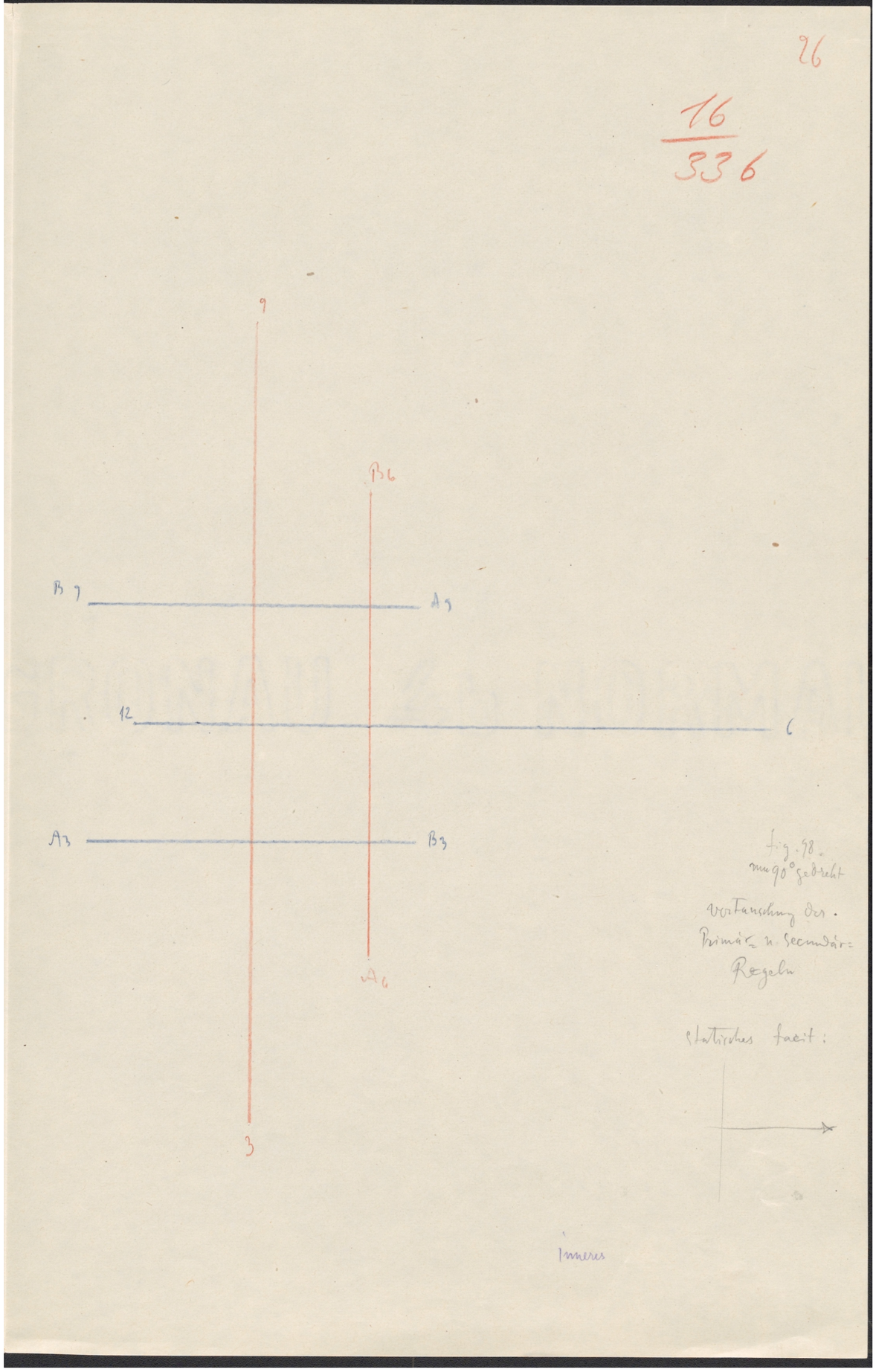
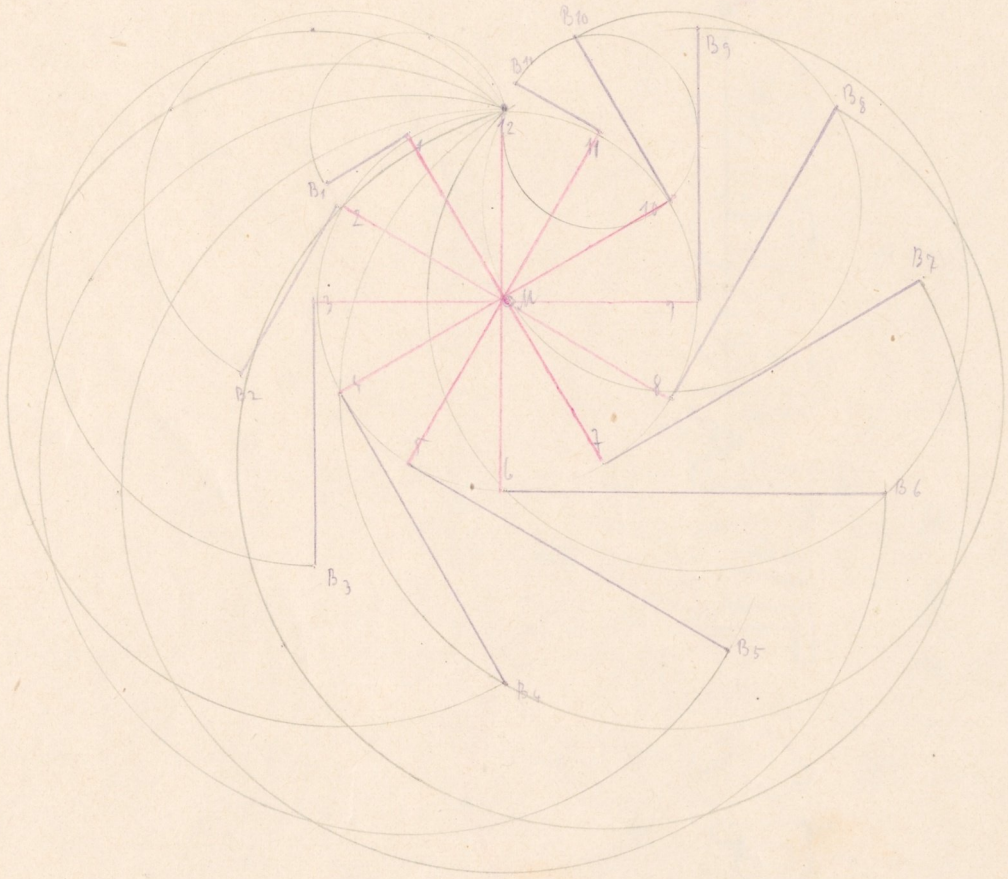


fig. 98
um 90° gedreht

Vertauschung der
Primär- u secundär-
Regeln

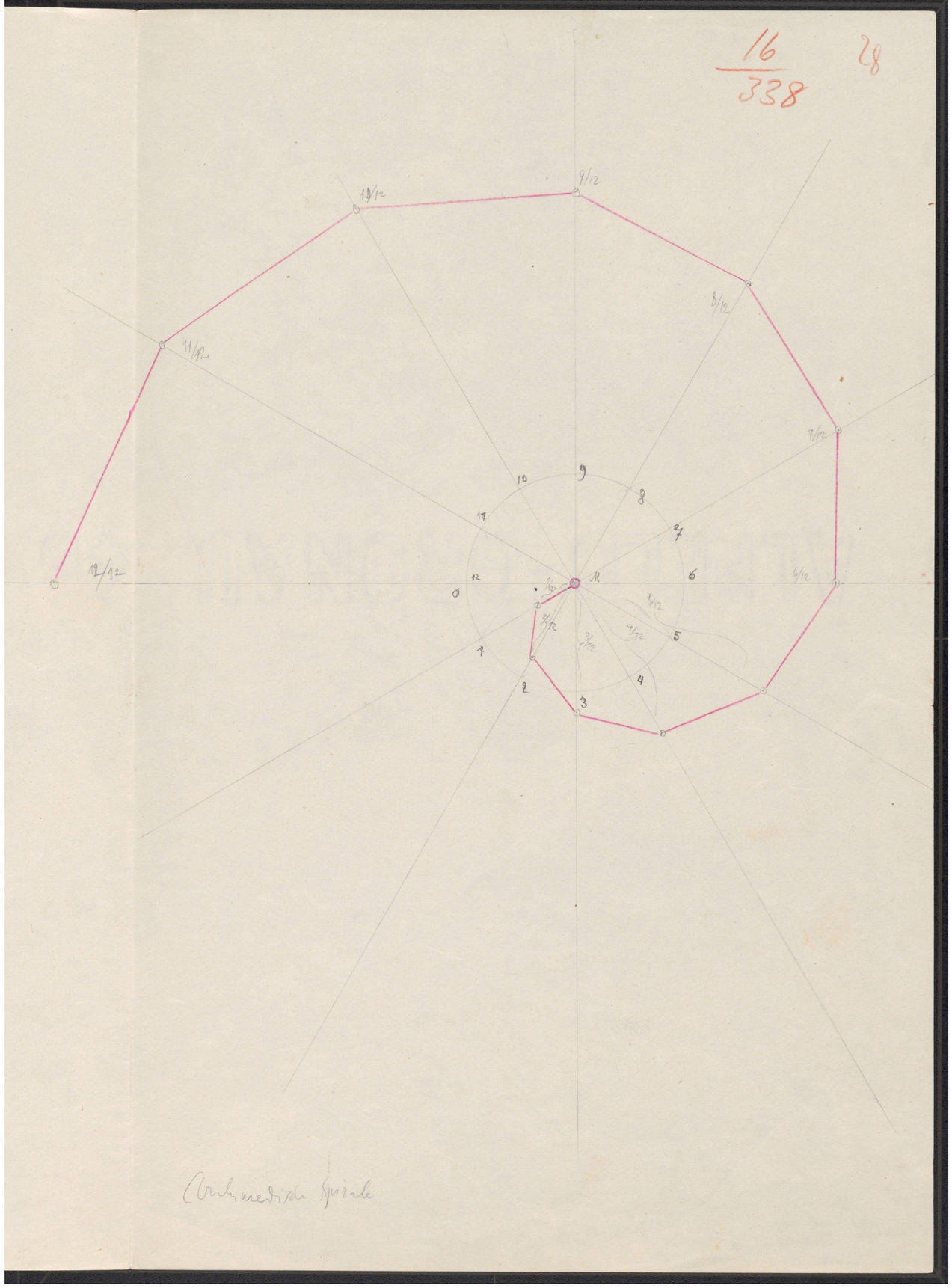
statisches facit:

inneres

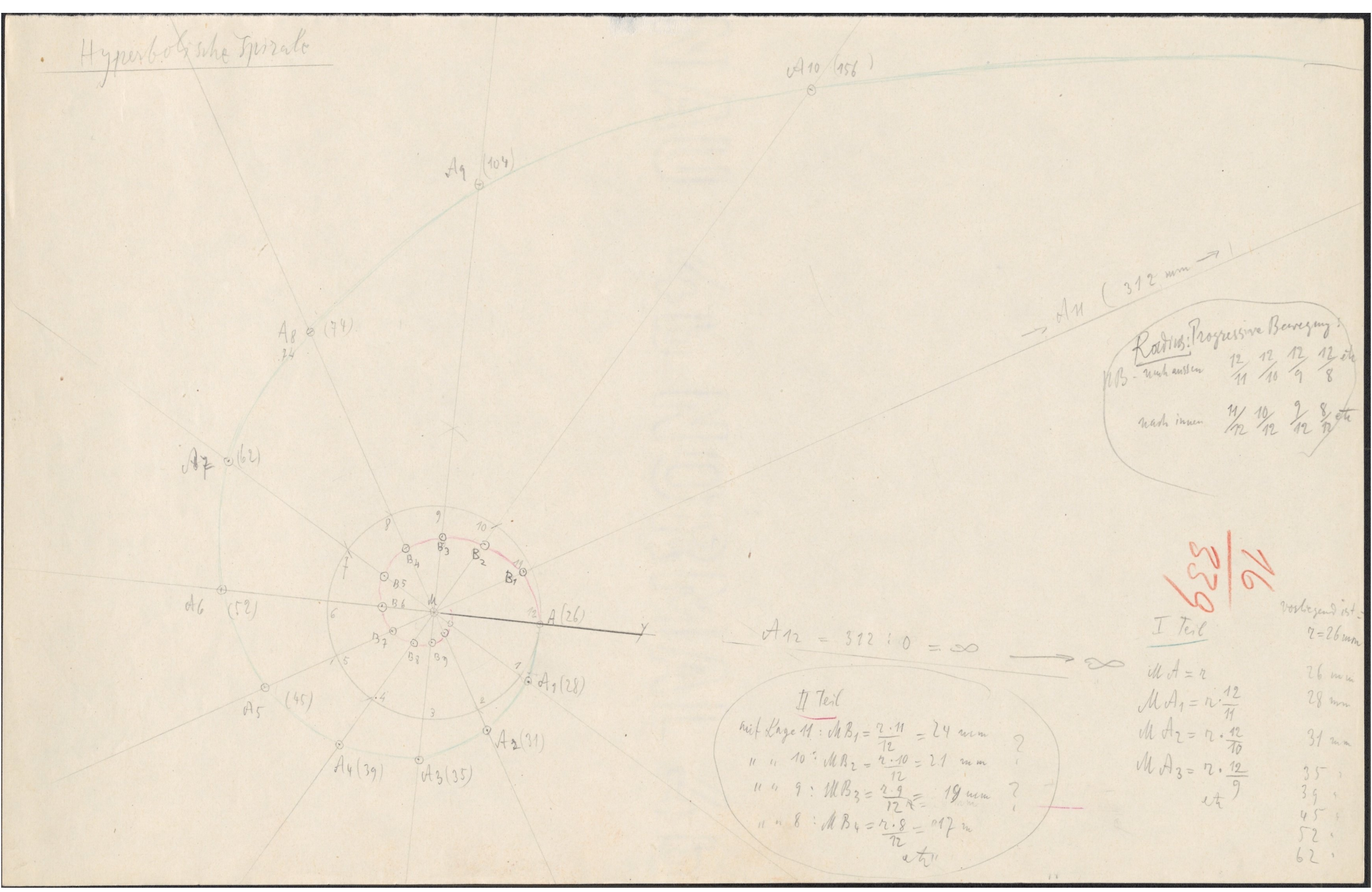


(evolvent) Tangente als Rotationseffect und als Zu- und Abnahme

(evolvent) Tangente als Rotationseffect und als Zu- und Abnahme



Conchimedische Spirale



Hyperbolische Spirale

Radius: Progressive Bewegung:
NB: nach aussen

nach innen

vorliegend ist:

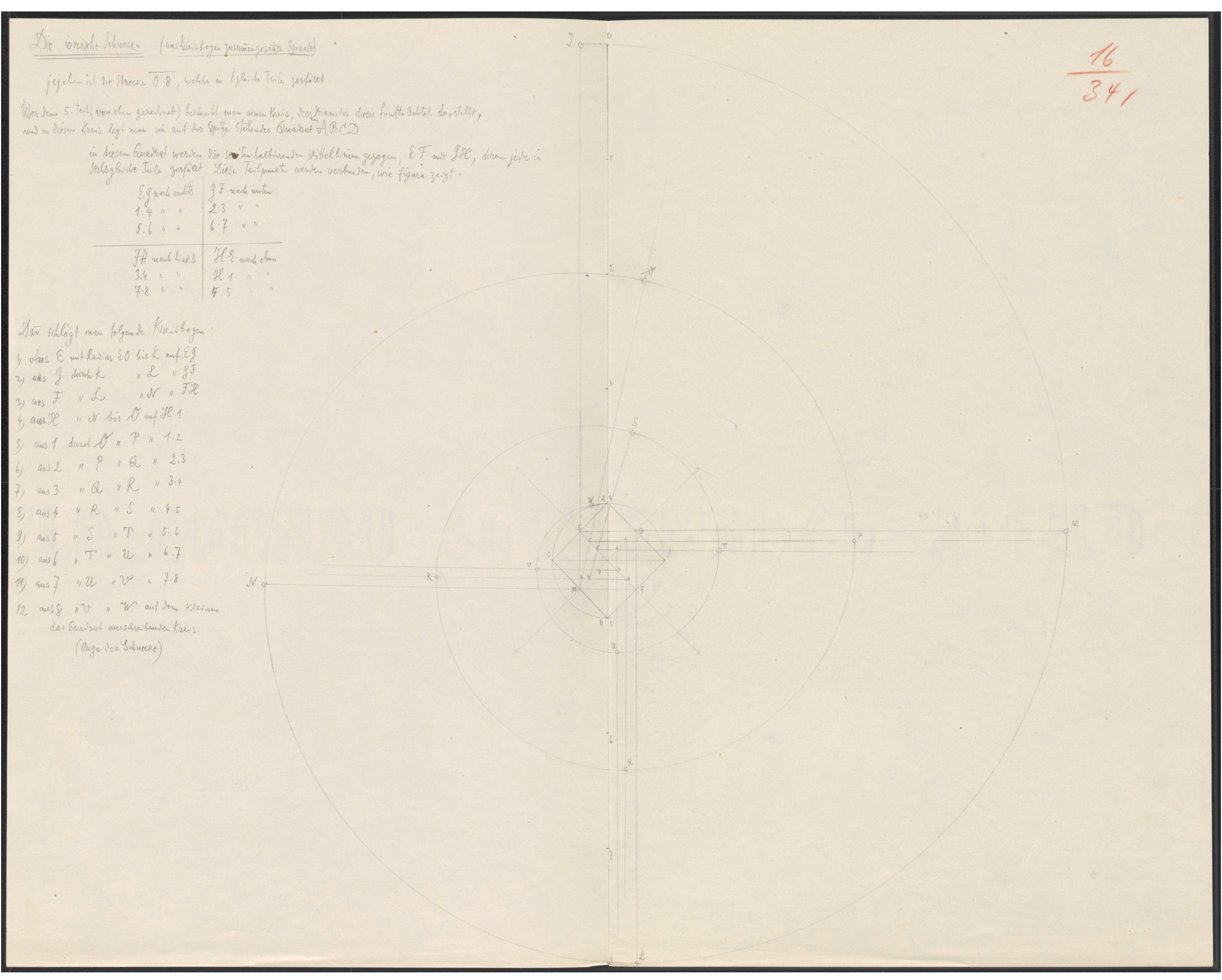
I Teil r = 26 mm

II Teil
mit Lage 11

Cap. Evolvente und Spirale
ionische Schnecke

16
340

Cap. Evolvente und Spirale
ionische Schnecke



Die ionische Schnecke (aus Kreisbogen zusammengesetzte Spirale)

gegeben ist die Strecke $\overline{0\ 8}$, welche in 8 gleiche Teile zerfällt.

Über dem 5. Teil (von oben gerechnet) beschreibt man einen Kreis, dessen Diameter dieses fünfte Achtel darstellt, und in diesem Kreis legt man ein auf der Spitze stehendes Quadrat ABCD

in diesem Quadrat werden die Seitenhalbierenden Mittellinien gezogen, EF und GH, deren jede in sechs gleiche Teile zerfällt. Diese Teilpunkte werden verbunden, wie figura zeigt.

EG nach rechts	GF nach unten
1.4 " "	2.3 " "
5.6 " "	6.7 " "
FH nach links	HE nach oben
3.4 " "	H1 " "
7.8 " "	4.5 " "

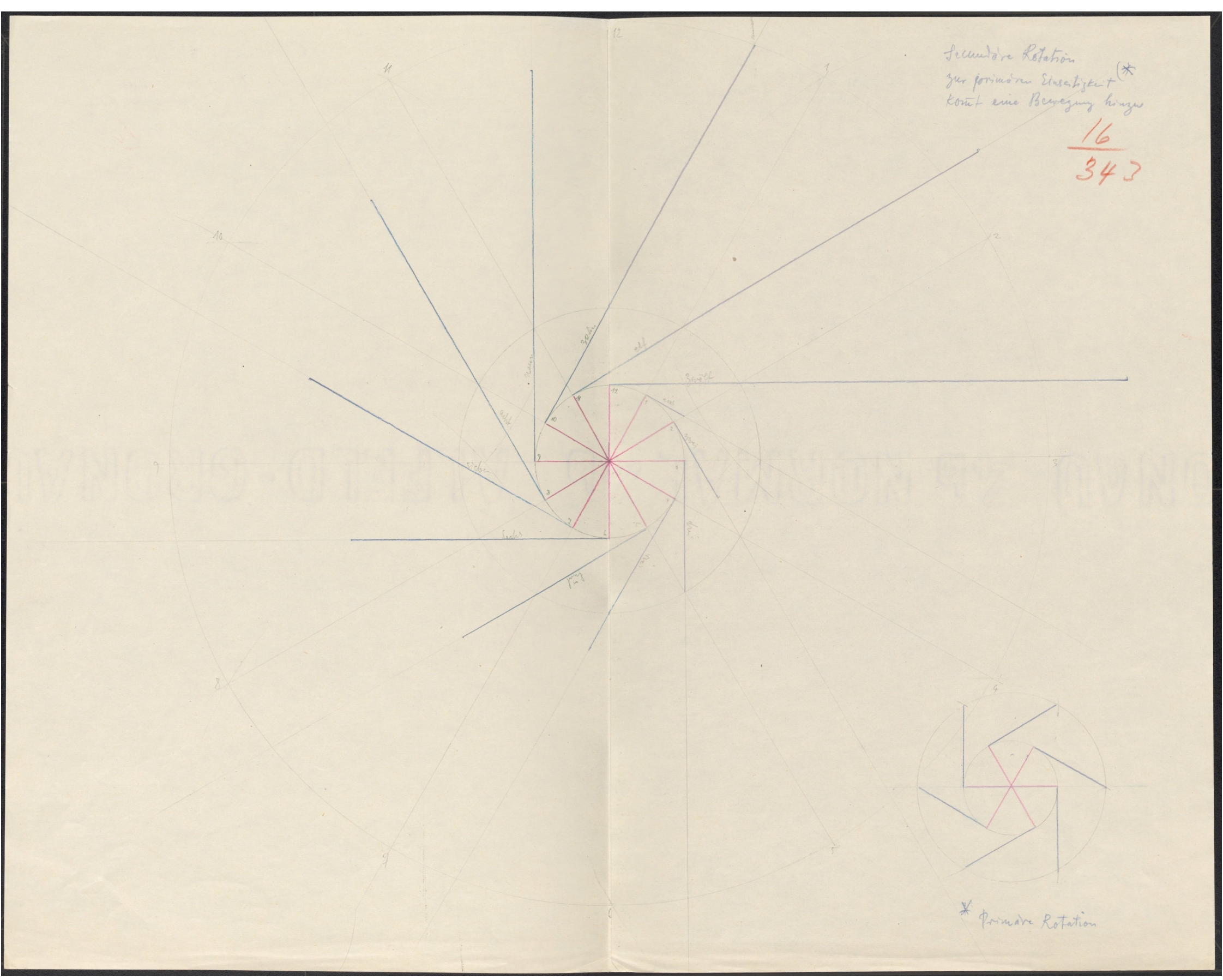
Dann schlägt man folgende Kreisbogen:

1, Aus E mit Radius E0 bis K auf EG
2, aus G durch K " L " GF
3, aus F " L " N " FH
4, aus H " N bis O auf H1
5, aus 1 durch O " P " 1.2
6, aus 2 " P " Q " 2.3
7, aus 3 " Q " R " 3.4
8, aus 4 " R " S " 4.5
9, aus 5 " S " T " 5.6
10, aus 6 " T " U " 6.7
11, aus 7 " U " V " 7.8
12, aus 8 " V " W auf dem kleinen
das Quadrat umschreibenden Kreis:
(Auge der Schnecke)

PN 15

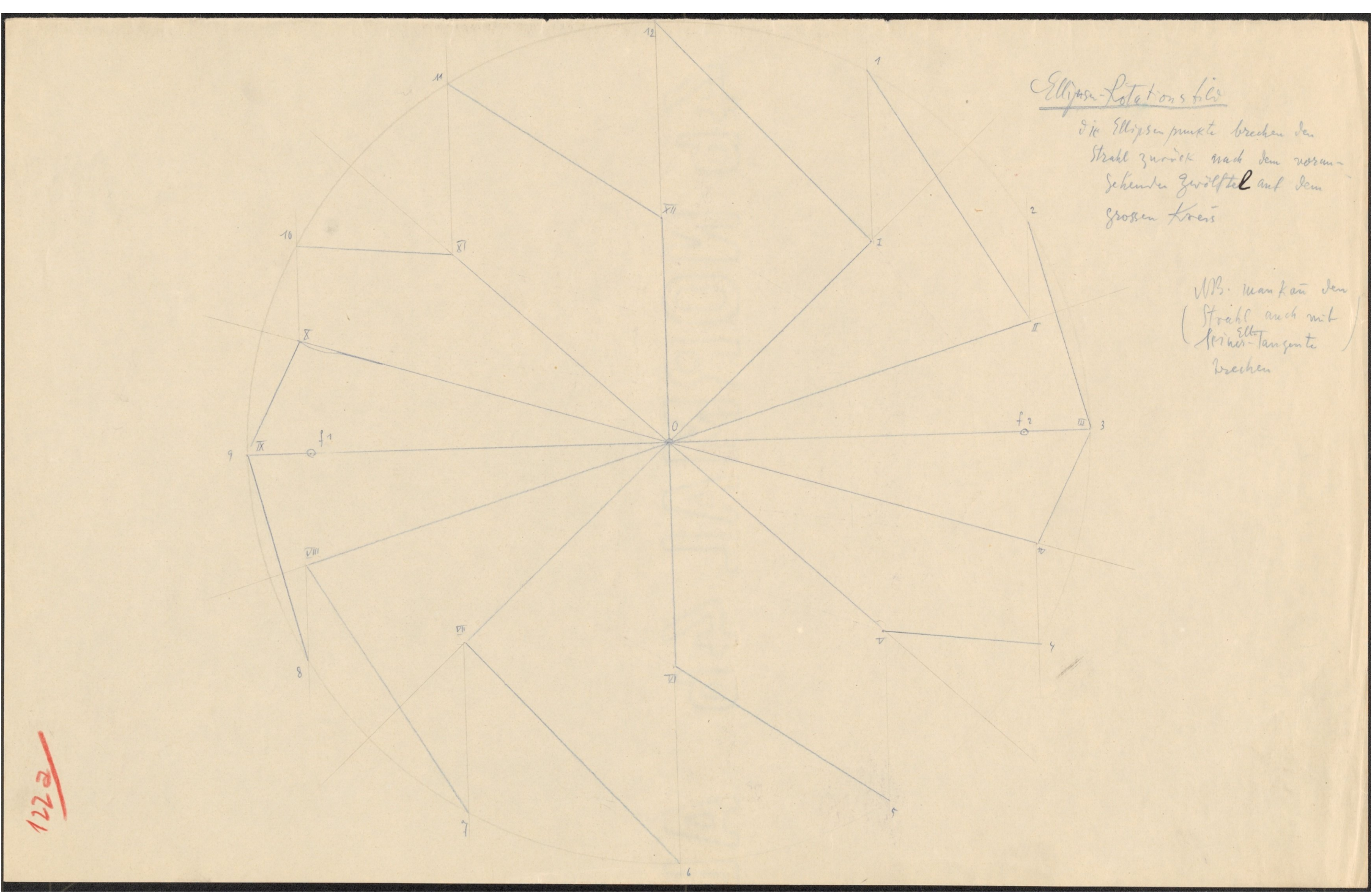
Secundäre Rotation 16/342

Secundäre Rotation



Secundäre Rotation
zur primären Einseitigkeit (*
kommt eine Bewegung hinzu

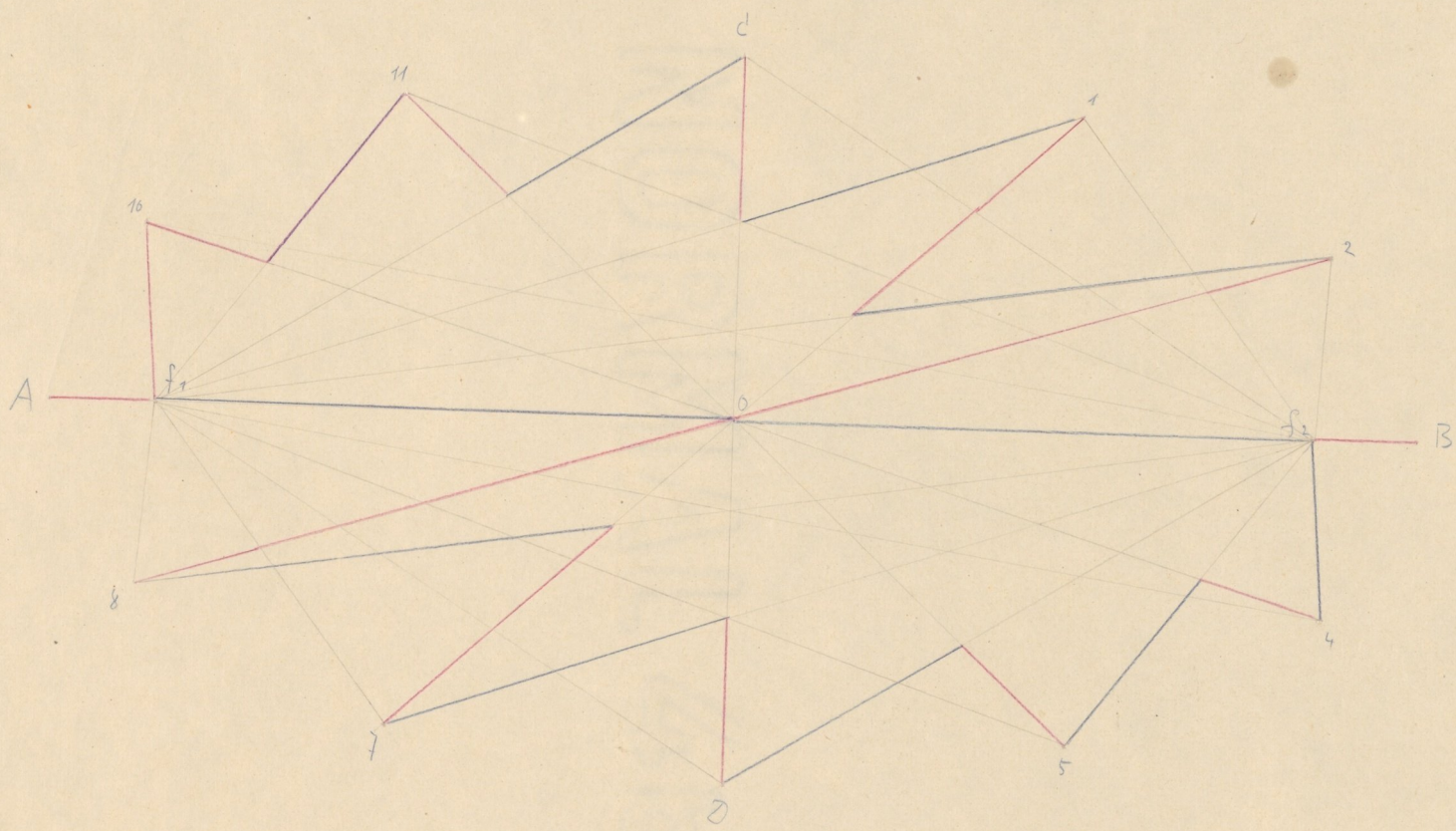
* Primäre Rotation



Ellipsen-Rotationsbild
die Ellipsenpunkte brechen den Strahl zurück nach dem voran-gehenden Zwölftel auf dem grossen Kreis

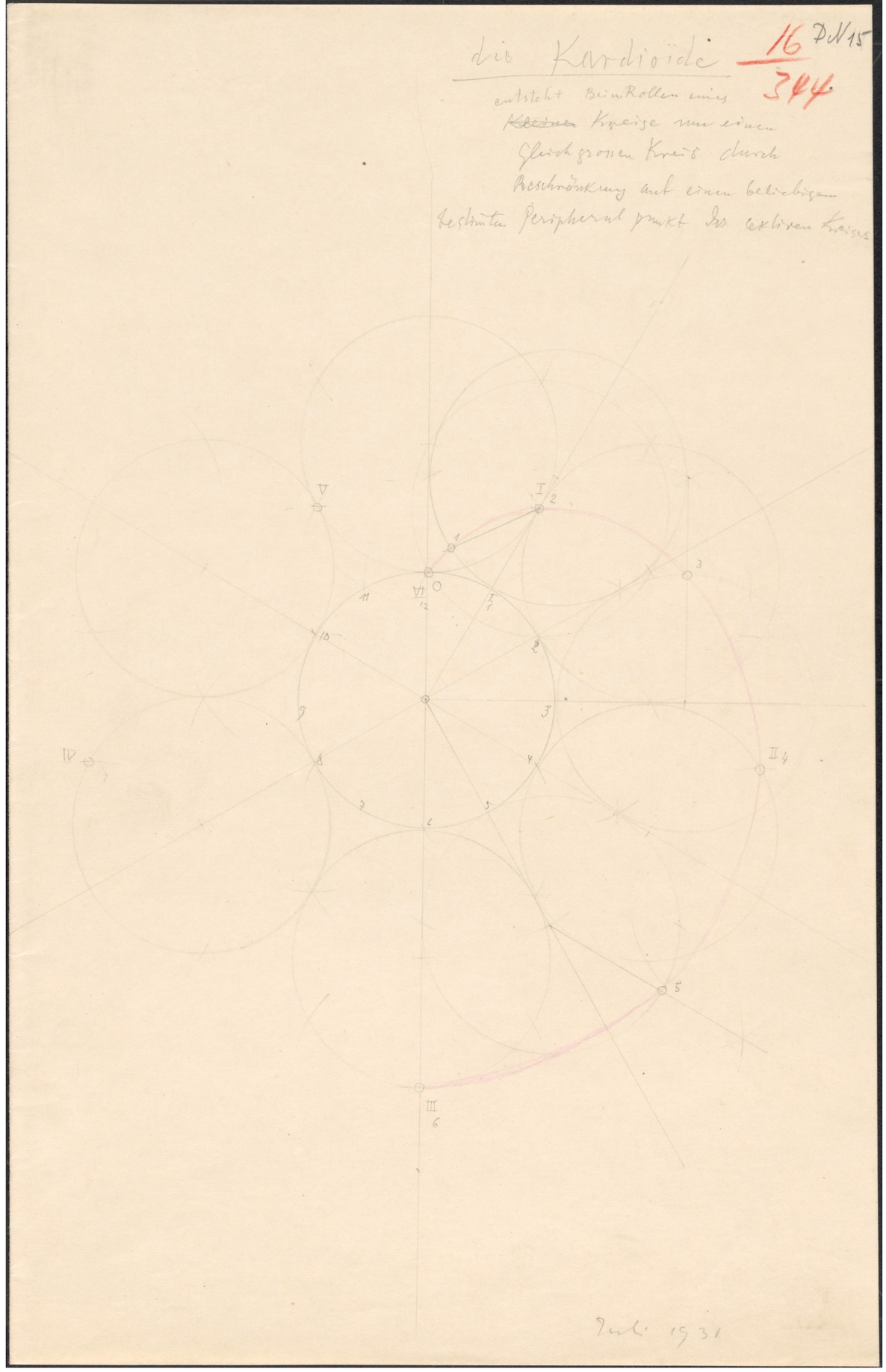
NB. man kann den (Strahl auch mit seiner Ell.[1]-Tangente brechen)

[1] \ Ell. /



Ellipsen-Rotationsbild unter einseitiger[1] Benützung von Durchmesser und Fahrstrahl
diese Einseitigkeit erfordert eine Zweiteilung des ganzen Umlaufes weil teils Fahrstrahlen nach f_1 teils nach f_2 gewählt werden müssen.

[1] \ einseitiger /



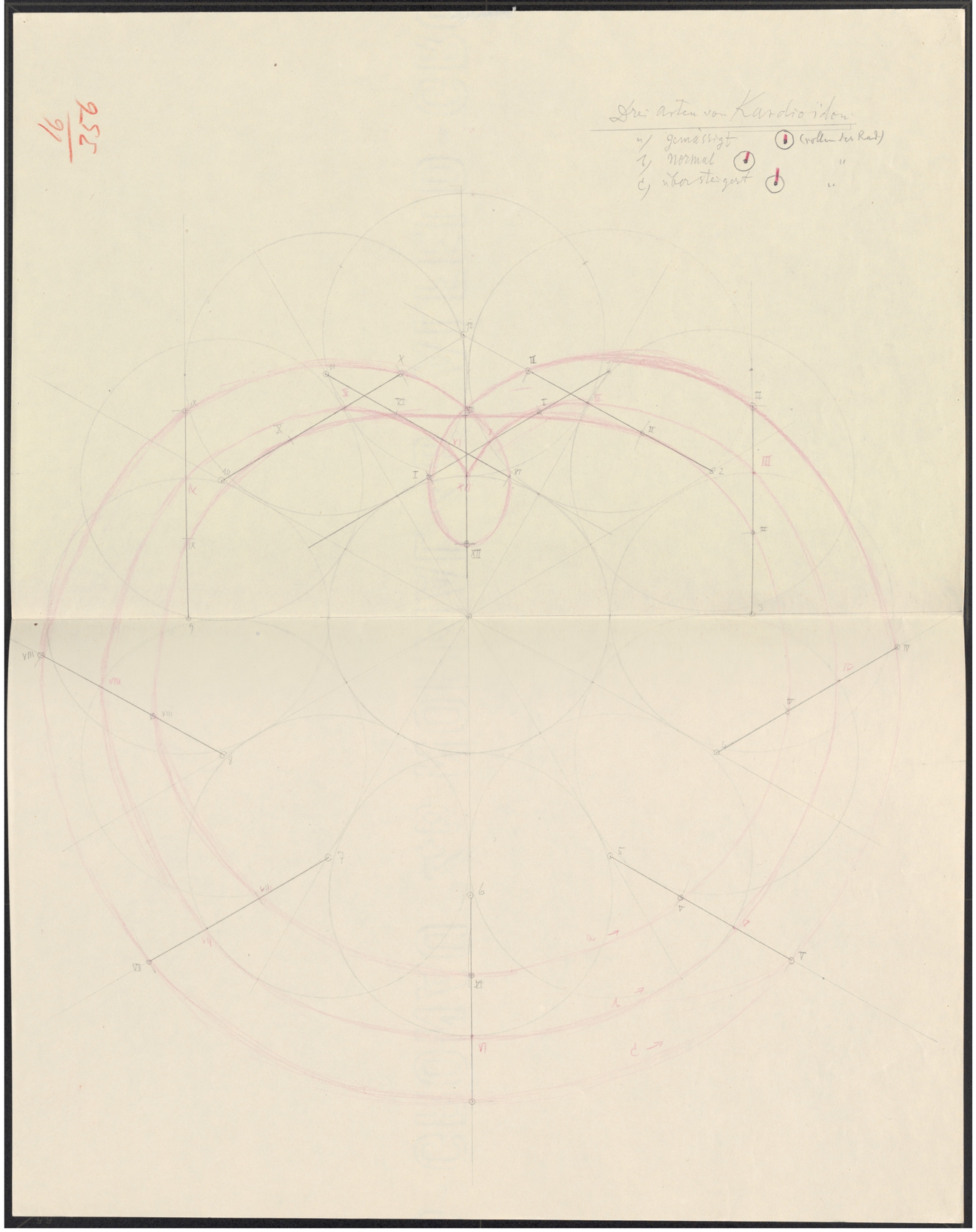
die Kardioïde

entsteht Beim Rollen eines[1]
Kreises um einen
gleich grossen Kreis durch
Beschränkung auf einen beliebig[2]
bestimmten Peripheralpunkt des aktiven Kreises

Juli 1931

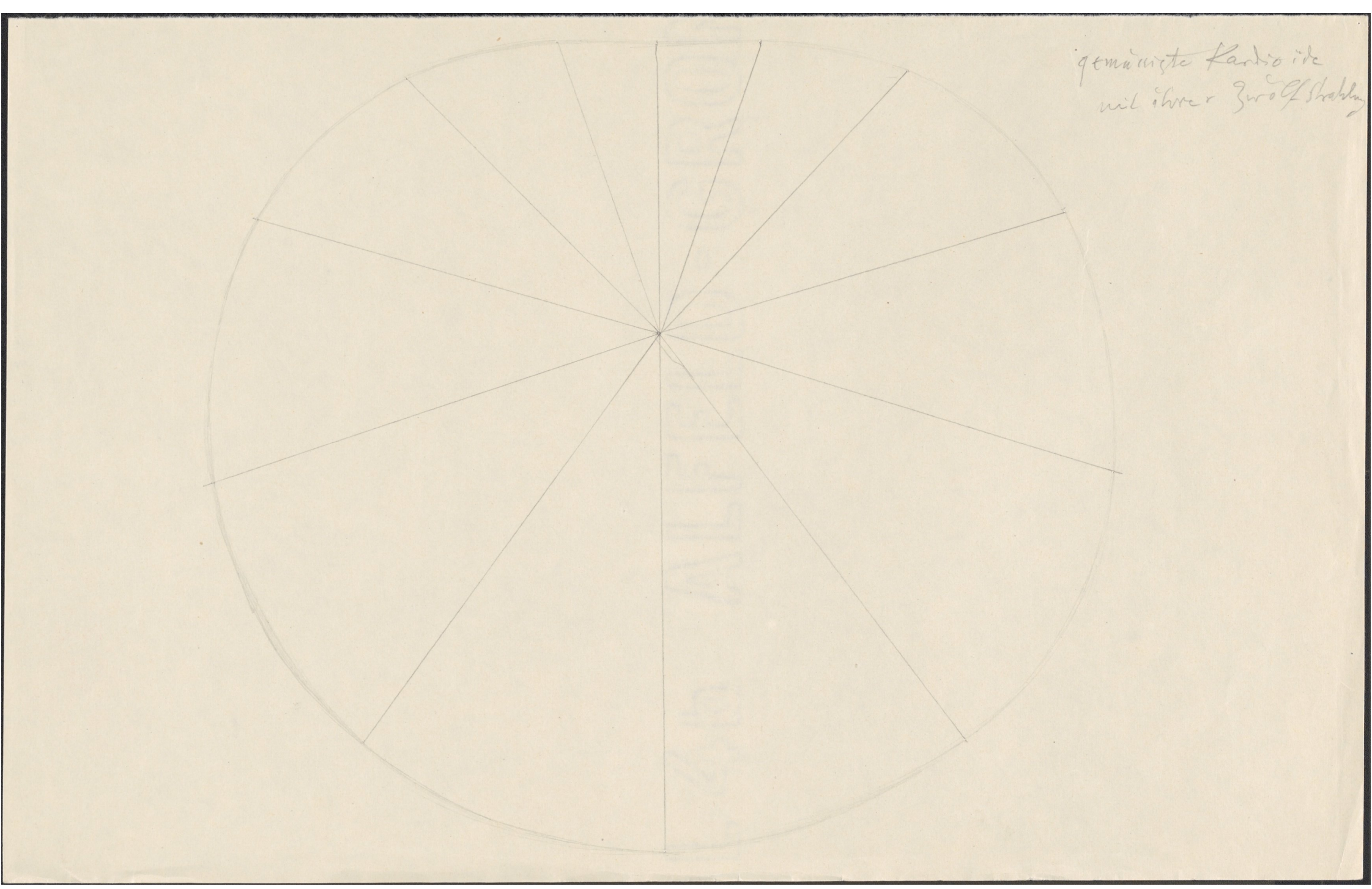
[1] eines // ~~kleinen~~ Kreise

[2] beliebig~~en~~



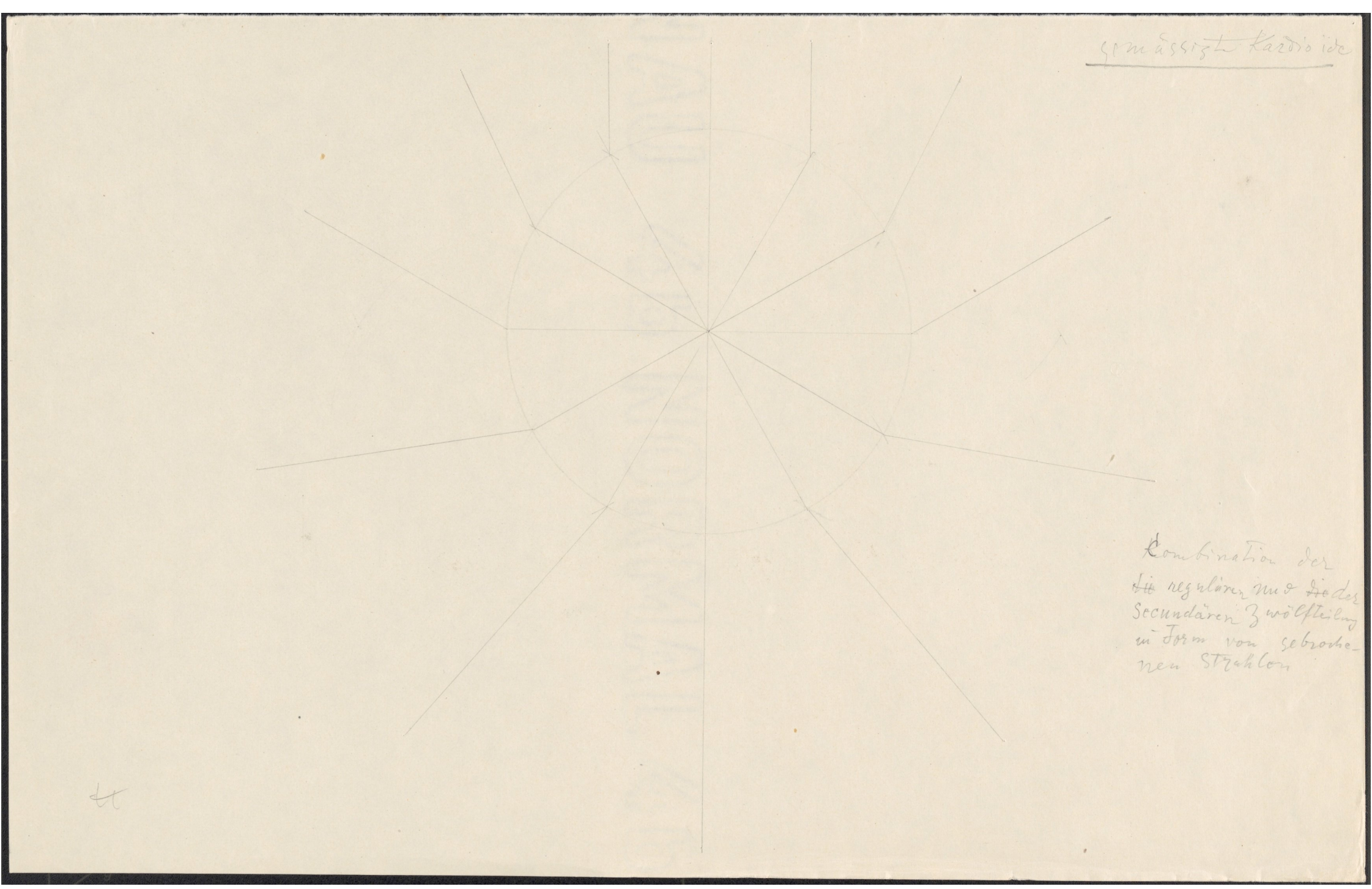
Drei Arten von Kardioiden

a, gemässigt (rollendes Rad)
b, normal "
c, übersteigert "



gemässigte Kardioide
mit ihrer Zwölfstrahlung

gemässigte Kardioïde



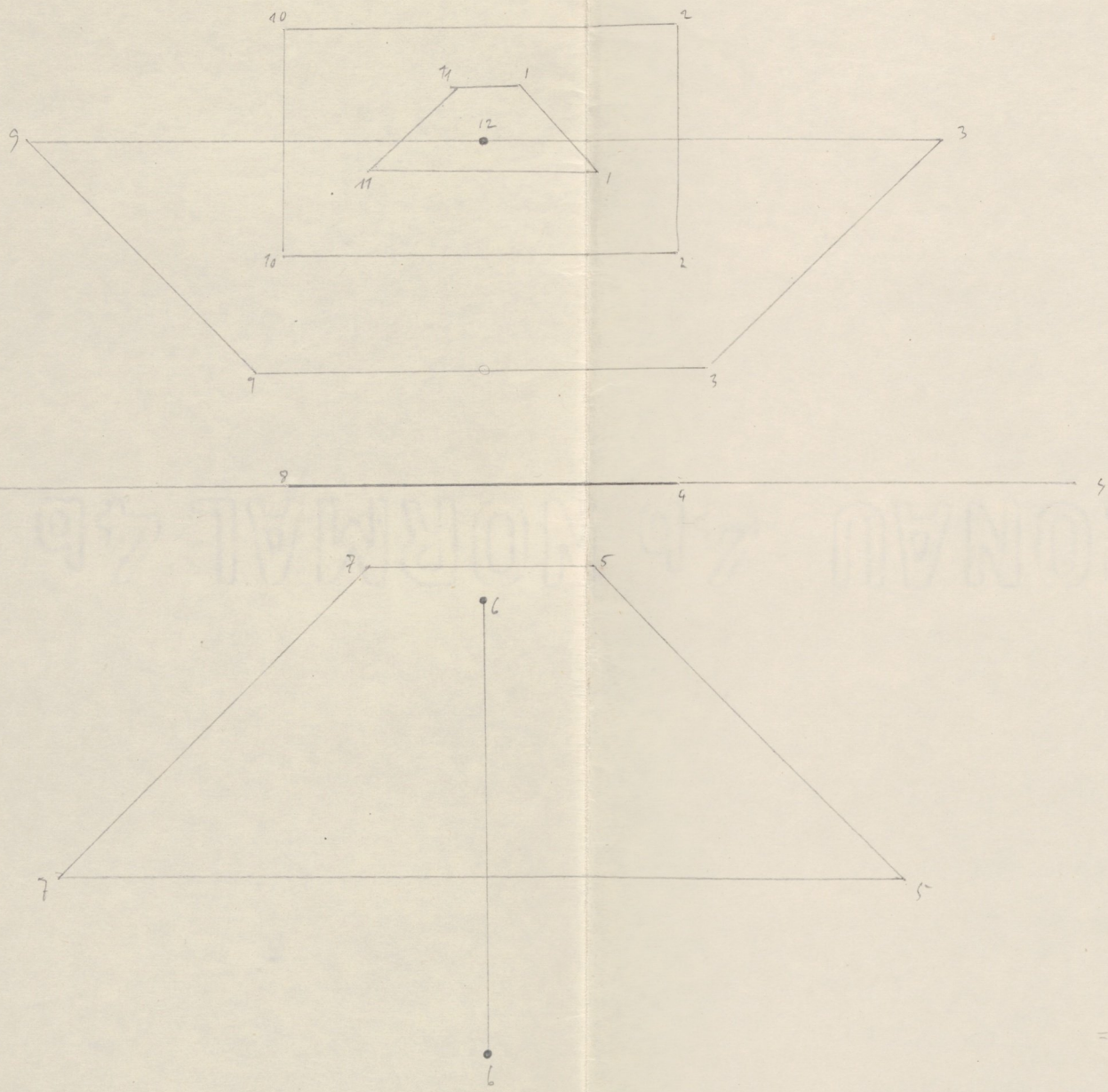
Combination der regulären und der secundären Zwölfteilung in Form von gebrochenen Strahlen

gemässigte Kardioïde

Combination der[1] regulären und[2] der secundären Zwölfteilung in Form von gebrochenen Strahlen

[1] der // ~~die~~

[2] und ~~die~~



normale Kardioide

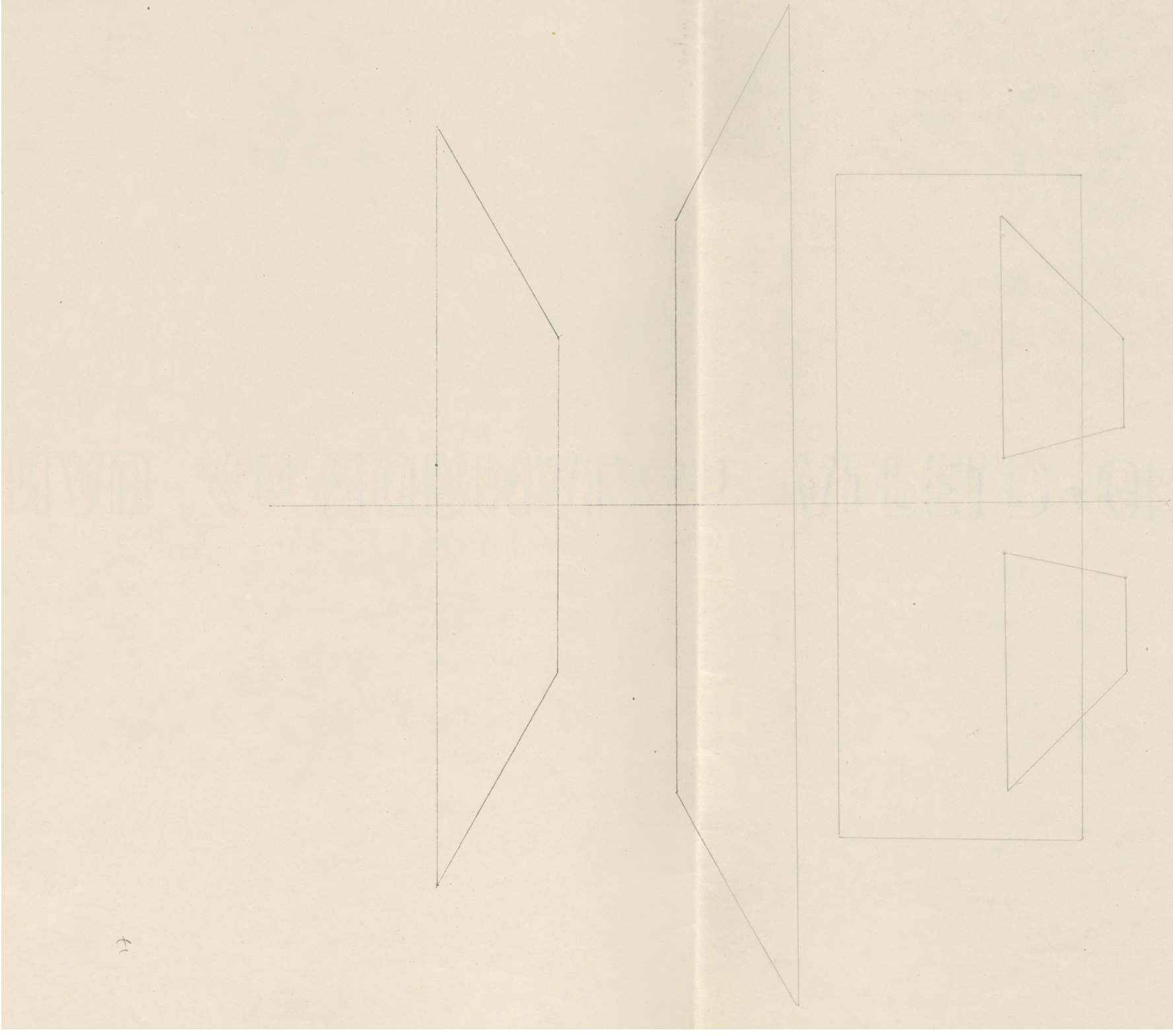
Combination der
primären und der secund. Zwölf-
=teilung in Form von jeweiliger
Horizontalverbindung und womöglich
von Viereckbildung mit zusamen-
gehörigen horizontalen.

16/391

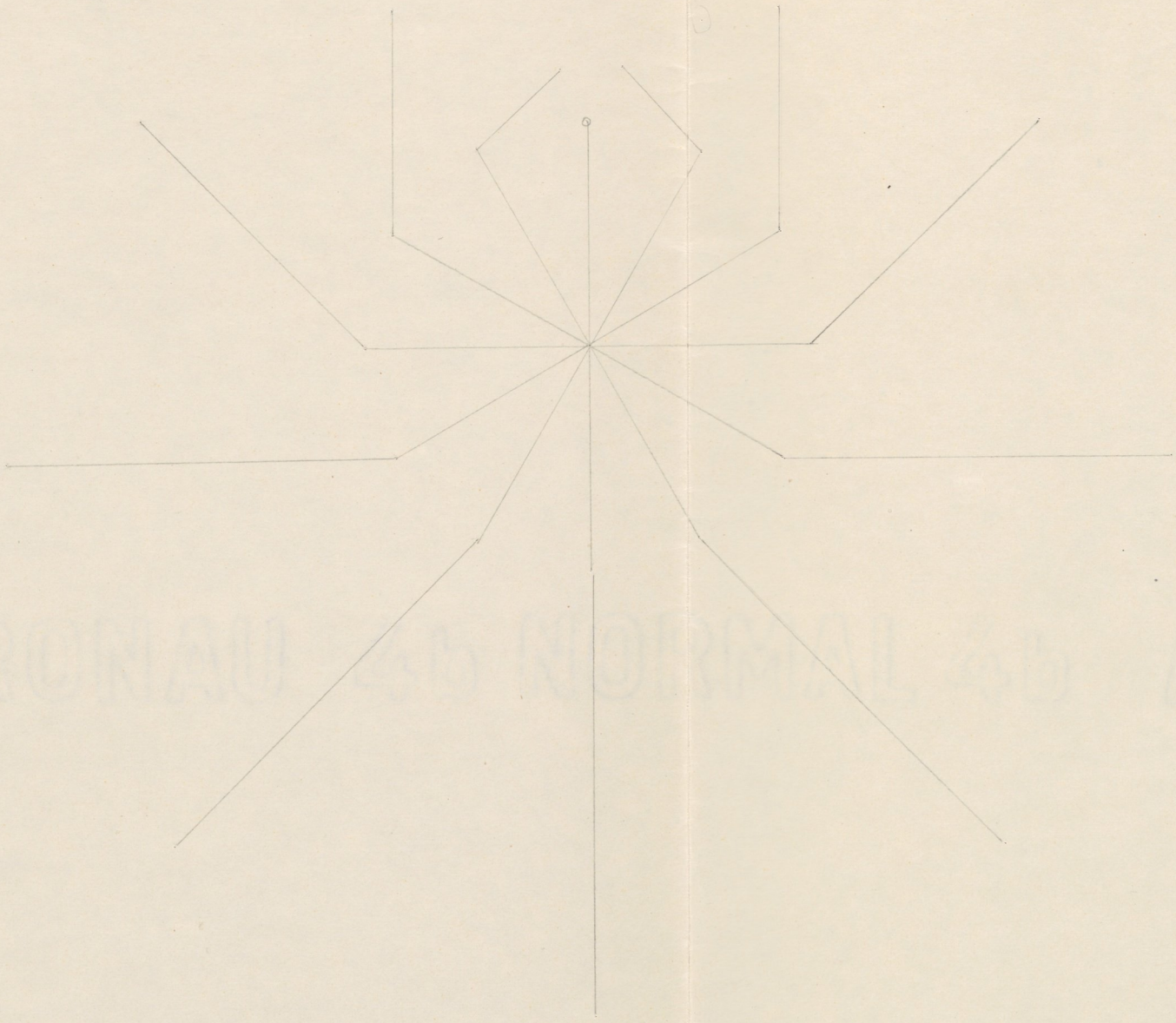
normale Kardioide

Combination der
primären und der secund. Zwölf-
teilung in Form von jeweiliger
Horizontalverbindung und womöglich
von Viereckbildung mit zusammen-
gehörigen horizontalen

16
363



Paul Klee, II.16 Kegelschnitte, BG II.16/392



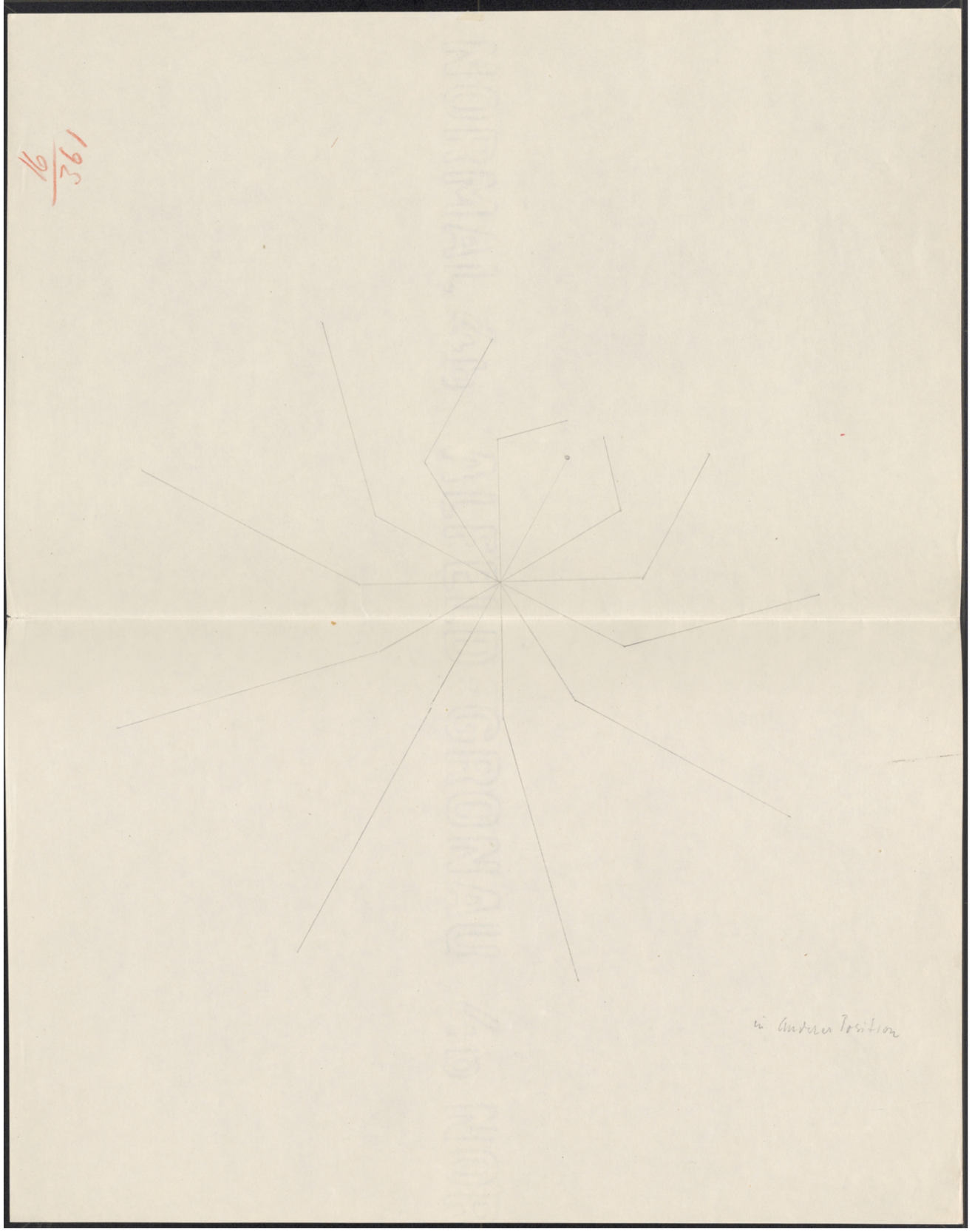
normale Kardioïde

Combination der
primären und der secundären
Zwölfteilung in Form
von gebrochener Strahlung

298
91

normale Kardioide
Combination der
primären und der secundären
Zwölfteilung in Form
von gebrochener Strahlung

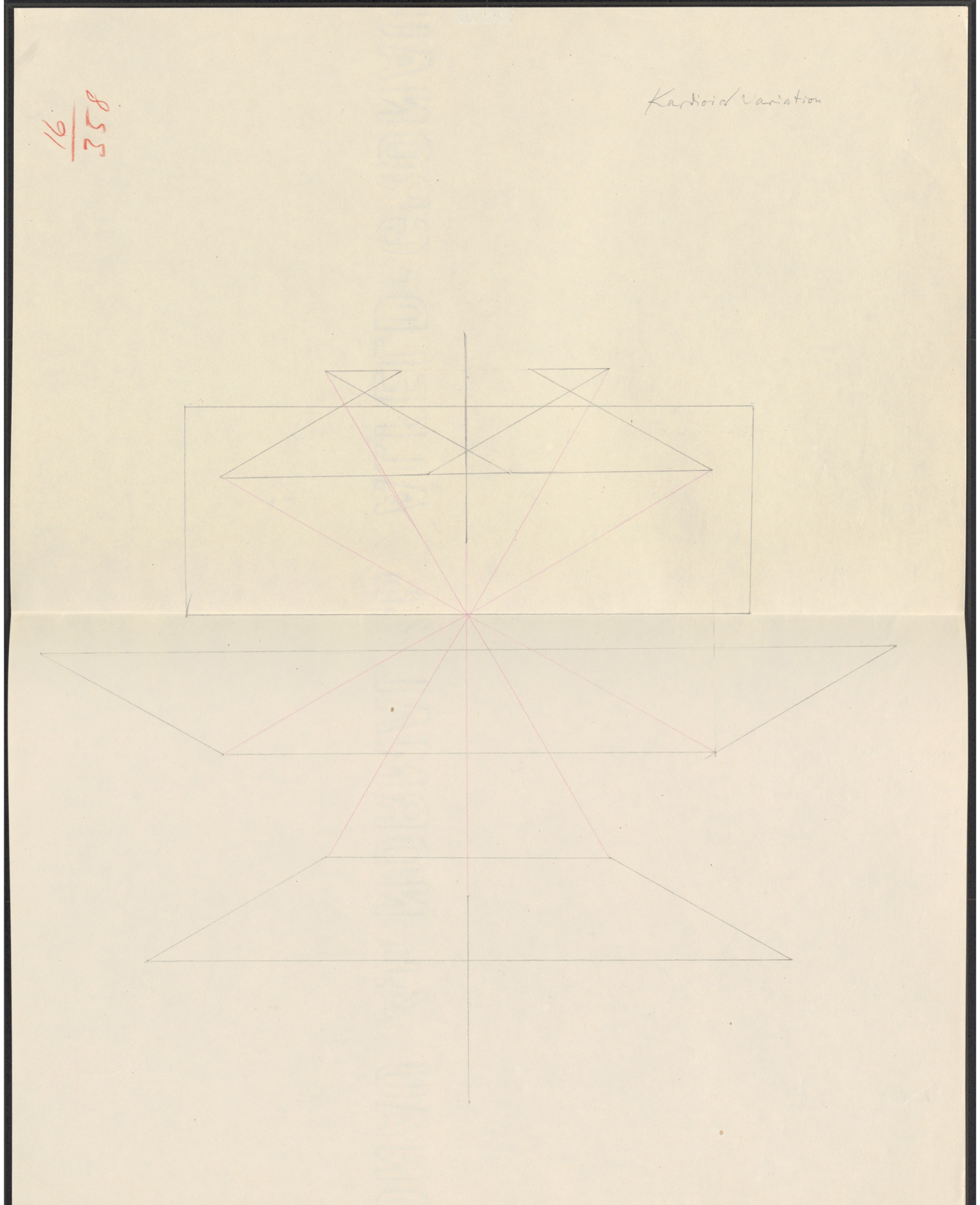
16/361



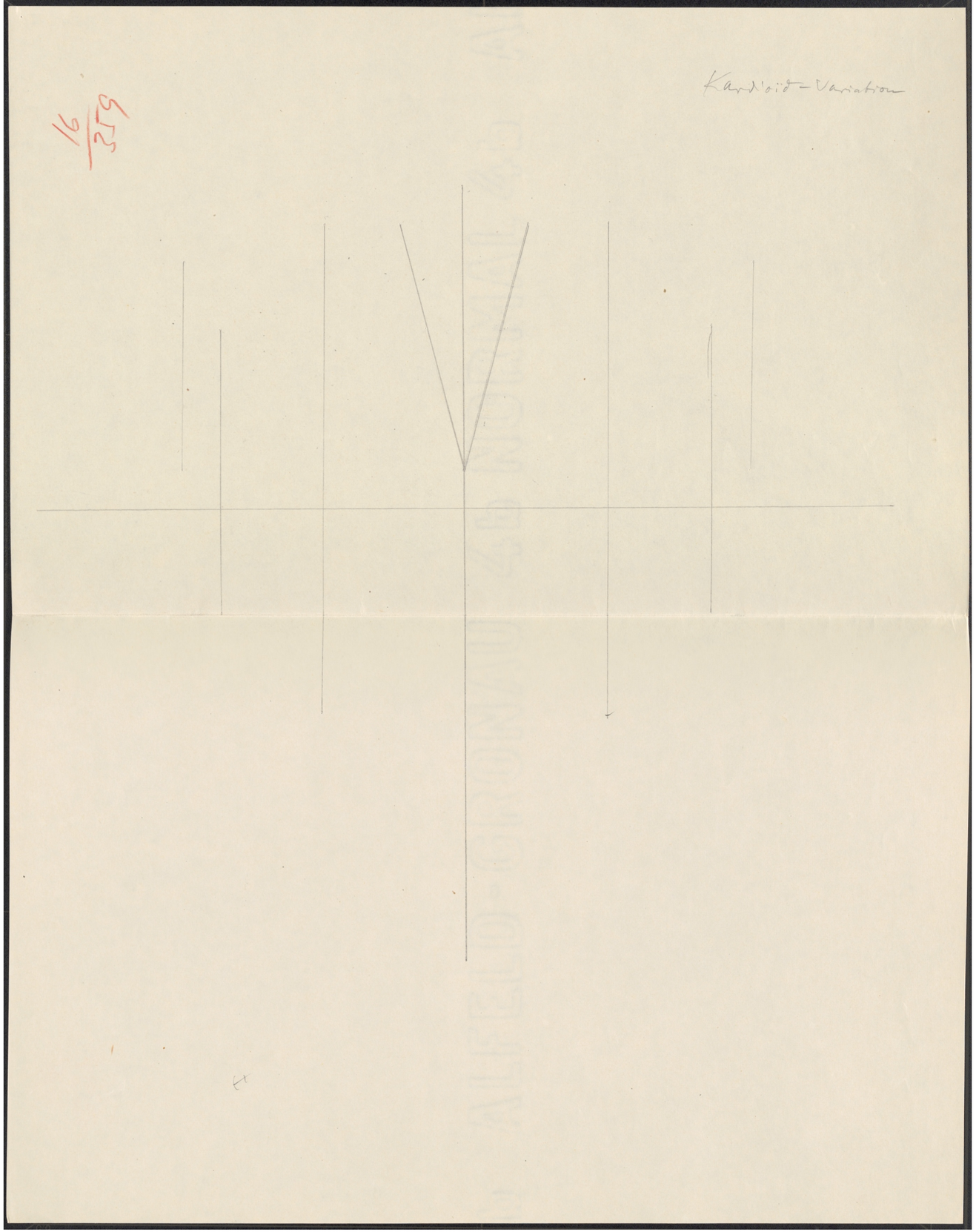
in anderer Position

16/3558

Kardioid Variation

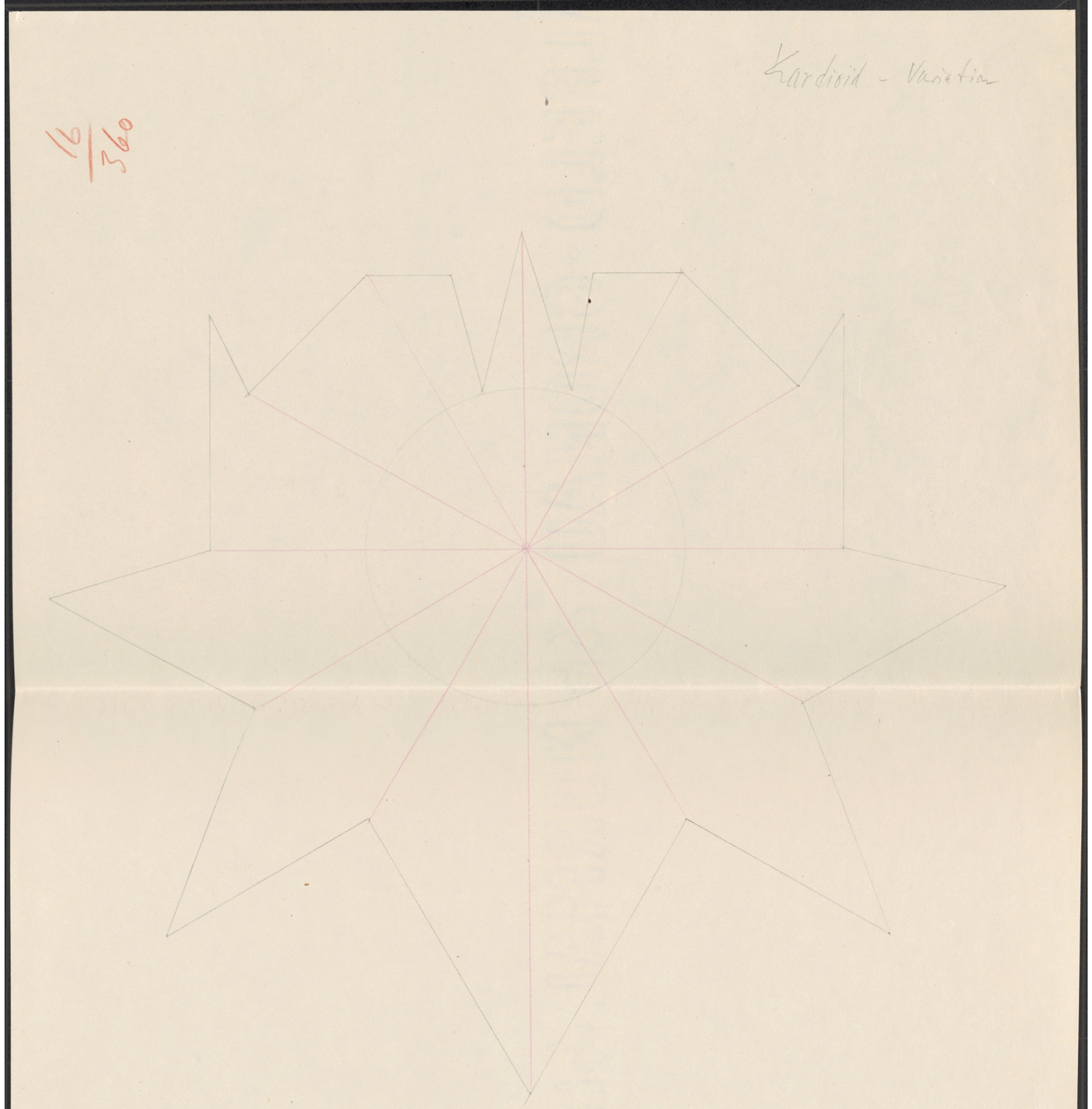


Kardioid Variation

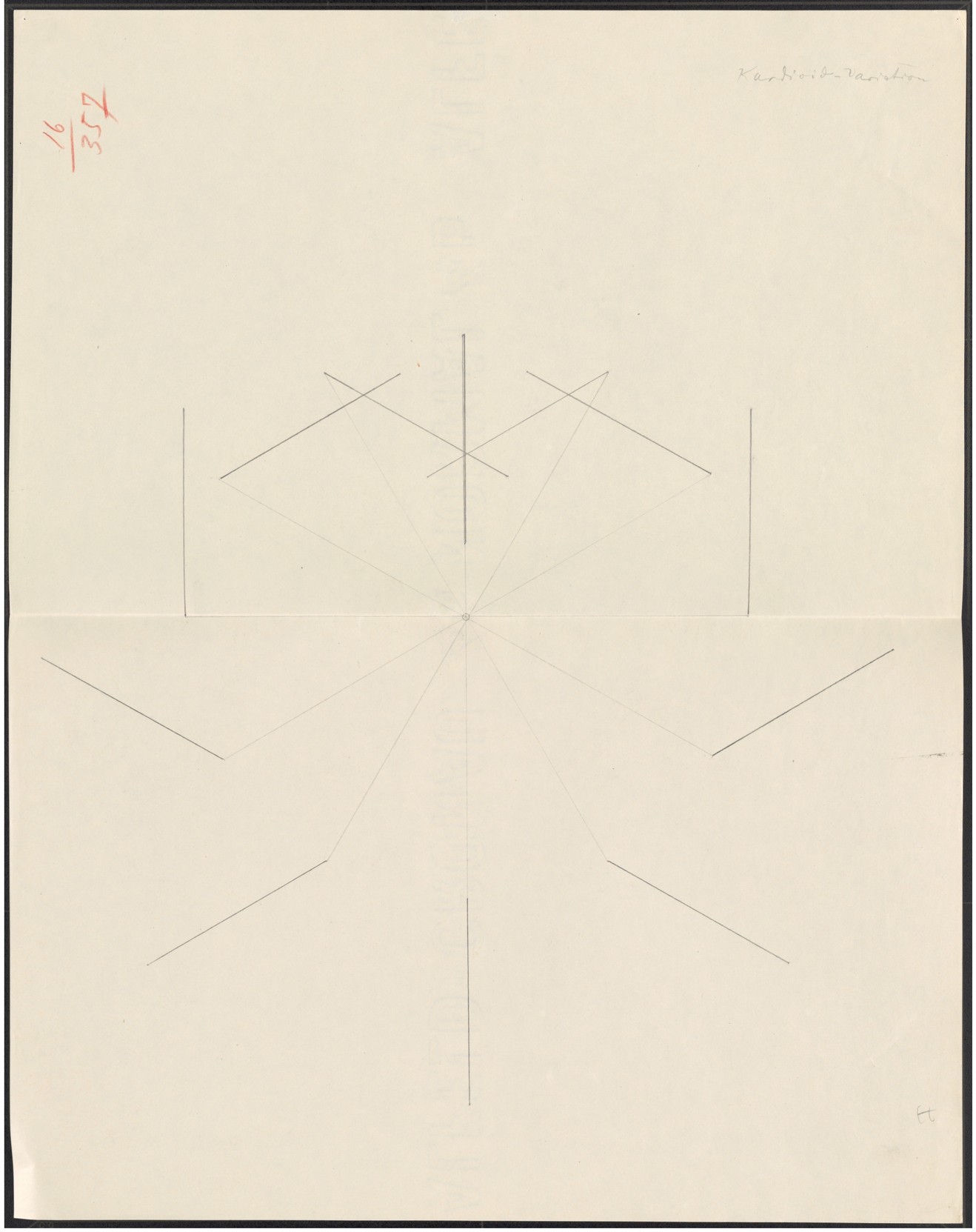


Kardioïd – Variation

Kardioïd – Variation



Kardioid – Variation



16 Konchoide

16 PV15
16/365

(griechisch) „Muschellinie"

ebene Linie, die von den Endpunkten einer Geraden beschrieben wird, wenn deren Halbierungspunkt sich auf einer festen Geraden bewegt, während sie (oder ihre Verlängerung) sich gleichzeitig um einen festen Punkt dreht."

16 Konchoide

(griechisch) „Muschellinie"

„ebene Linie, die von den Endpunkten einer Geraden beschrieben wird, wenn deren Halbierungspunkt sich auf einer festen Geraden bewegt, während sie (oder ihre Verlängerung) sich gleichzeitig um einen festen Punkt dreht."

16
366

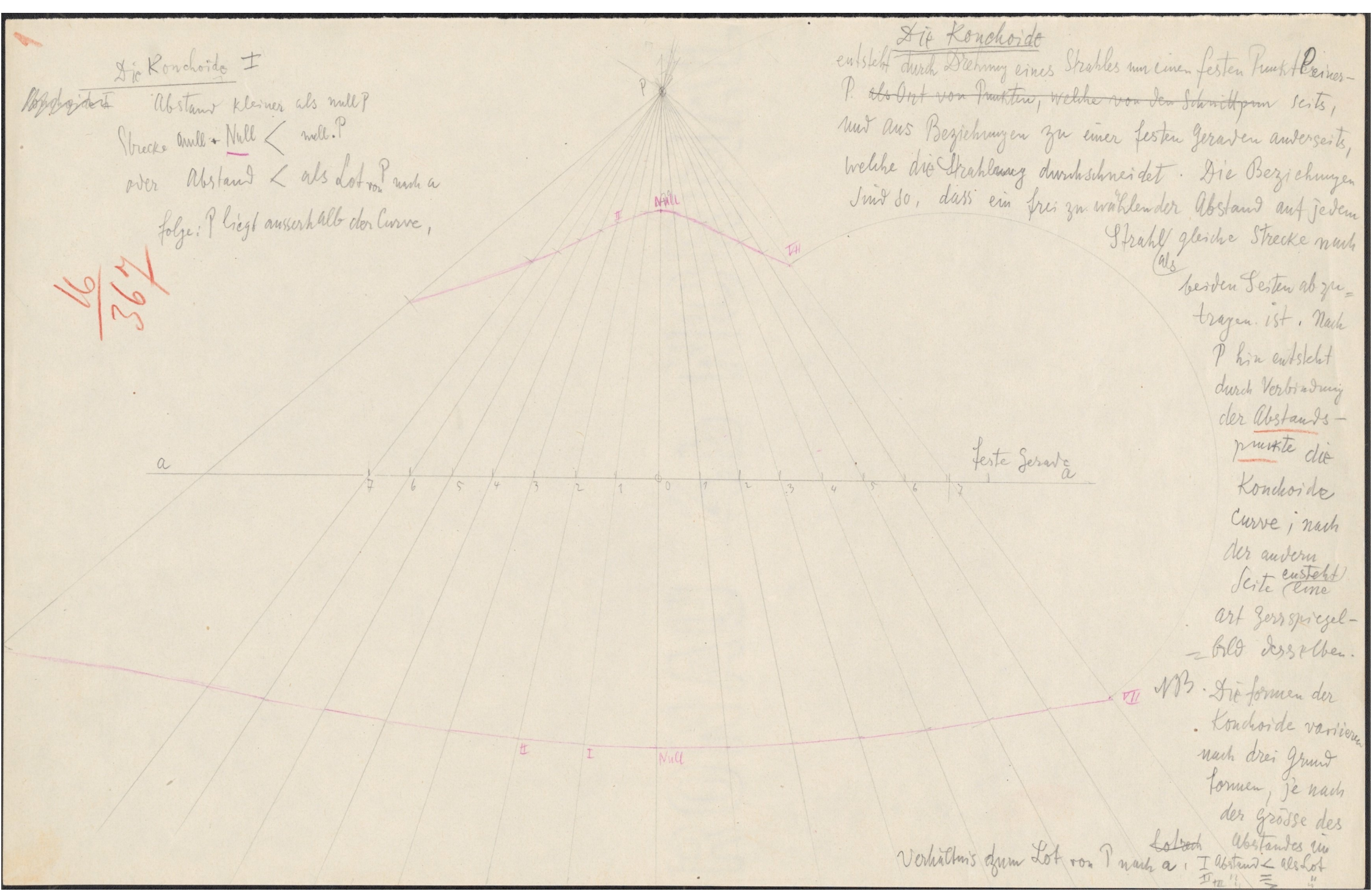
-1

Die Konchoide beruht auf einer Durchbrechung der Tatsache, dass bei den Beziehungen eines Punktes zu einer Geraden die Wege paarweise verschieden sind (Symmetrie!) und dass ein kürzester Weg existiert, der Abstand oder das Lot. Die Durchbrechung besteht in der Wiederholung gleicher Strecken von der Geraden aus, wodurch der Punkt in Bewegung gerät (Curven=

Die Konchoide beruht auf einer Durchbrechung der Tatsache, dass bei den Beziehungen eines Punktes zu einer Geraden[1] die Wege paarweise verschieden sind (Symmetrie!) und dass ein kürzester Weg existiert, der Abstand oder das Lot. Die Durchbrechung besteht in der Wiederholung gleicher Strecken von der Geraden aus, wodurch der Punkt in Curvenbewegung[2] gerät

[1] Geraden ~~nur ein~~

[2] /Curven=\Bewegung



Die Konchoide I

Abstand kleiner als null P
Strecke null Null < null P
oder Abstand < als Lot von P nach a
folge: P liegt ausserhalb der Curve

16/367

Die Konchoide

entsteht durch Drehung eines Strahles um einen festen Punkt P einer- P. als Ot von Punkten, welche von den Schnittpun seits, und aus Beziehungen zu einer festen Geraden anderseits, welche die Strahlung durchschneidet. Die Beziehungen sind so, dass ein frei zu wählender Abstand auf jedem Strahl als gleiche Strecke nach beiden Seiten abzutragen ist. Nach P hin entsteht durch Verbindung der Abstandspunkte die Konchoide Curve; nach der andern Seite entsteht eine art Zerrspiegelbild desselben.

NB. Die formen der Konchoide variieren nach drei Grundformen, je nach der Grösse des Abstandes im Verhältnis zum Lot vom Punkt a: I Abstand < als Lot
II " = "
III " > "

1 Die Konchoide I
[1]Abstand kleiner als null P
Strecke null Null < null P
oder Abstand < als Lot von P nach a
folge: P liegt ausserhalb der Curve

Die Konchoide

entsteht durch Drehung eines Strahles um einen festen Punkt P einer-
P. ~~als Ot von Punkten, welche von den Schnittpun~~ seits
und aus Beziehungen zu einer festen Geraden anderseits,
welche die Strahlung durchschneidet. Die Beziehungen
sind so, dass ein frei zu wählender Abstand auf jedem
Strahl als gleiche Strecke nach

beiden Seiten abzu-
tragen ist. Nach
P hin entsteht
durch Verbindung
der Abstands-
punkte die
Konchoide
Curve; nach
der andern
Seite entsteht[2] eine
Art Zerrspiegel-
bild desselben.

feste Gerade

NB. Die formen der
Konchoide variieren
nach drei Grund
formen, je nach
der Grösse des
Abstandes im
Verhältnis zum Lot vom Punkt a: I Abstand < als Lot
II " = "
III " > "

[1] ~~Conchoide I~~ Abstand

[2] \ entsteht /

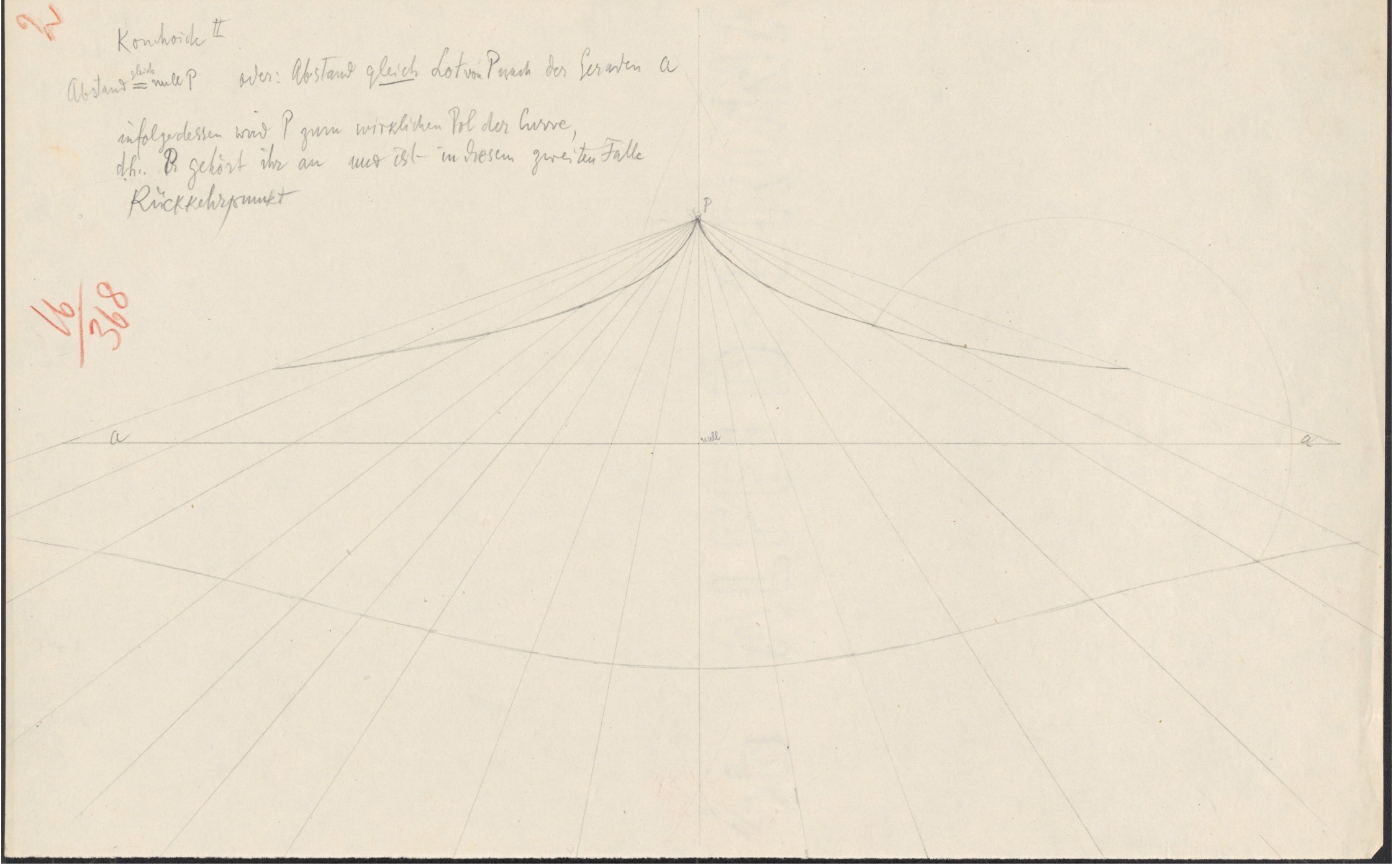
92

Konchoide II

Abstand gleich null P oder: Abstand gleich Lot von P nach der Geraden a

infolgedessen wird P zum wirklichen Pol der Curve,
d.h. P gehört ihr an und ist in diesem zweiten Falle
Rückkehrspunkt

II b/368



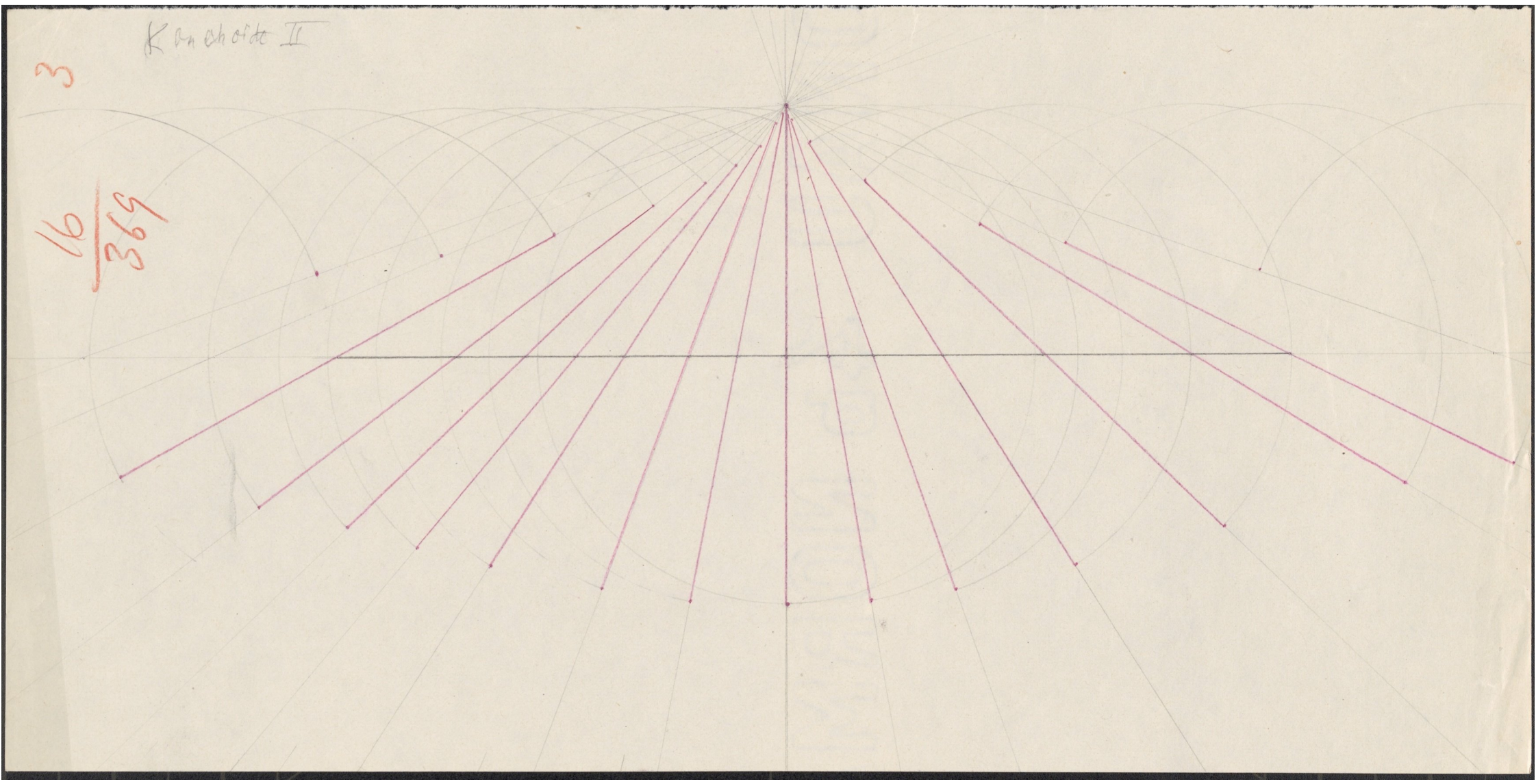
2

Konchoide II

gleich

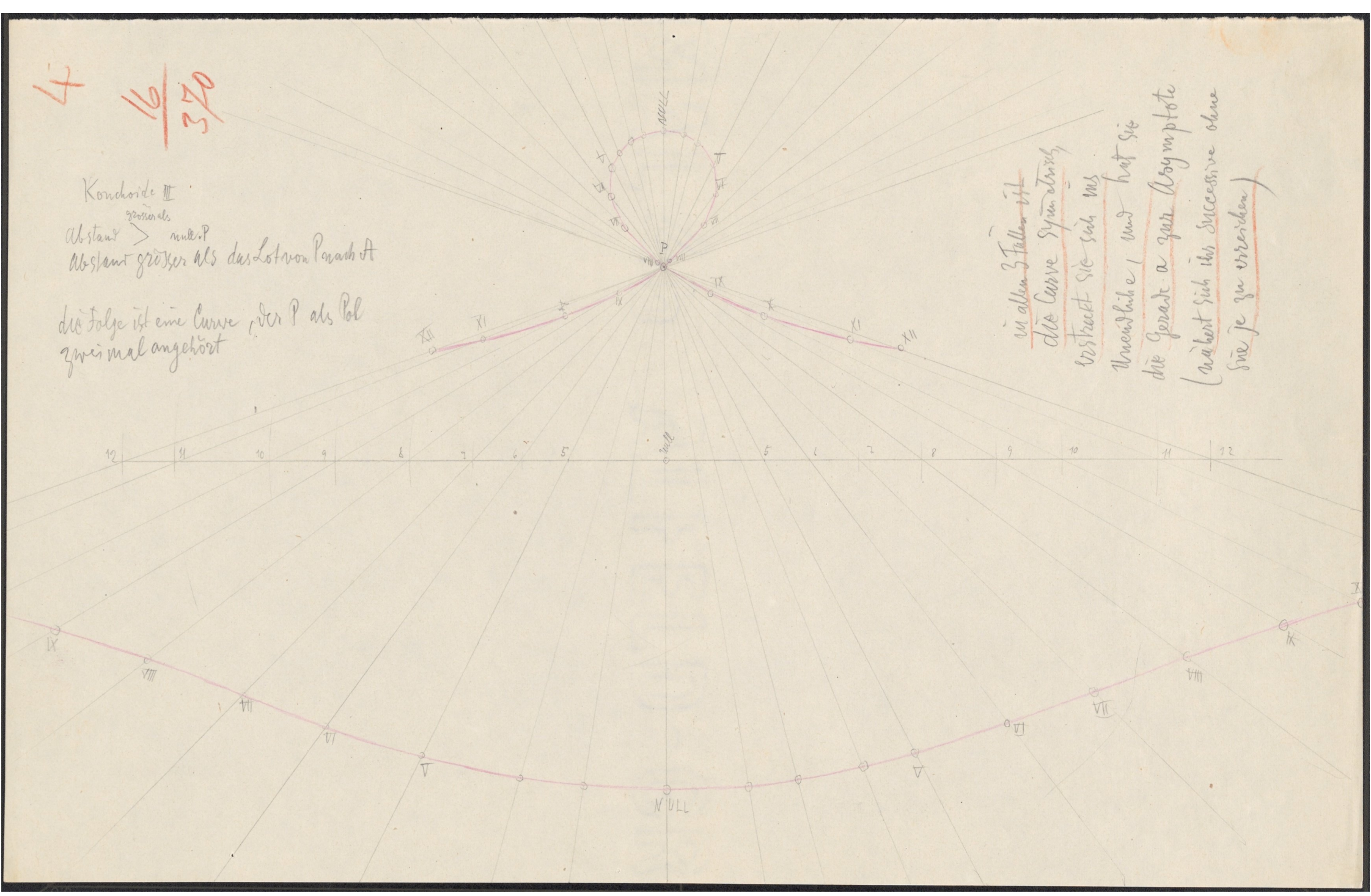
Abstand = null P oder: Abstand gleich Lot von P nach der Geraden a

infolgedessen wird P zum wirklichen Pol der Curve,
d.h. P gehört ihr an und ist in diesem zweiten Falle
Rückkehrspunkt



Konchoide II

3



Konchoide III

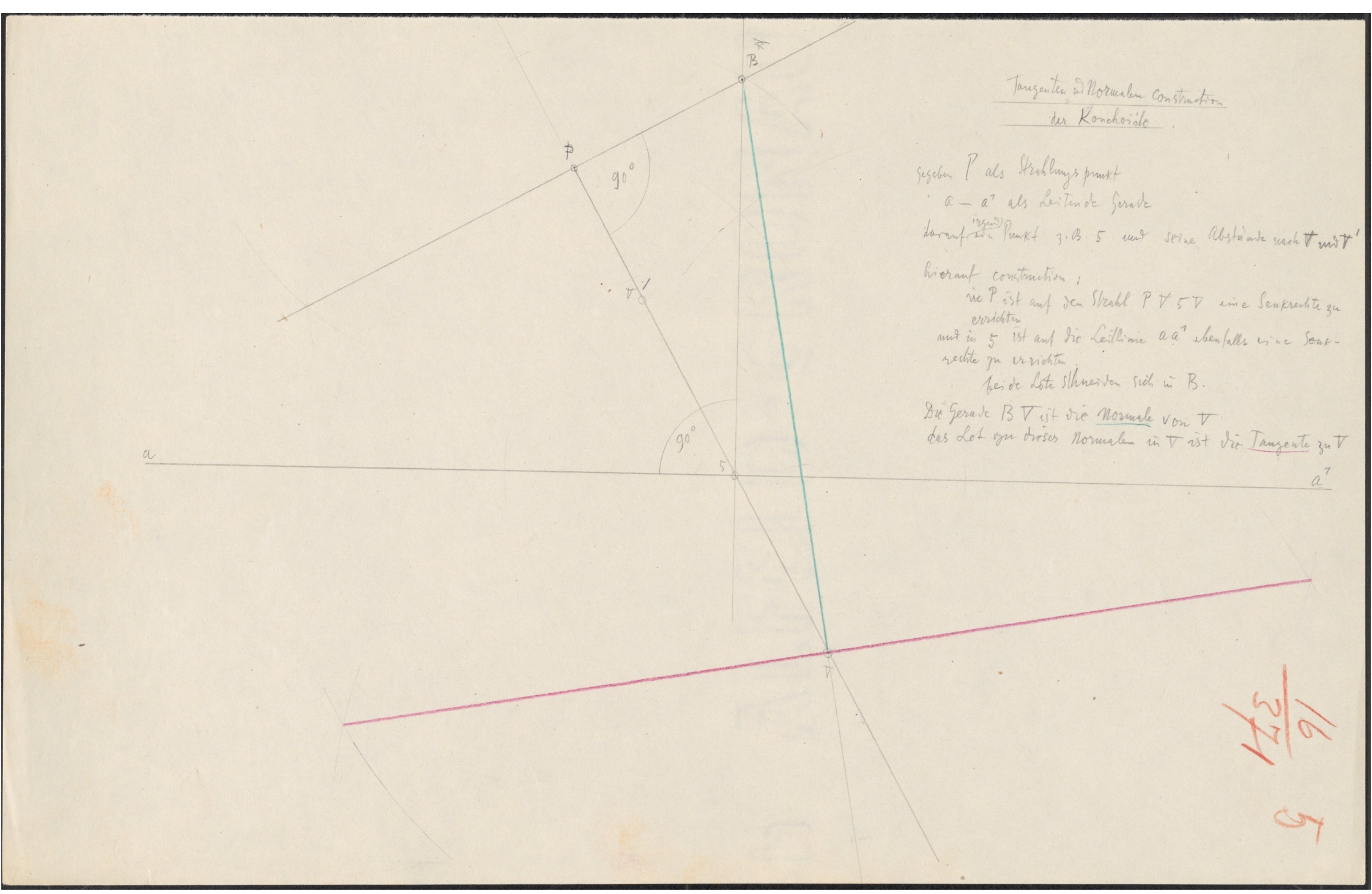
grösser als

Abstand > null P

Abstand grösser als das Lot von P nach A

die Folge ist eine Curve, der P als Pol zweimal angehört

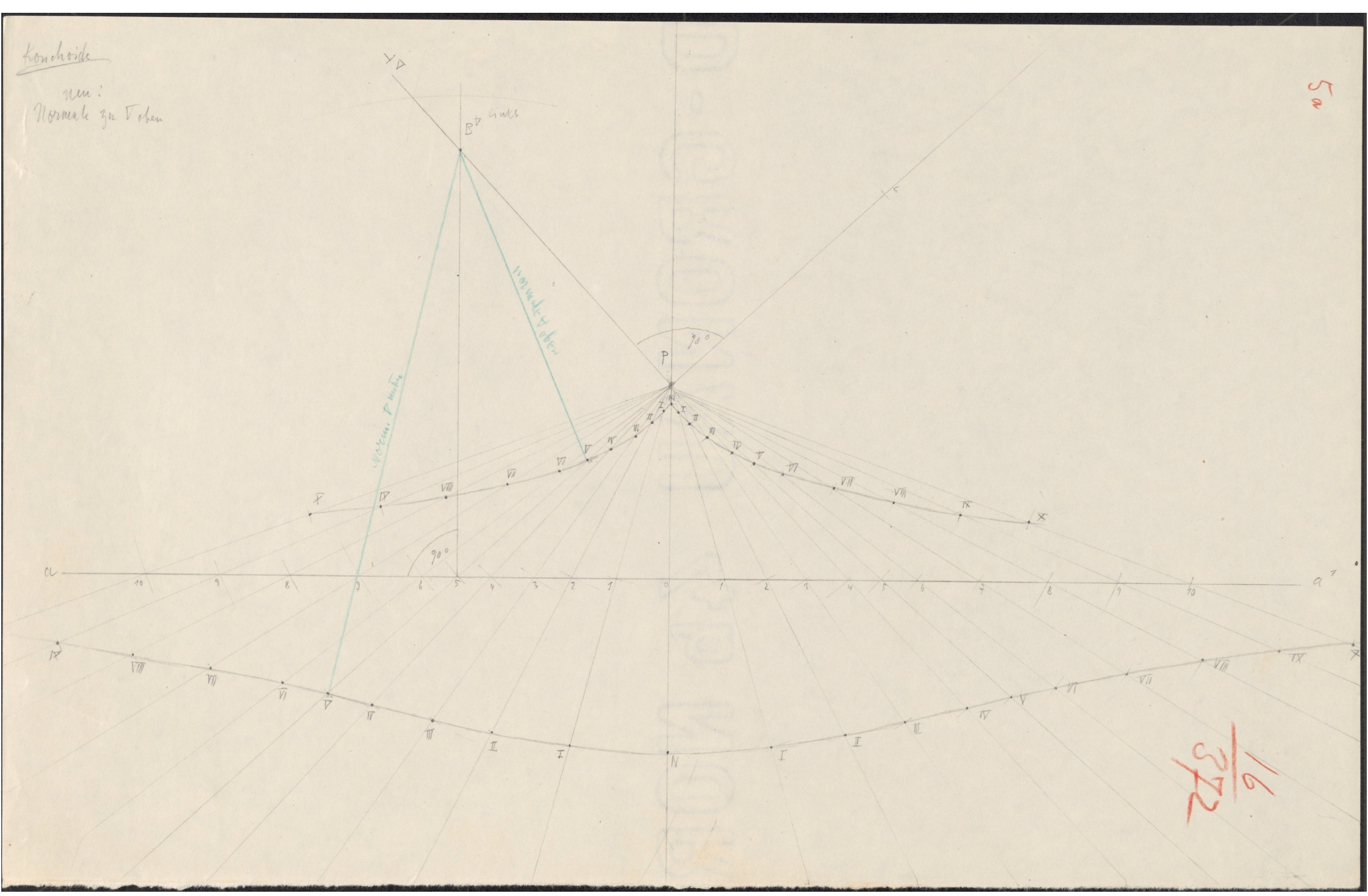
in allen 3 Fällen ist die Curve symmetrisch, erstreckt sie sich ins Unendliche, und hat sie die Gerade a zur Asymptote (nähert sich ihr successive ohne sie je zu erreichen)



Tangenten und Normalen Construction
der Konchoide

gegeben P als Strahlungspunkt
a – a[1] als Leitende Gerade
darauf irgend[1] ein Punkt z.B. 5 und seine Abstände nach V und V'
hierauf Construction:
in P ist auf dem Strahl P V 5 V eine Senkrechte zu errichten
und in 5 ist auf die Leitlinie a a[1] ebenfalls eine Senkrechte zu errichten.
Beide Lote schneiden sich in B
Die Gerade B V ist die Normale von V
das Lot zu dieser Normalen in V ist die Tangente zu V

[1] \ irgend /

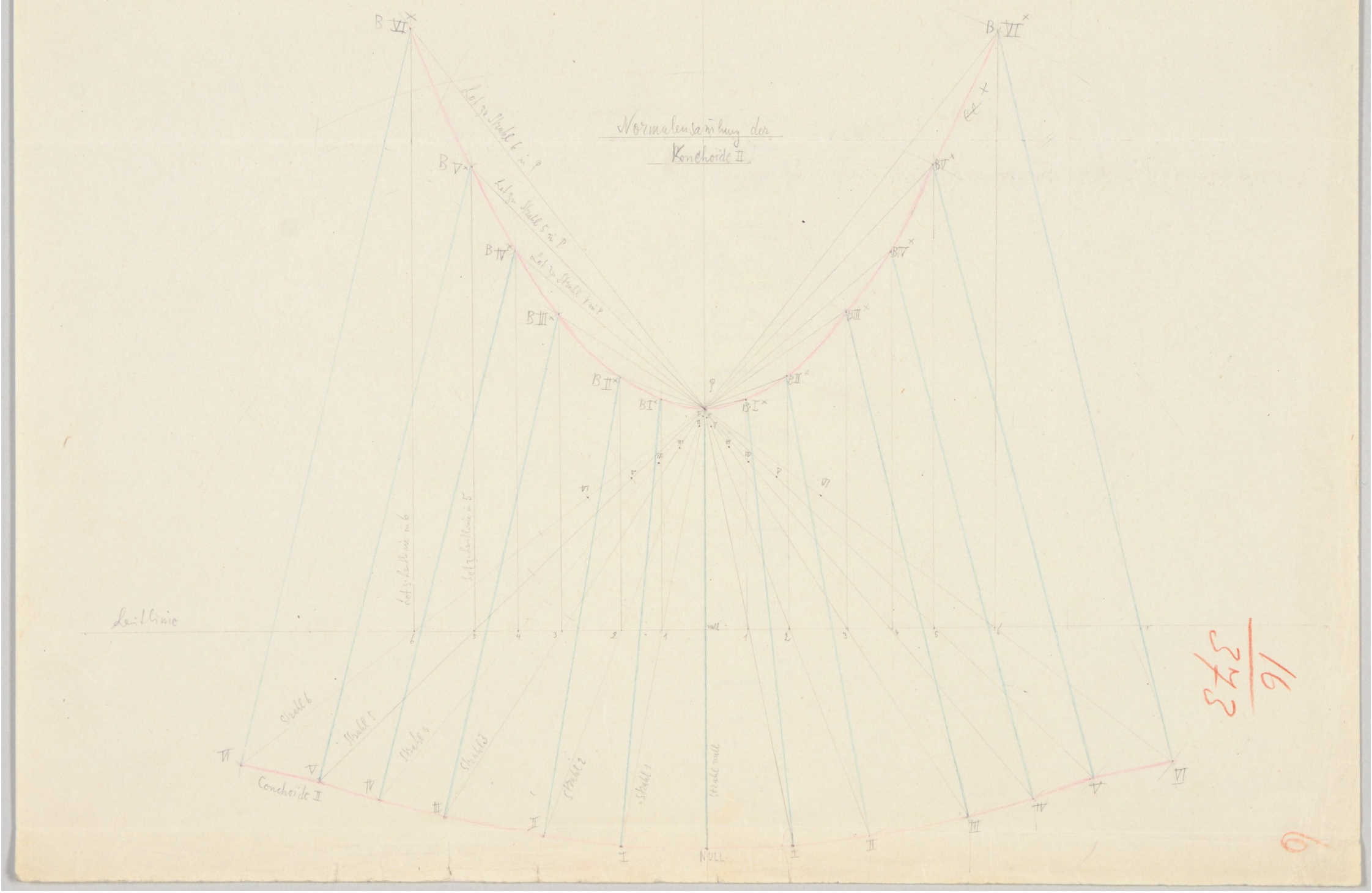


Konchoide 5a

neu:
Normale zu V oben

normale V oben

Norm. V unten



Lot zu Strahl 6 in P

Normalensammlung der
Konchoide II

Lot zu Strahl 5 in P

Lot zu Strahl 4 in P

Lot z. Leitlinie in 5

Lot z. Leitlinie in 6

Leitlinie

Strahl 6

Strahl 5

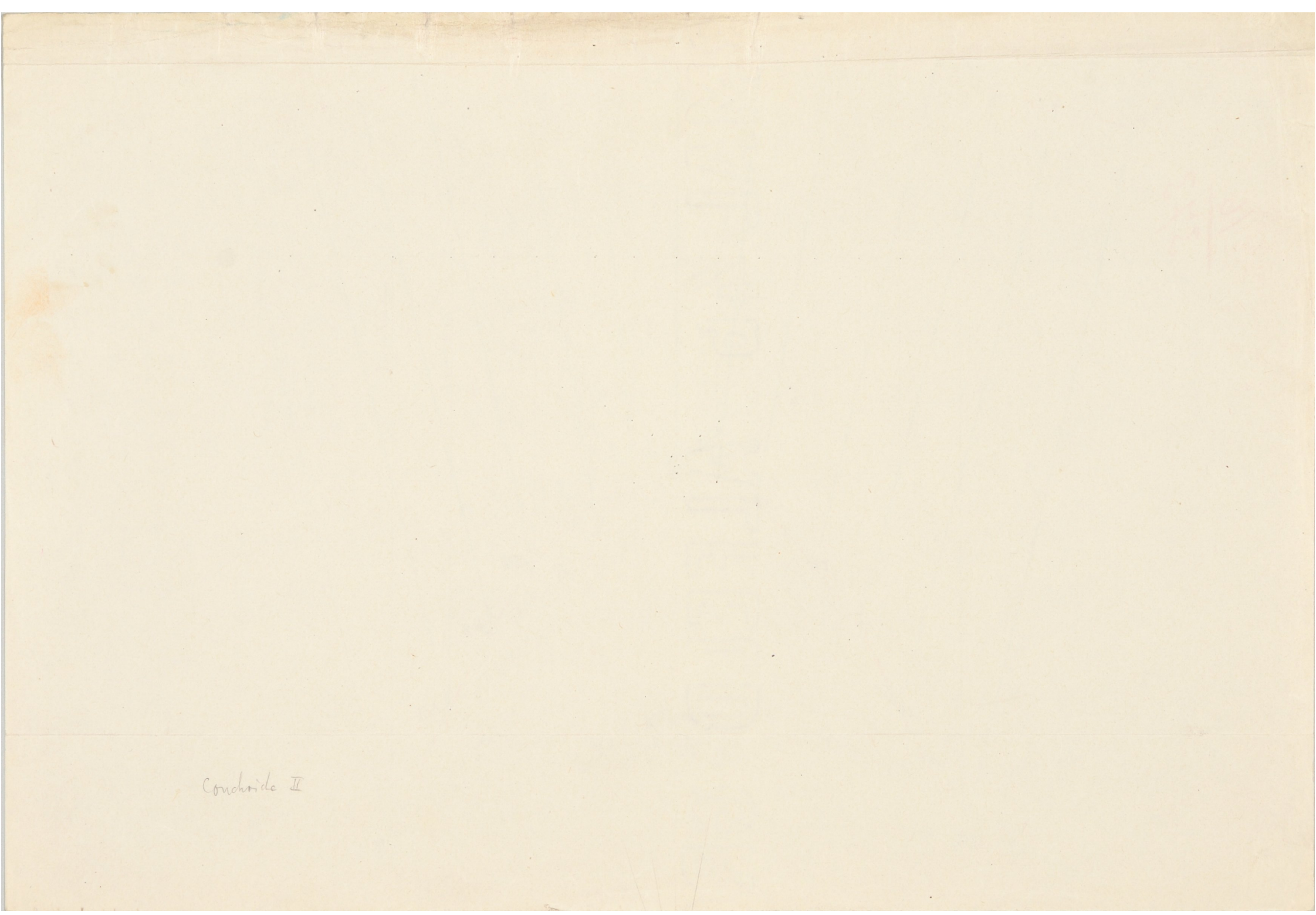
Strahl 5 Strahl 3

Strahl 2 Strahl 1 Strahl null

Conchoïde II

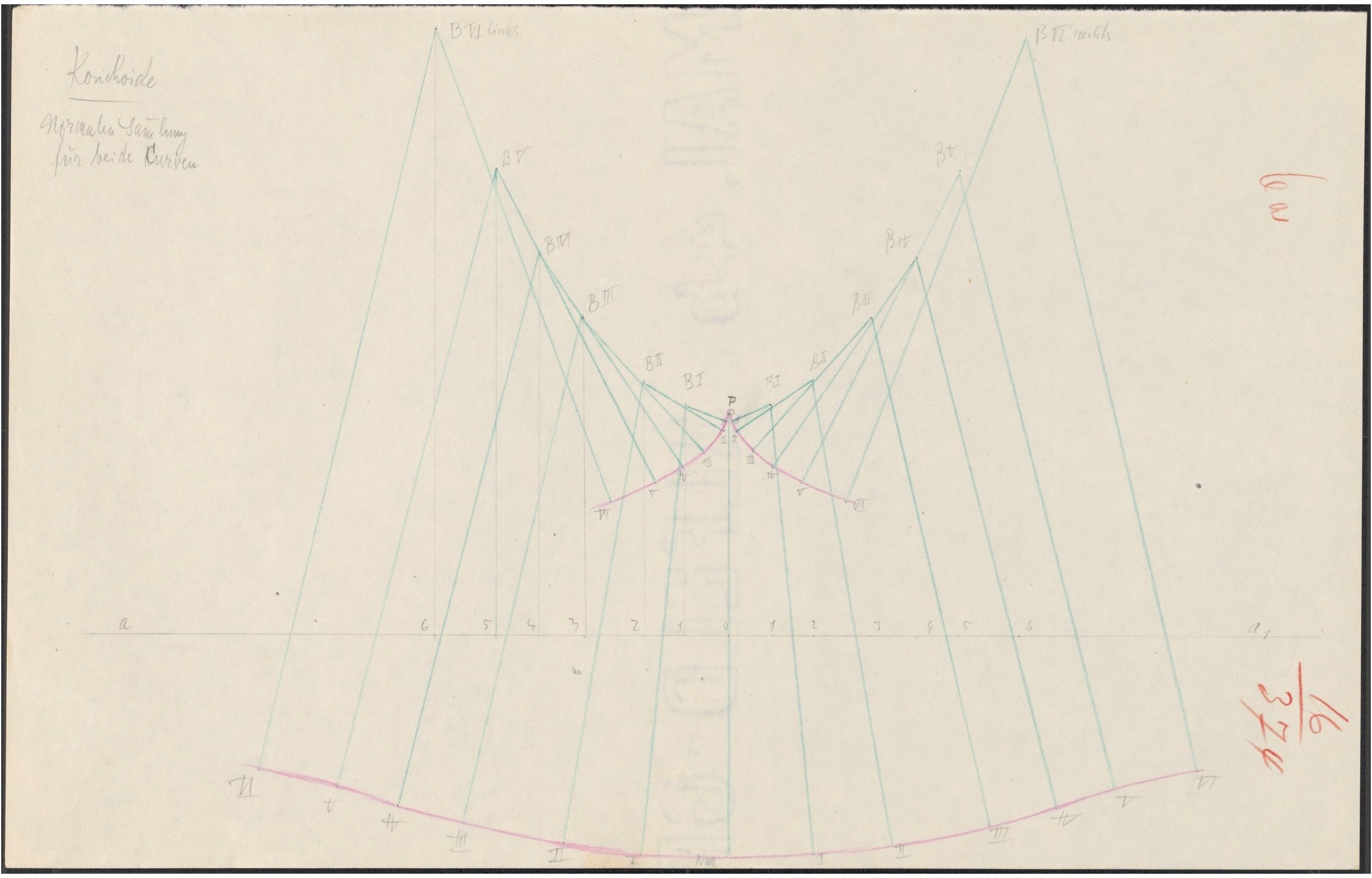
NULL

6



Conchoide II

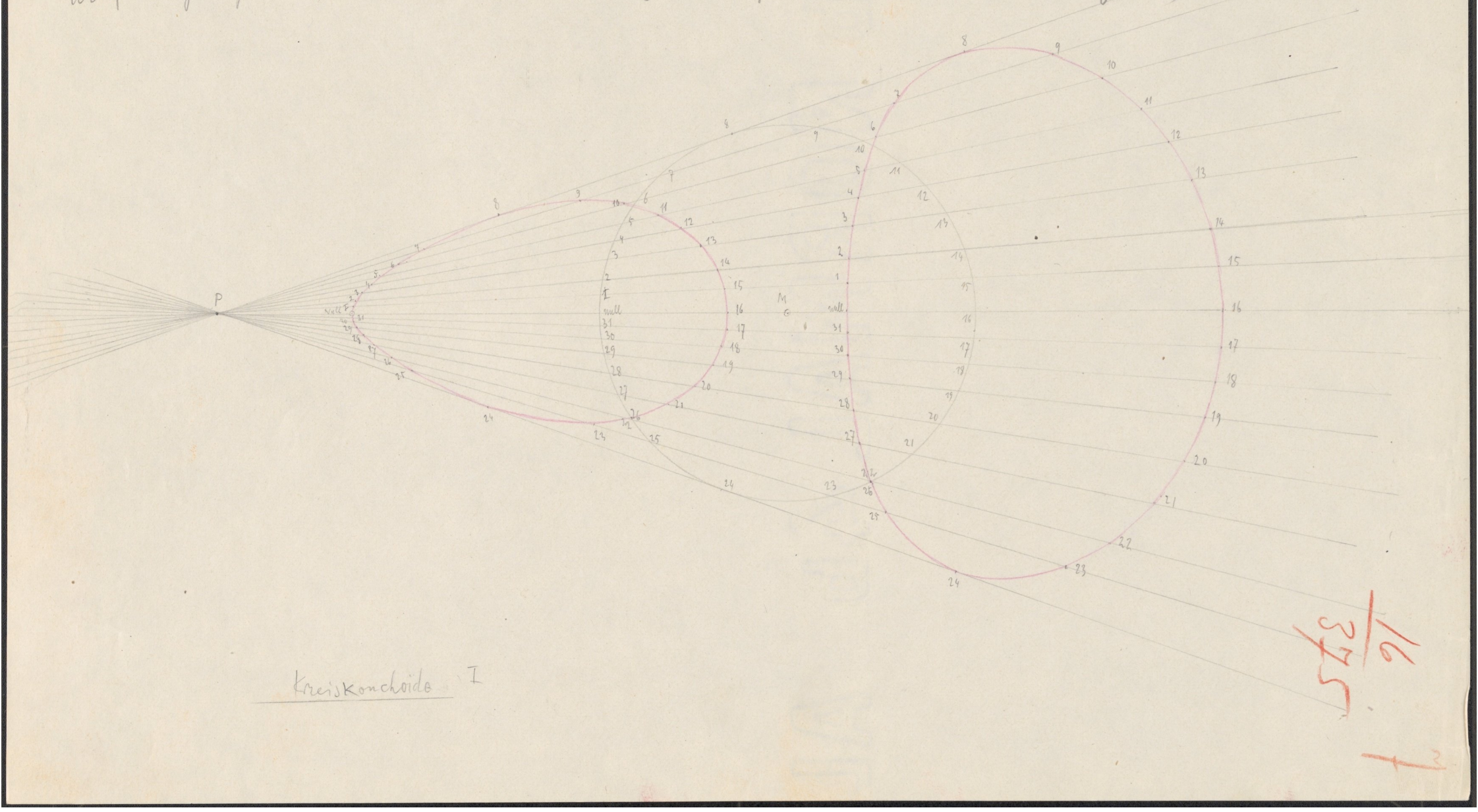
Paul Klee, II.16 Kegelschnitte, BG II.16/408



Konchoide
normalen Sammlung
für beide Curven

Paul Klee, II.16 Kegelschnitte, BG II.16/409

bei der Kreis konchoide tritt an die Stelle der Geraden a) ein Kreis; und es ist also auf allen Schnittpunkten der Strahlen mit dem Kreis aus Gerade ein gewählter Abstand beidseitig abzutragen. Von der Wahl des Abstandes (am Abstand P zum Kreis gemessen) hängt die dreifache Grundform ab, aber auch von der Distanz von P zum Kreis an sich (am Radius gemessen)



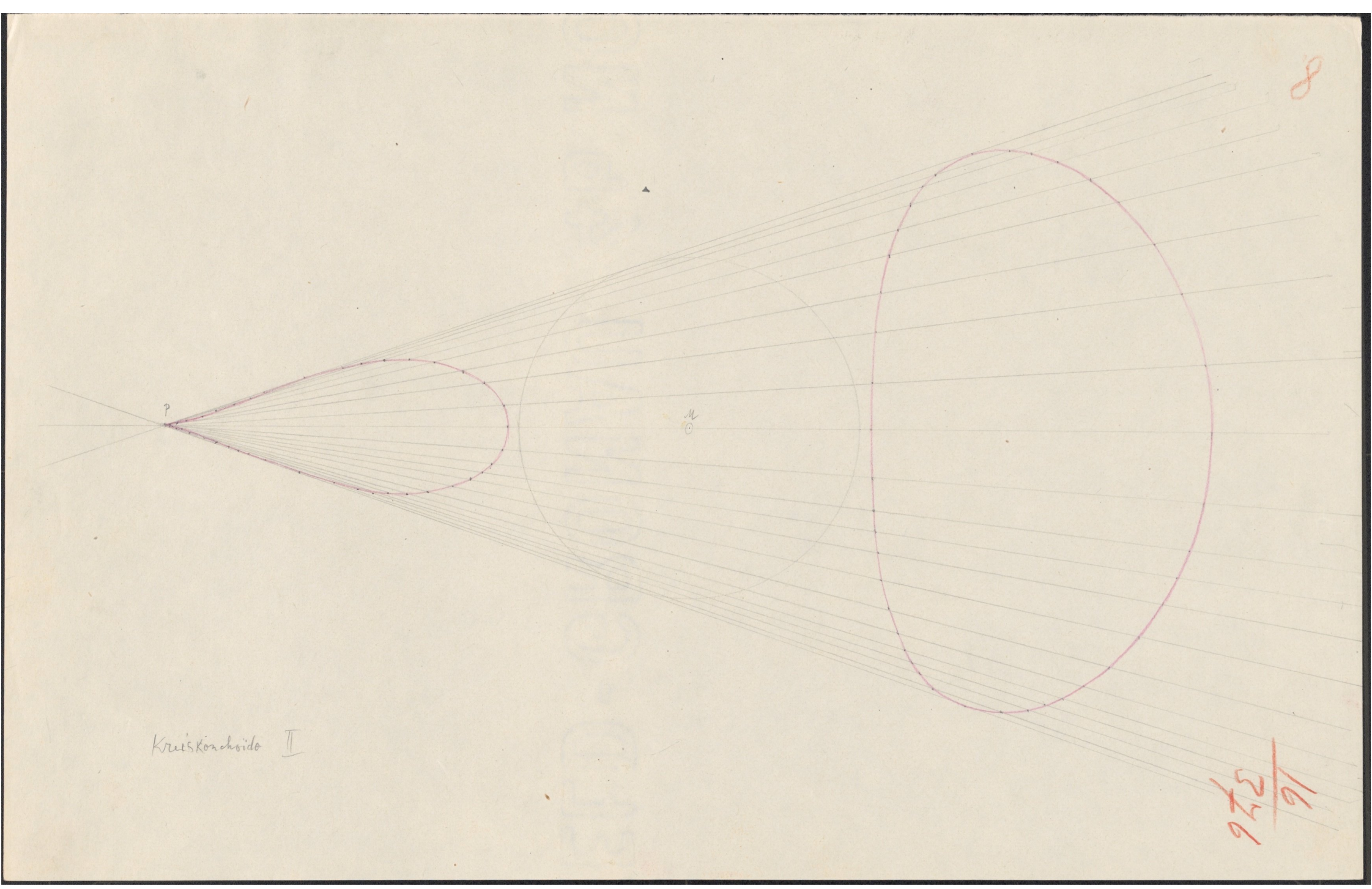
bei der Kreis Konchoide tritt an die Stelle Der Geraden a)[1] ein Kreis; und es ist also auf[2] allen Schnittpunkten der Strahlen mit dem Kreis[3] ein gewählter Abstand beidseitig abzutragen. Von der Wahl des Abstandes (am Abstand P zum Kreis gemessen) hängt die dreifache Grundform ab, aber auch von der Distanz von P zum Kreis an sich (am Radius gemessen)

Kreiskonchoide I

[1] \ a) /

[2] auf ~~den~~ \ allen /

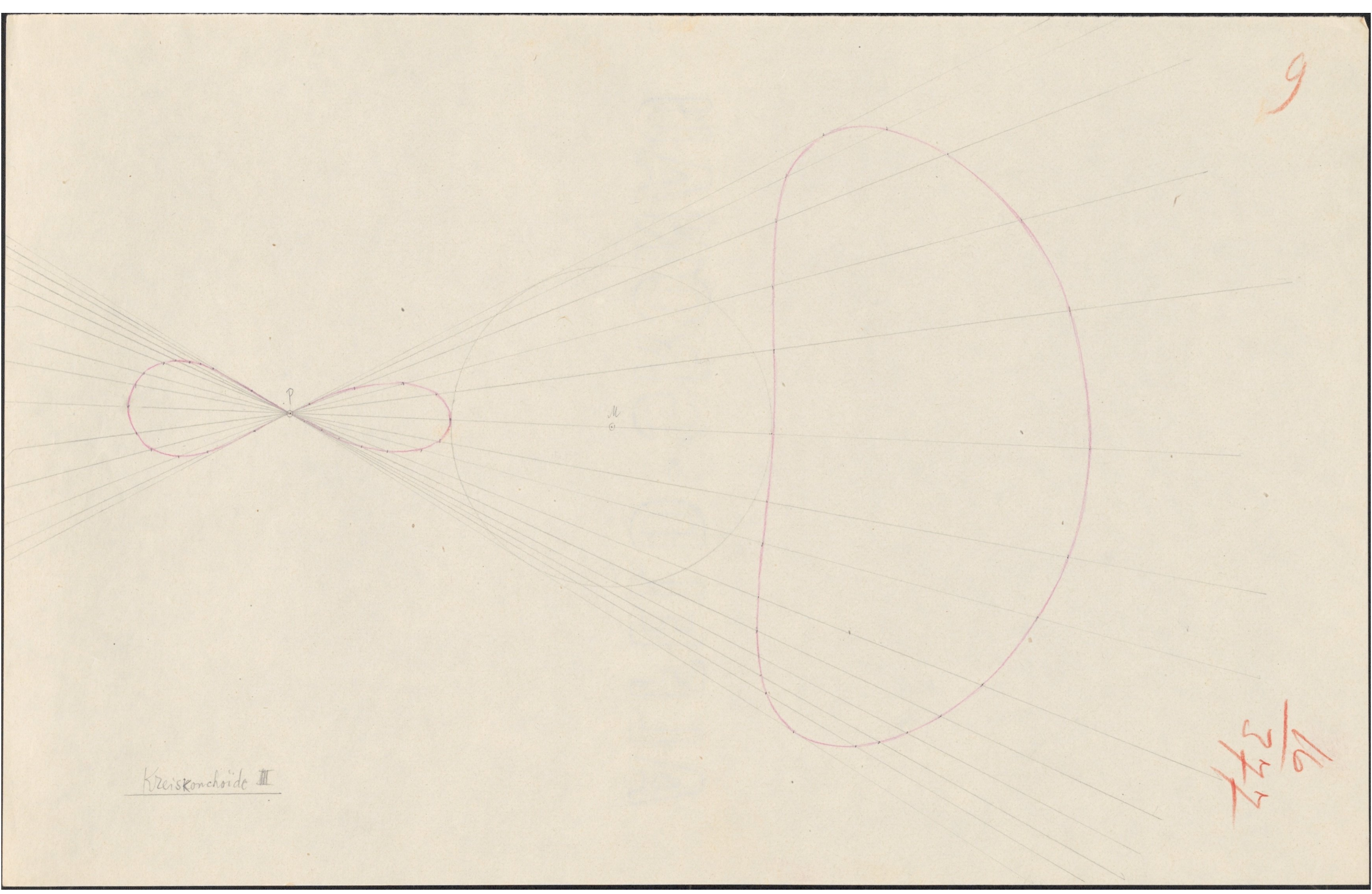
[3] Kreis ~~aus~~ // ~~Gerade~~



Kreiskonchoide II

Kreiskonchoide II

Paul Klee, II.16 Kegelschnitte, BG II.16/411



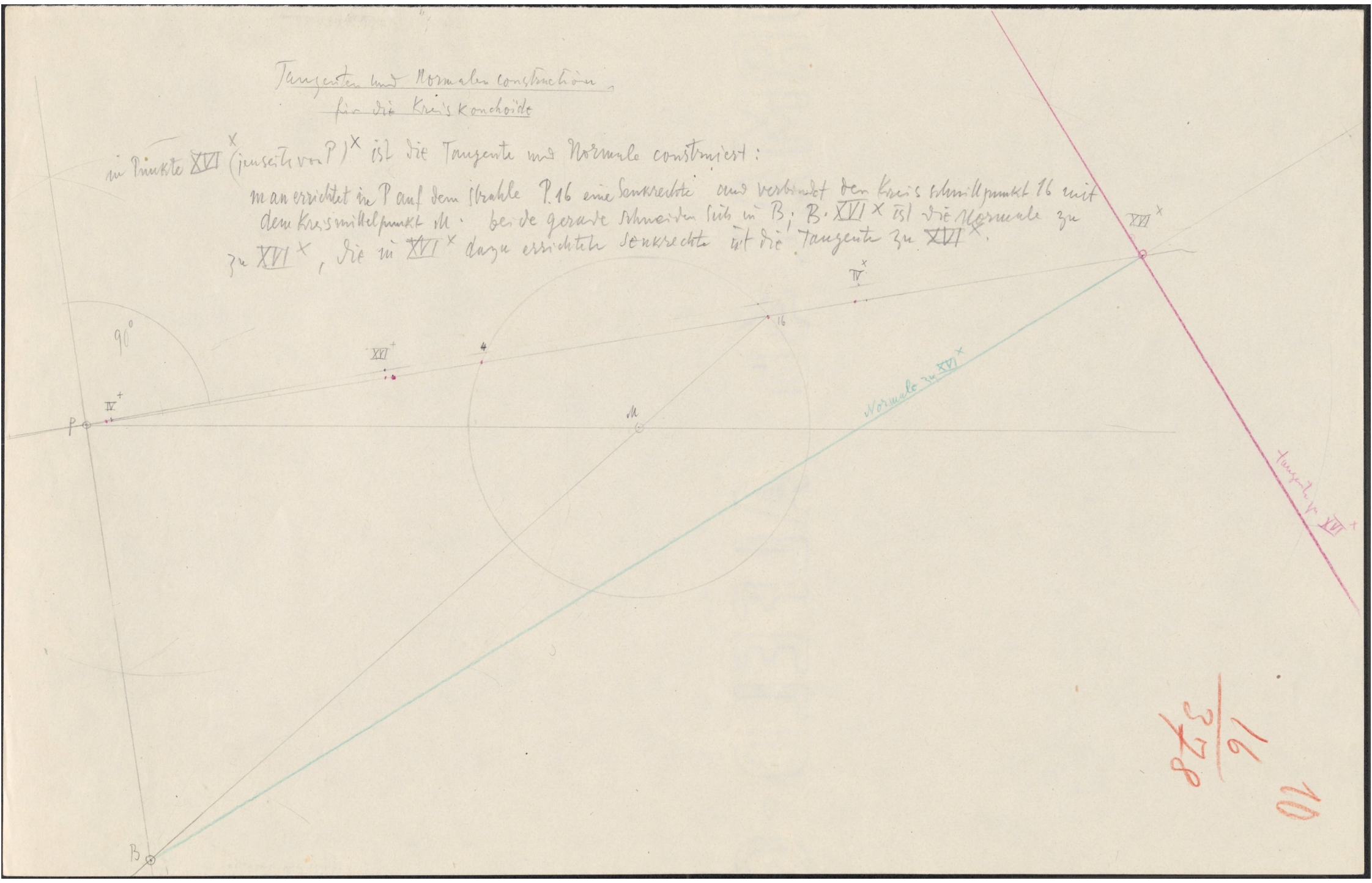
Kreiskonchoide III

Kreiskonchoide III

Paul Klee, II.16 Kegelschnitte, BG II.16/412

Tangenten und Normalen construction
für die Kreis konchoide

im Punkte XVI^x (jenseits von P)^x ist die Tangente und Normale construiert:
man errichtet in P auf dem Strahle P.16 eine Senkrechte und verbindet den Kreisschnittpunkt 16 mit dem Kreismittelpunkt M. beide Gerade schneiden sich in B; B.XVI x ist die Normale zu zu XVI^x, die in XVI^x dazu errichtete Senkrechte ist die Tangente zu XVI^x



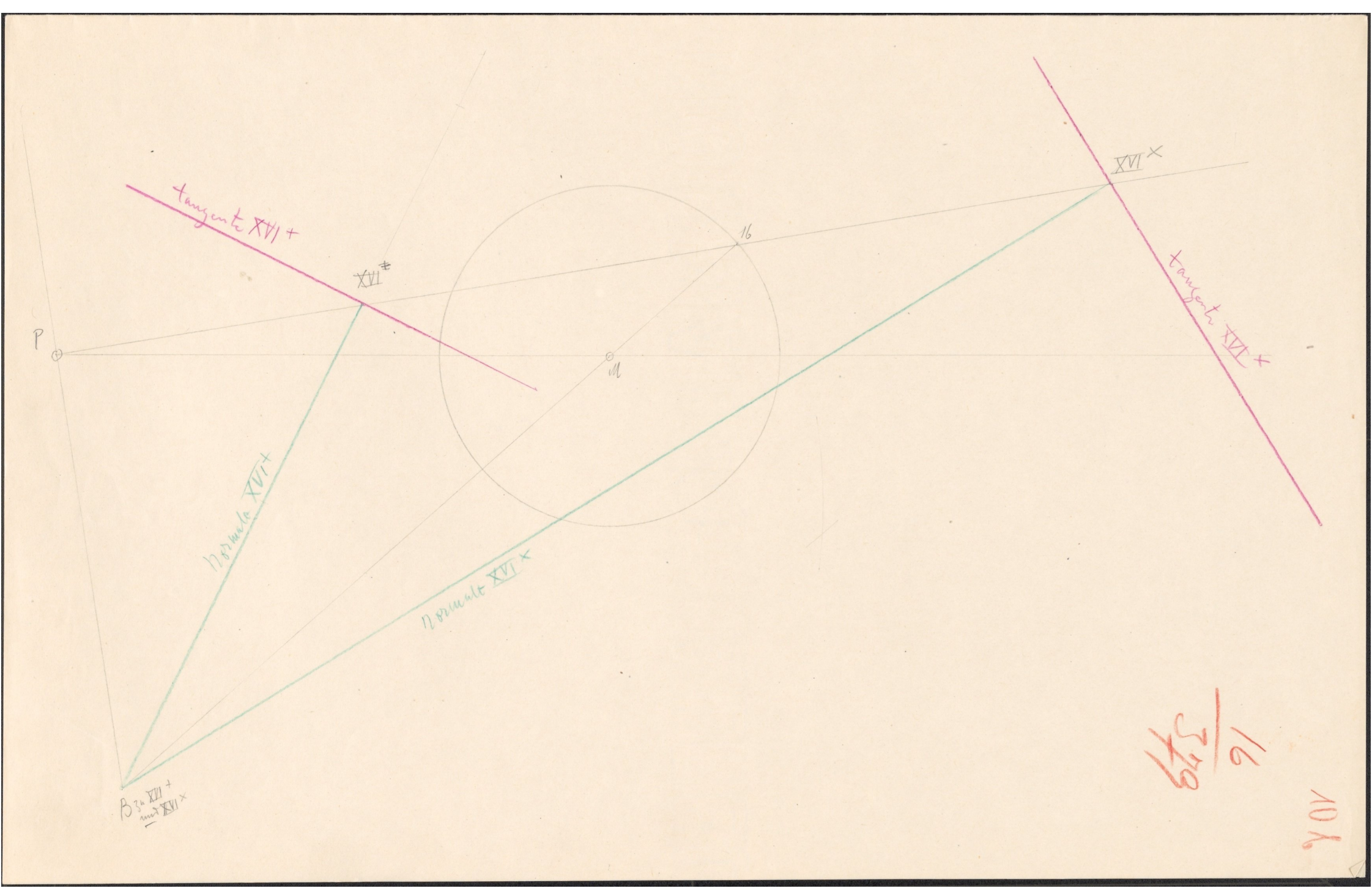
Tangenten und Normalenconstruction
für die Kreiskonchoide

im Punkte XVI^x (jenseits von P)^x ist die Tangente und Normale construiert:
man errichtet in P auf dem Strahle P.16 eine Senkrechte und verbindet den Kreisschnittpunkt 16 mit dem Kreismittelpunkt M. beide Gerade schneiden sich in B; B.XVI x ist die Normale zu zu XVI^x, die in XVI^x dazu errichtete Senkrechte ist die Tangente zu XVI^x

Normale zu XVI^x

Tangente zu XVI^x

Paul Klee, II.16 Kegelschnitte, BG II.16/413



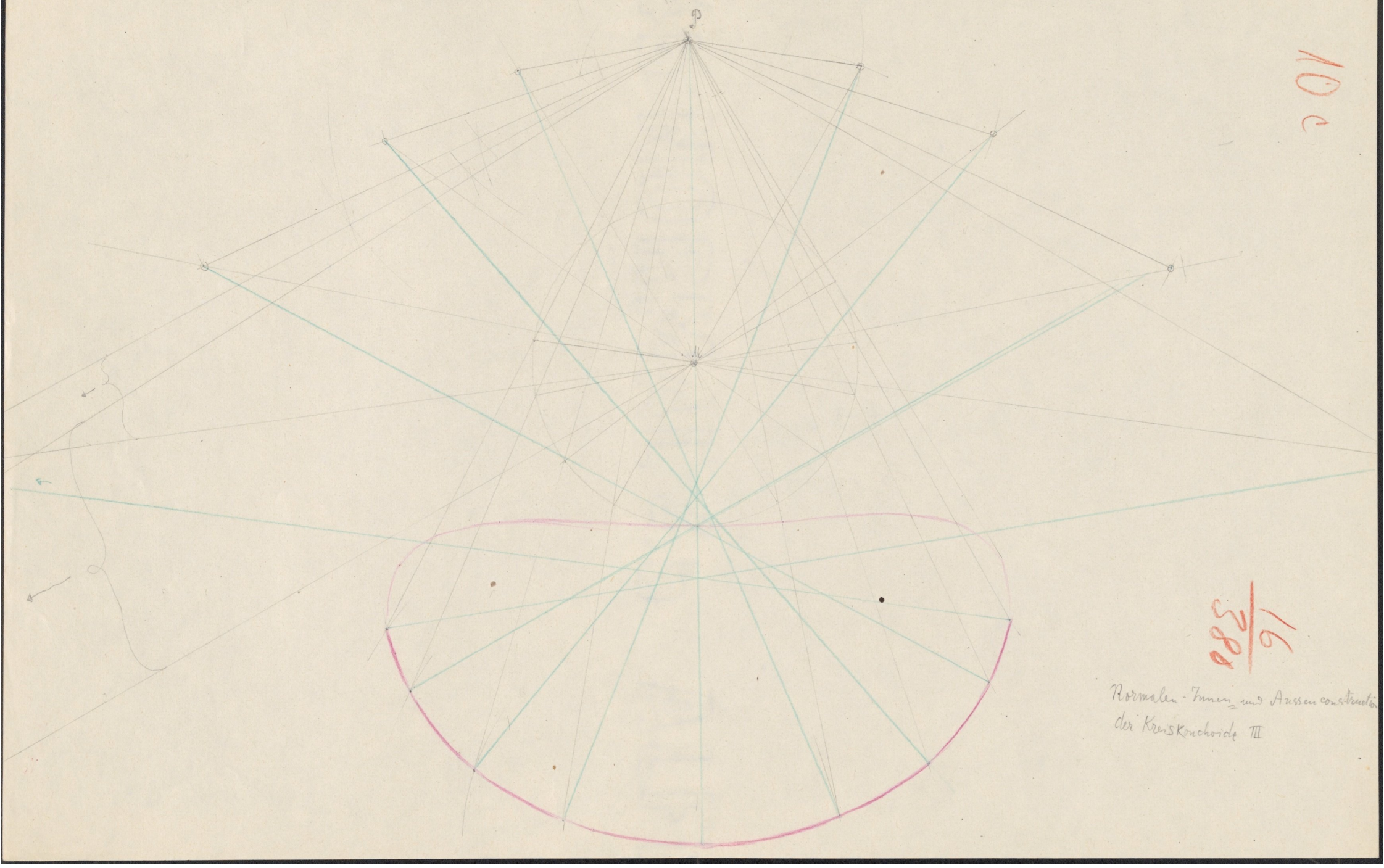
tangente XVI^{x}

tangente XVI^{x}

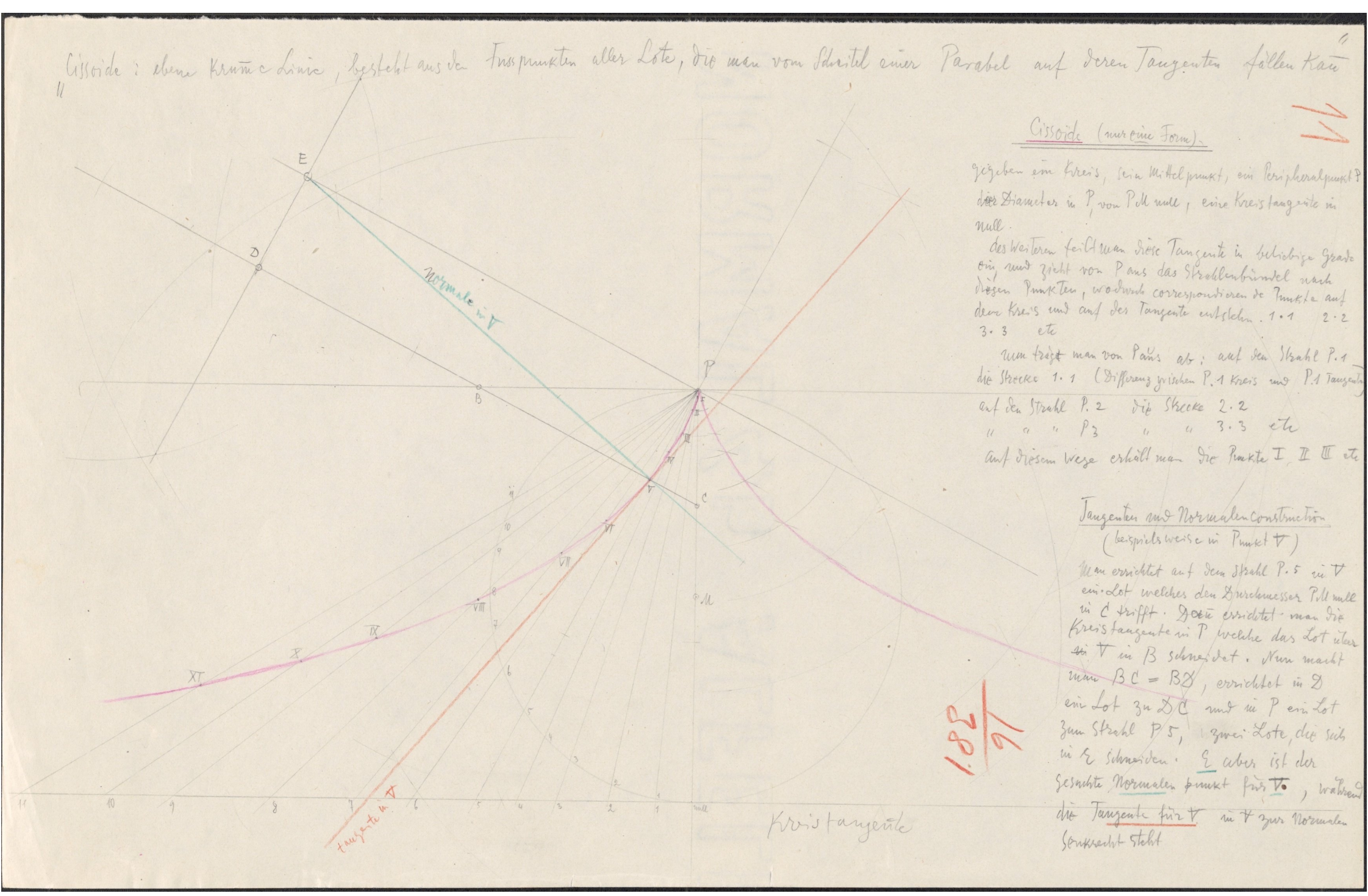
normale XVI^{x}

normale XVI^{x}

10b



Normalen-Innen= und Aussenconstruction
der Kreiskonchoide III



„Cissoide: ebene krumme Linie, besteht aus den Fusspunkten aller Lote, die man vom Scheitel einer Parabel auf deren Tangente fällen kann“

11

Cissoide (nur eine Form)

gegeben ein Kreis, sein Mittelpunkt, ein Peripheralpunkt P der Diameter in P, von PM null, eine Kreistangente in null.

des Weiteren teilt man diese Tangente in beliebige Grade ein, und zieht von P aus Strahlenbündel nach diesen Punkten, wodurch correspondierende Punkte auf deren Kreis und auf der Tangente entstehen. 1 · 1 2 · 2 3 · 3 etc

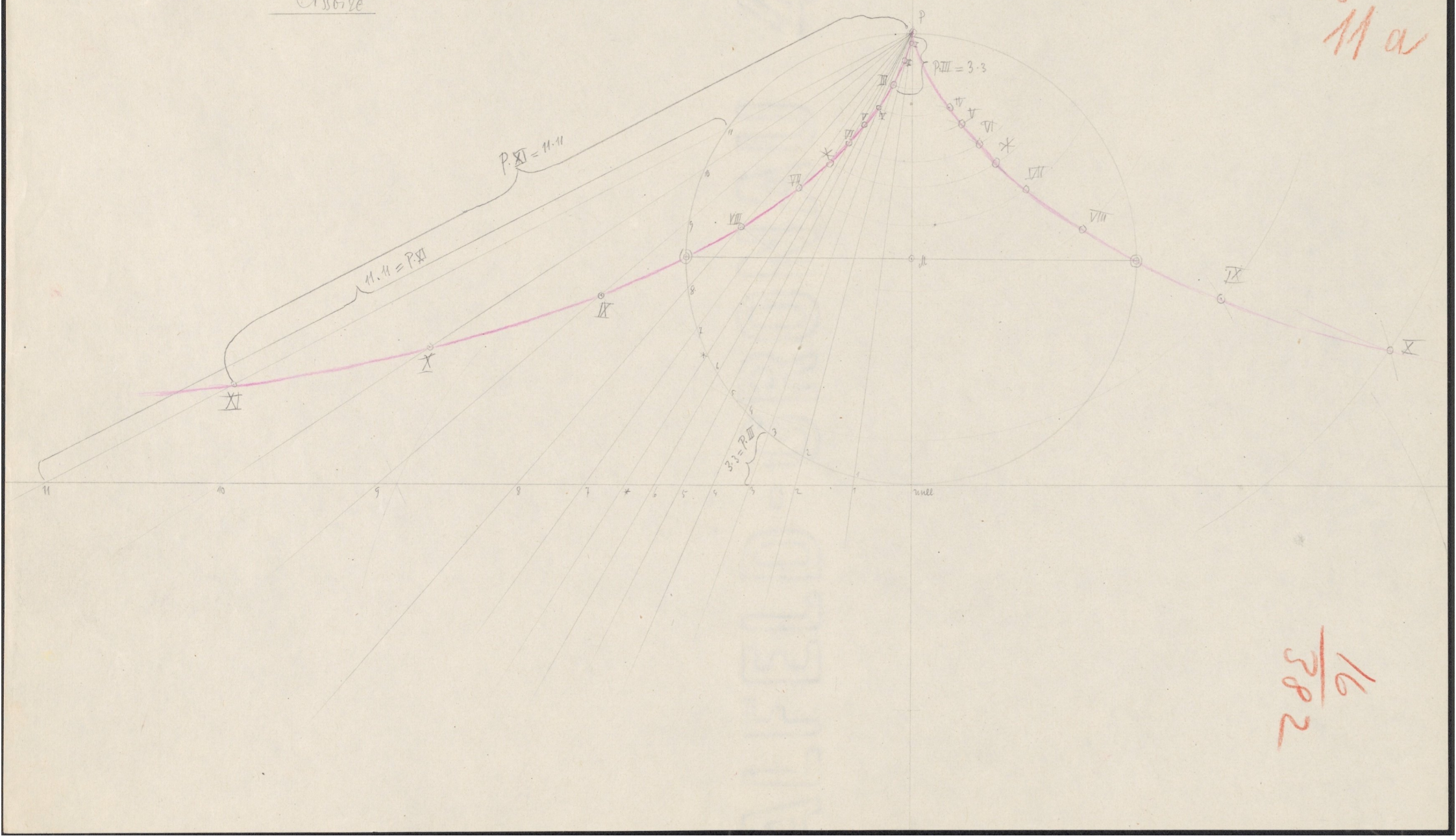
nun trägt man von P aus ab: auf den Strahl P.1 die Strecke 1 · 1 (Differenz zwischen P.1 Kreis und P.1 Tangente)
auf den Strahl P.2 die Strecke 2 · 2
" " " P.3 " " 3 · 3 etc
auf diesem Wege erhält man die Punkte I, II, III etc

Tangenten und Normalenconstruction

(beispielsweise in Punkt V)

Man errichtet auf dem Strahl P.5 in V ein Lot welches den Durchmesser PM null in C trifft. Dann errichtet man die Kreistangente in P welche das Lot über[1] V in B schneidet. Nun macht man BC = BD, errichtet in D ein Lot zu DC und in P ein Lot zum Strahl P5, zwei Lote, die sich in E schneiden. E aber ist der gesuchte Normalenpunkt für V. während die Tangente für V in V zur Normalen senkrecht steht.

[1] über // ~~in~~

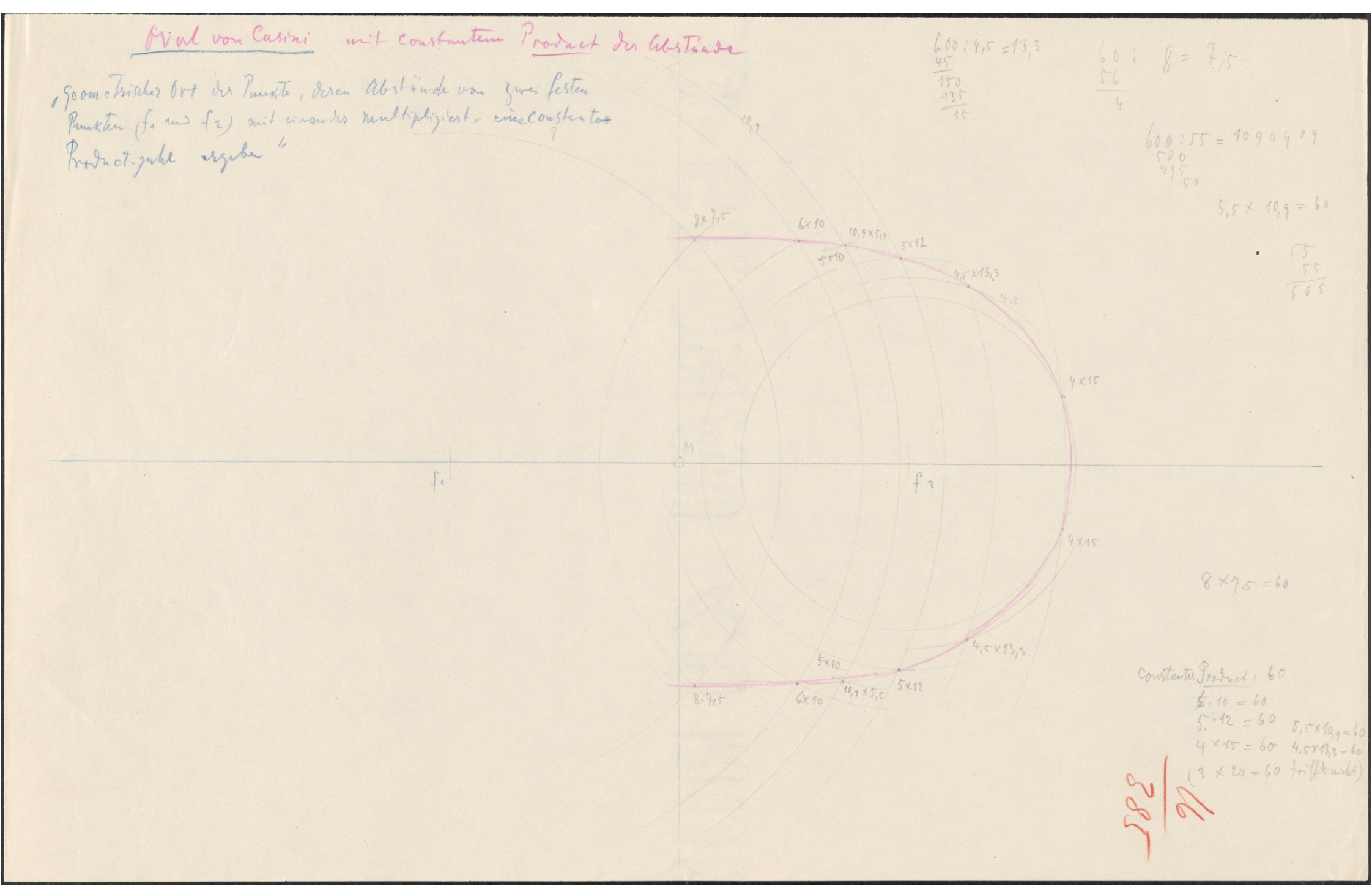

Cissoide
P
P.III = 3·3
P.XI = 11·11
11·11 = P.XI
3·3 = P.III
I
II
III
IV
V
VI
VII
VIII
IX
X
XI
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
null

PW 15
16
383

Cassini Oval
und Lemniskate
(Anhang zu d. Kegelschnitten)

Cassini Oval
und Lemniskate
(Anhang zu d. Kegelschnitten)

Echtes
(nicht combiniertes) Oval



Oval von Cassini mit constantem Product der Abstände

„geometrischer Ort der Punkte, deren Abstände von zwei festen Punkten (f1 und f2) mit einander multipliziert, eine constante[1] Productzahl ergeben“

Constantes Product: 60

[1] constantes

16
386

Cassini - Oval.

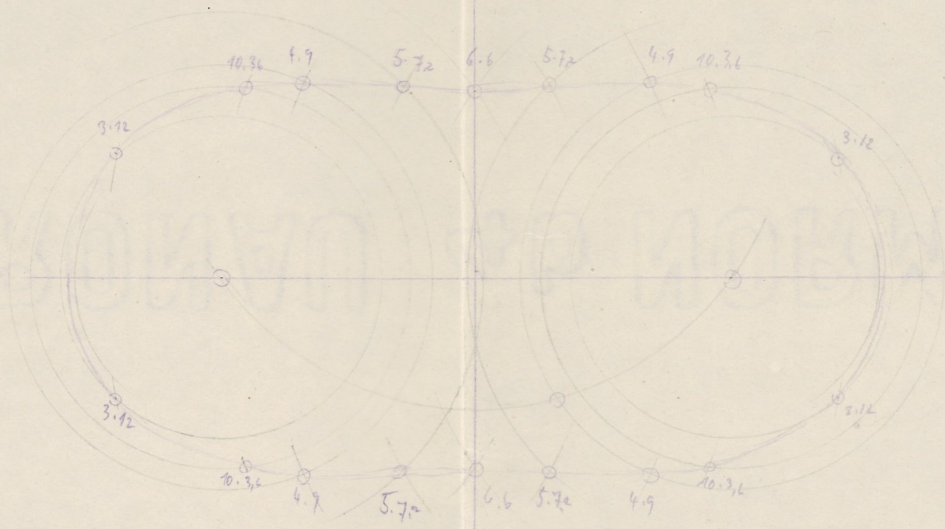
Cassini – Oval

36 Product
1. 36
2. 18
3. 12
4. 9
5. 7,2
6. 6
7. 5,14
8. 4,5
9. 4
10. 3,6
11. 3,3
12. 3
13. 2,77
14. 2,57
15.
16.
17.
18. 2
19.
20.
21
22
23
24.

Cassinisches Oval

der geometrische Ort der Punkte deren Abstände von 2 Punkten aus jeweils dasselbe Product ergeben

16
387



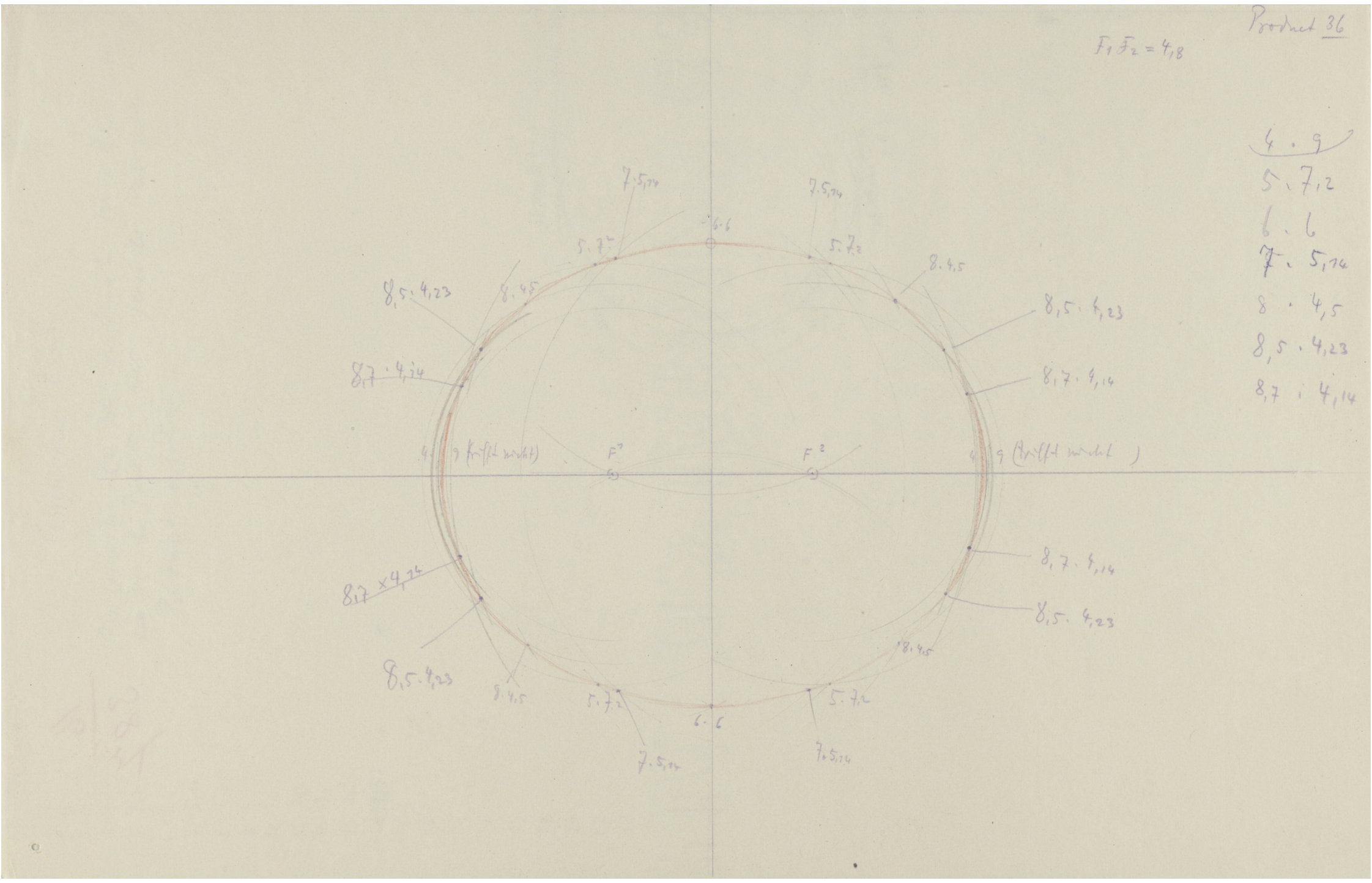
$f_1 \cdot f_2 = 9.7$

36 Product

Cassinisches Oval

der geometrische ort der Punkte deren Abstände[1] von 2 Punkten aus jeweils dasselbe Product ergeben

[1] Abstände // ~~die~~



Product 36

(trifft nicht)

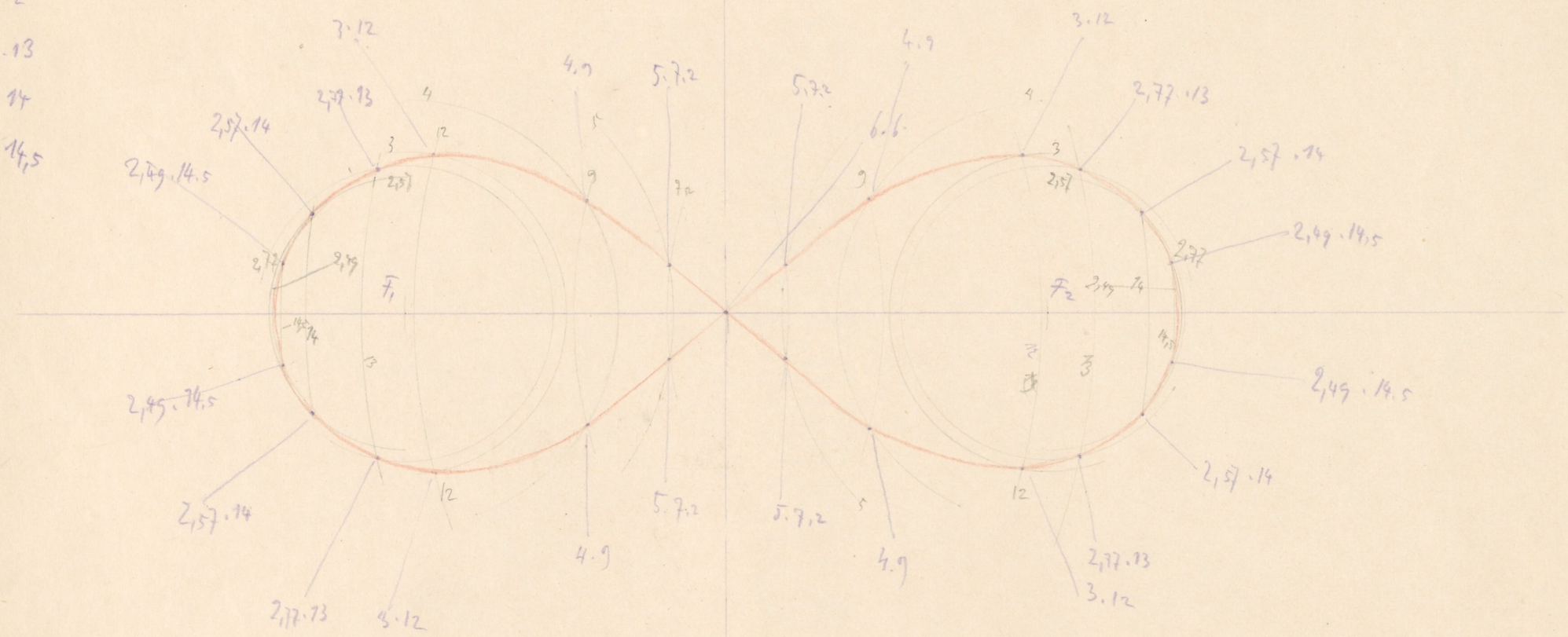
(trifft nicht)

Product 36
$F_1 F_2 = 12$

6 . 6
5 . 7,2
4 . 9
3 . 12
2,77 . 13
2,57 . 14
2,45 . 14,5

Lemniskate

special fall: wenn $F_1 \cdot F_2 = 2 \cdot \sqrt{\text{Product}}$



Product 36
F1 F2 = 12

Lemniskate
Specialfall; wenn F1 · F2 = 2 √Product

PN 15
46
389

Umgeformte Reihen

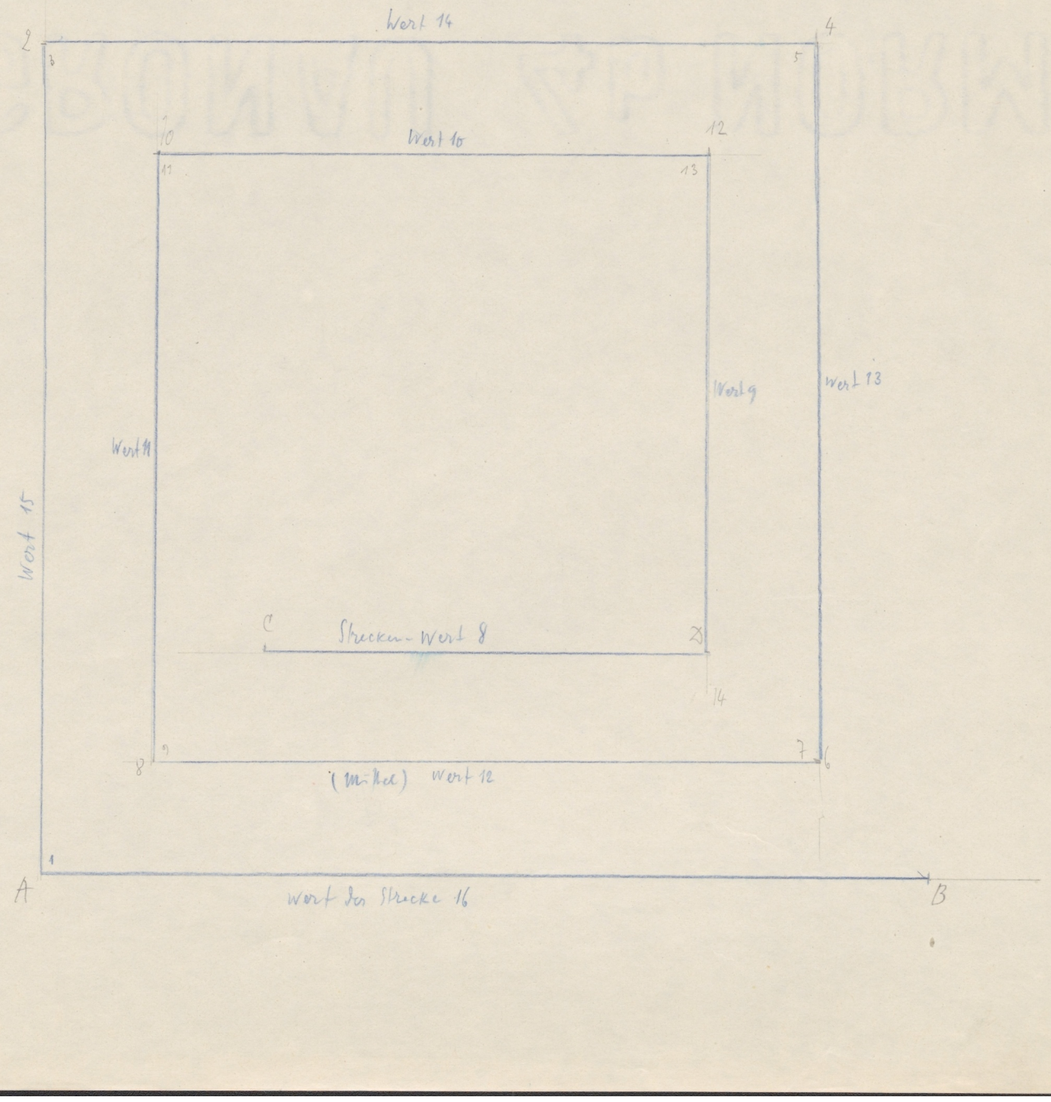
(Spiralartige An-Ordnung)

Umgeformte Reihen

(Spiralarten Anordnung[1])

[1] \ An/Ordnung

16
390



Wert 14

Wert 10

Wert 9 Wert 13

Wert 11

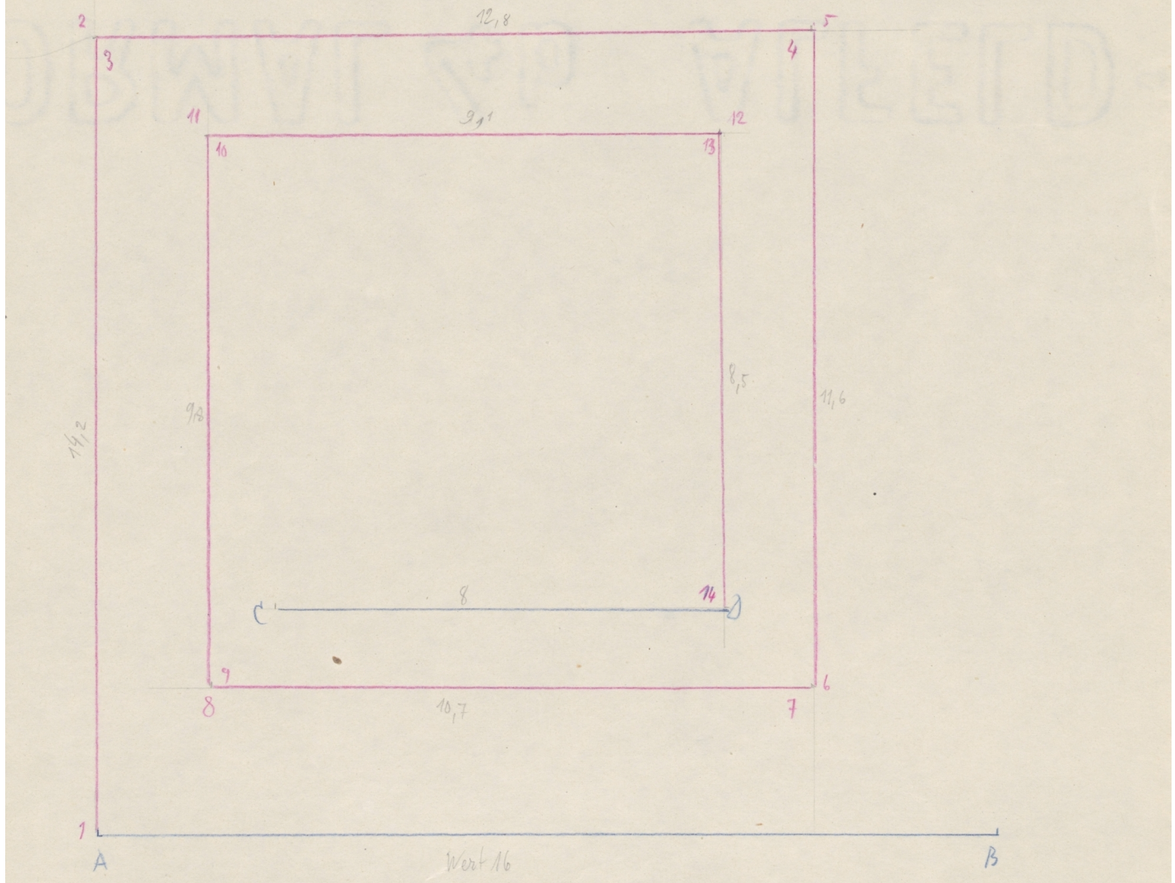
Wert 15

Strecken-Wert 8

(Mittel) Wert 12

Wert der Strecke 16

16
391



Proportionale Bewegung im Quadrat in Bezug auf a) Seiten → b) Winkel →

die Seitenzahlen (bei 1 zu messen begonnen) nehmen ab 20, 19, 18 17 etc., von 20 also 1
" Winkelzahlen (" 1 " " ") " " 90°, 85,5°, 81° 76,5° etc, von 90° also 4,5°
was dem Verhältnis
von 1 : 20 entspricht
denn
1 : 20 = 4,5 : 90

Probe der Proportionalität:
für 20 (Seite) mit 90 (Winkel) beim
Schritt nach 19 (Seite)

$\frac{20}{19} = \frac{90}{x}$ $\quad 90 = \frac{20x}{19}$

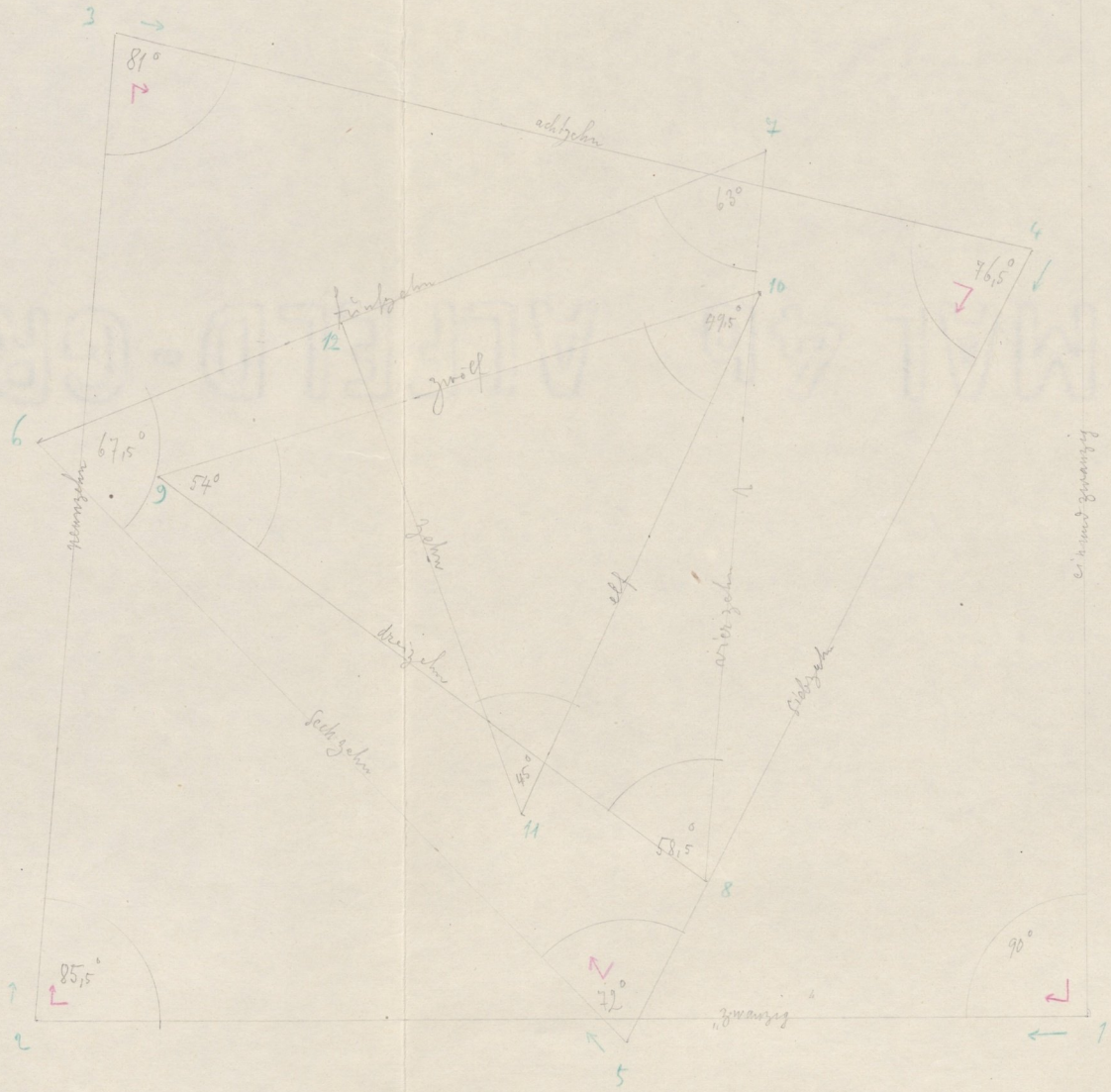
$20x = 90 \cdot 19$ $\quad x = \frac{90 \cdot 19}{20}$

weiteres $= 85{,}5°$

beim Schritt nach 18

$\frac{20}{18} = \frac{9}{x}$ $\quad x = \frac{90 \cdot 18}{20} = 81$

etc



Product der Proportinalität:
für 20 (Seite)[1] und 90 (Winkel)[2] beim
Schritt nach 19 (Seite)

achtzehn

weiteren
beim Schritt nach 18

fünfzehn

zwölf

etc.

zehn

elf

einundzwanzig

dreizehn

vierzehn

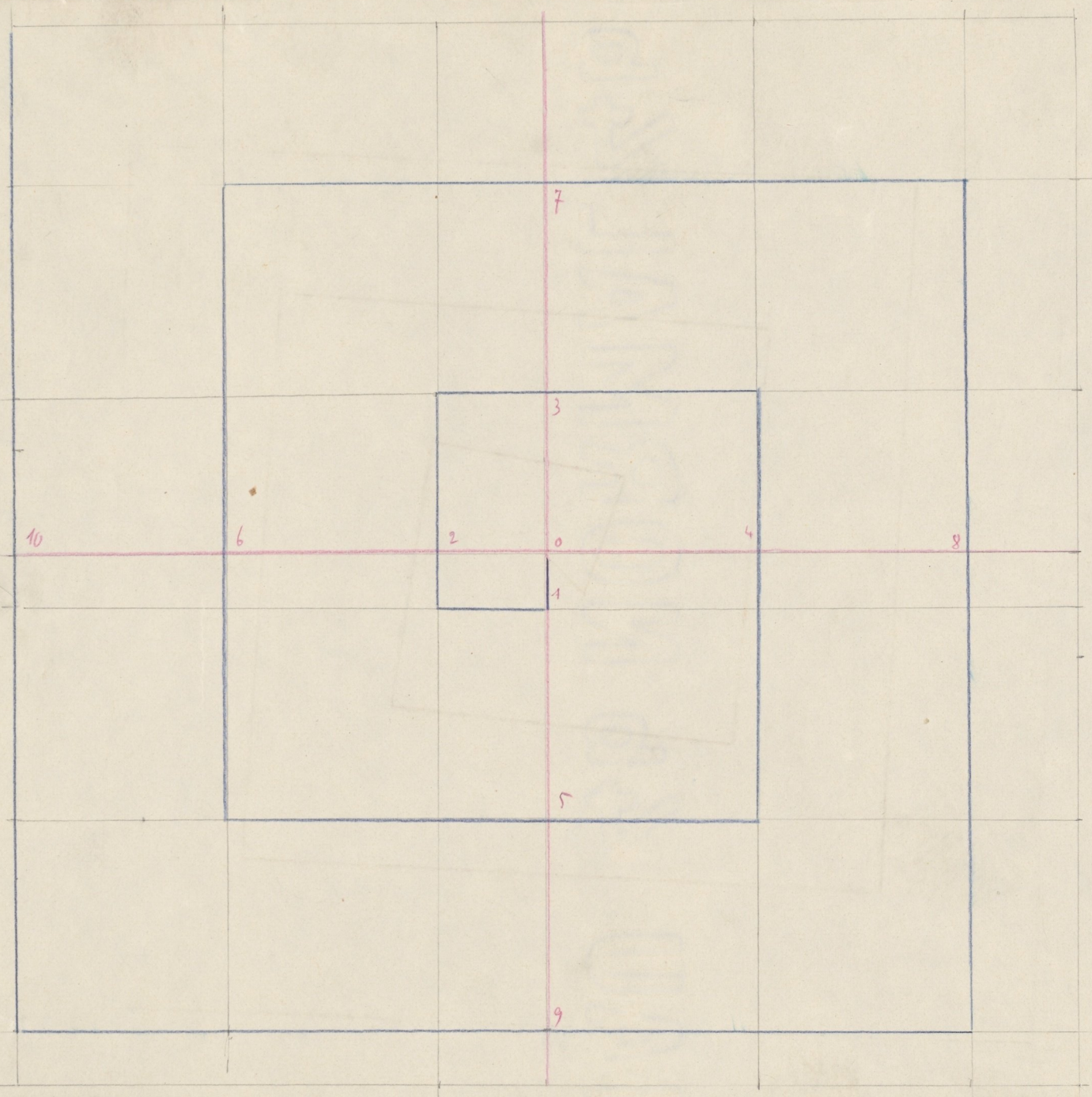
sechzehn

siebzehn

„zwanzig"

[1] \ (Seite) /

[2] \ (Winkel)



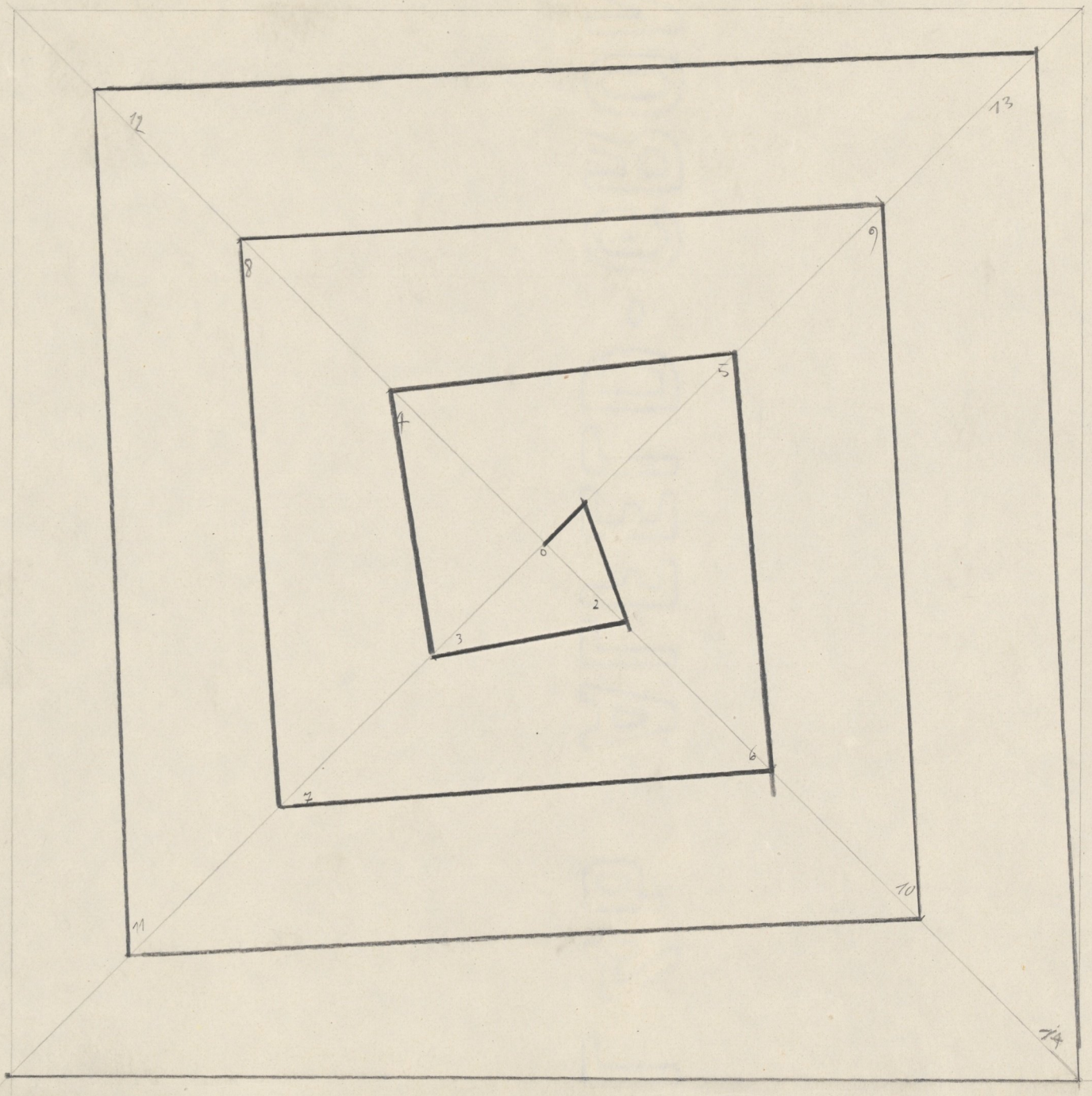
Charakter der gebrochenen Spirale
durch bewegliche
Lotrechte Abstände von Centrum auf den Seitenhalbierungsloten gemessen, construiert

(secundäre) Wirkung

<u>Charakter der gebrochenen Spirale</u>
durch beweglich[1]e
Lotrechte Abstände von Centrum auf den Seitenhalbierungsloten gemessen, construiert

(secundäre) Wirkung

[1] be\weg/liche ~~A~~



Gebrochener
Spiralen charakter
durch
Diagonalen bewegung

(tertiäre)
Wirkung

16/395

gebrochener
Spiralencharakter
durch
Diagonalenbewegung

(tertiäre)
Wirkung

PM5

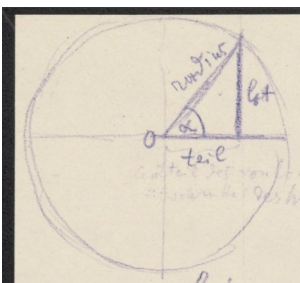
Sinus = und

16
399

Cosinus Curve

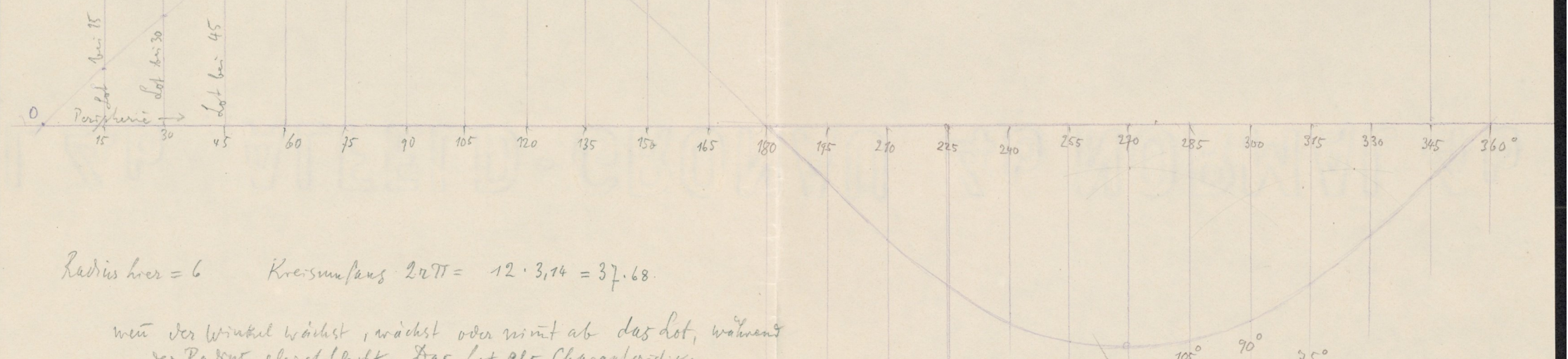
Sinus = und

Cosinus Curve



$\sin\alpha = \frac{\text{Lot}}{\text{radius}}$

$\cos\alpha = \frac{\text{radius}}{\text{teil}}$



Radius hier = 6 Kreisumfang $2r\pi = 12 \cdot 3{,}14 = 37.68$

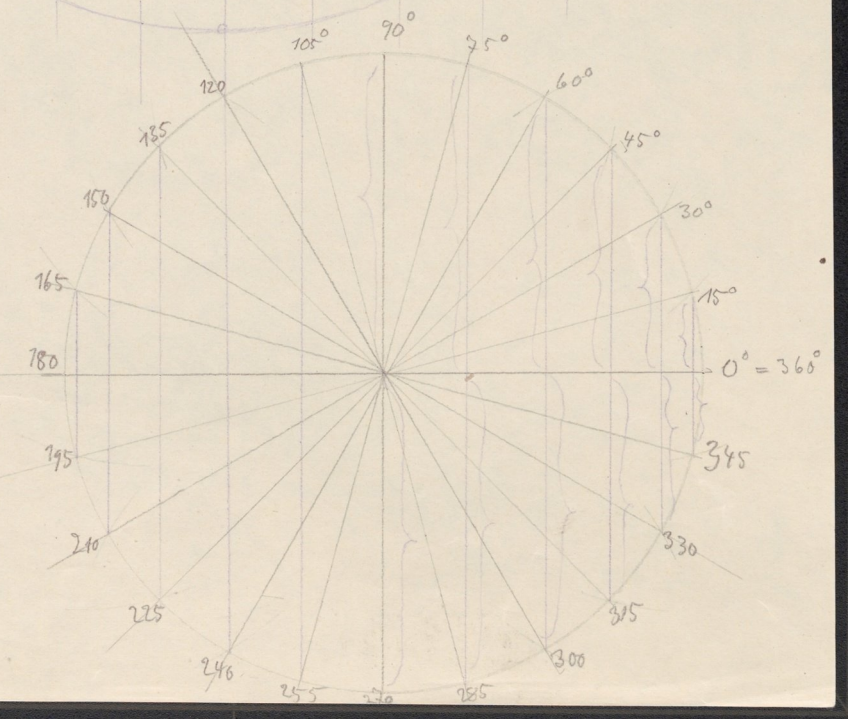
wenn der Winkel wächst, wächst oder nimmt ab das Lot, während der Radius gleich bleibt. Das Lot als Charakteristikum gibt also bei dieser Bewegung den Ausschlag, und es findet eigentlich eine Auseinandersetzung zwischen Peripherie teilen und Loten statt. Daraus construiert sich die Sinus curve

abscisse

Sinus Curve

16
408

die Peripherie rollt sich ab
das Lot beteiligt sich nicht physikalisch,
sondern absolut



399a

Sinus Curve

die Peripherie rollt sich ab
das Lot beteiligt sich nicht physikalisch
sondern absolut

$\sin\alpha = \frac{\text{Lot}}{\text{radius}}$

$\cos\alpha = \frac{\text{radius}}{\text{teil}}$

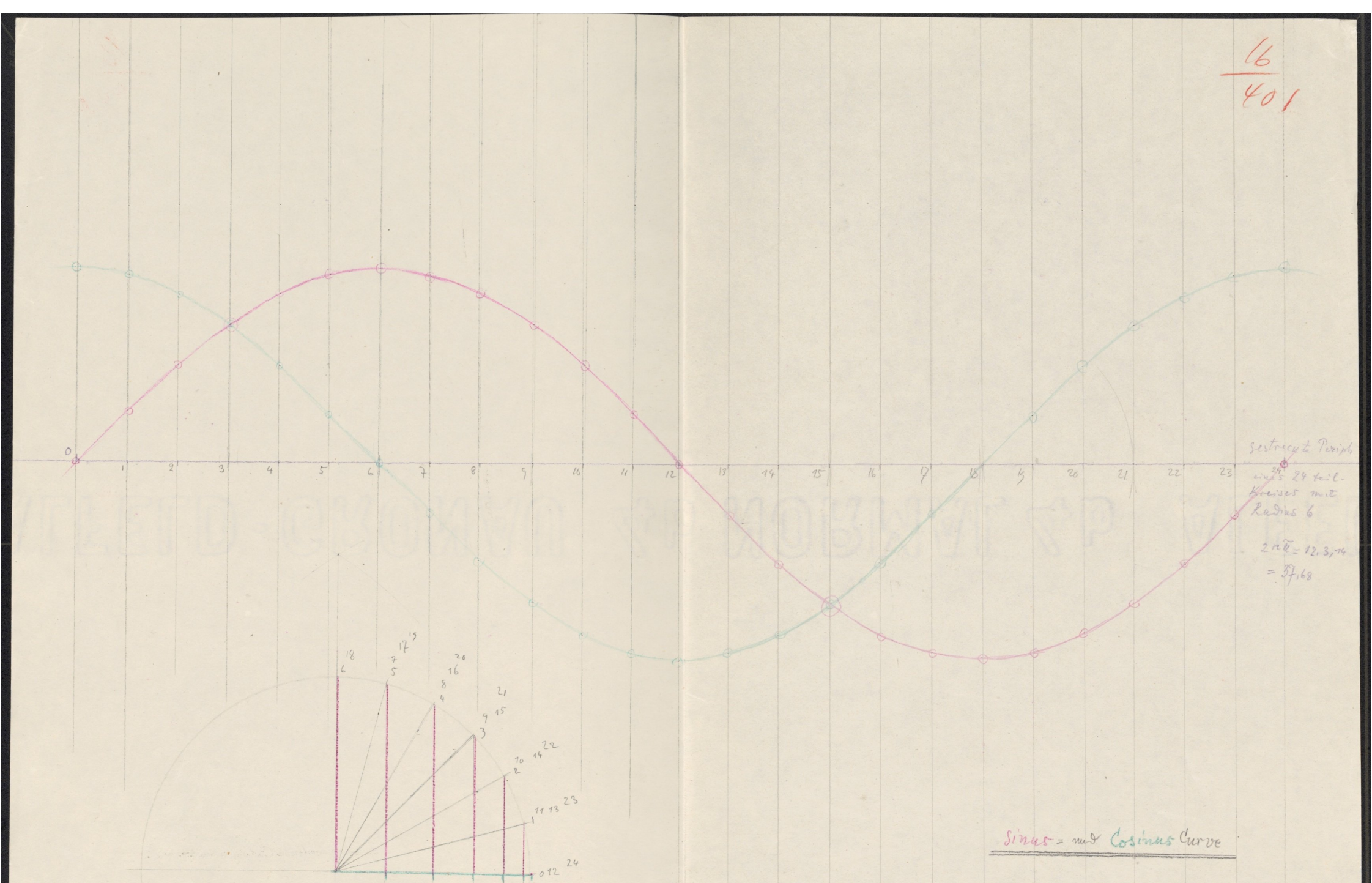
Peripherie

Radius hier = 6 Kreisumfang $2r\pi = 12 \cdot 3.14 = 37.68$

wenn der Winkel wächst, wächst oder nimmt ab das Lot, während der Radius gleich bleibt. Das Lot als Charakteristikum gibt also bei dieser Bewegung den Ausschlag, und es findet eigentlich eine Auseinandersetzung zwischen Peripherieteilen und Loten statt. Daraus construiert sich die Sinuscurve

abscisse

16
401

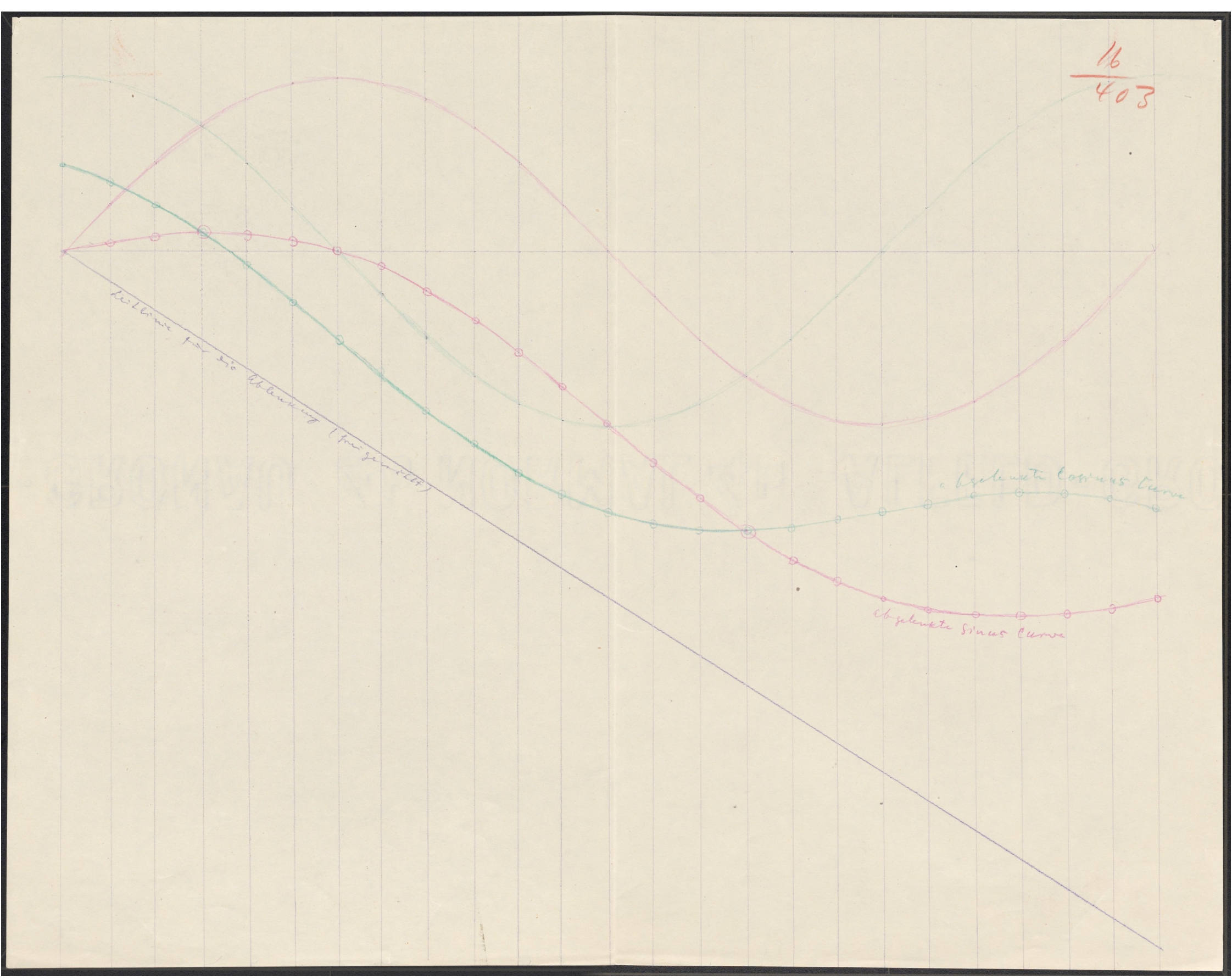


gestreckte Periph
eines 24 teil-
Kreises mit
Radius 6

$2r\pi = 12 \cdot 3.14$
$= 37.68$

Sinus = und Cosinus Curve

Sinus- und Cosinus Curve

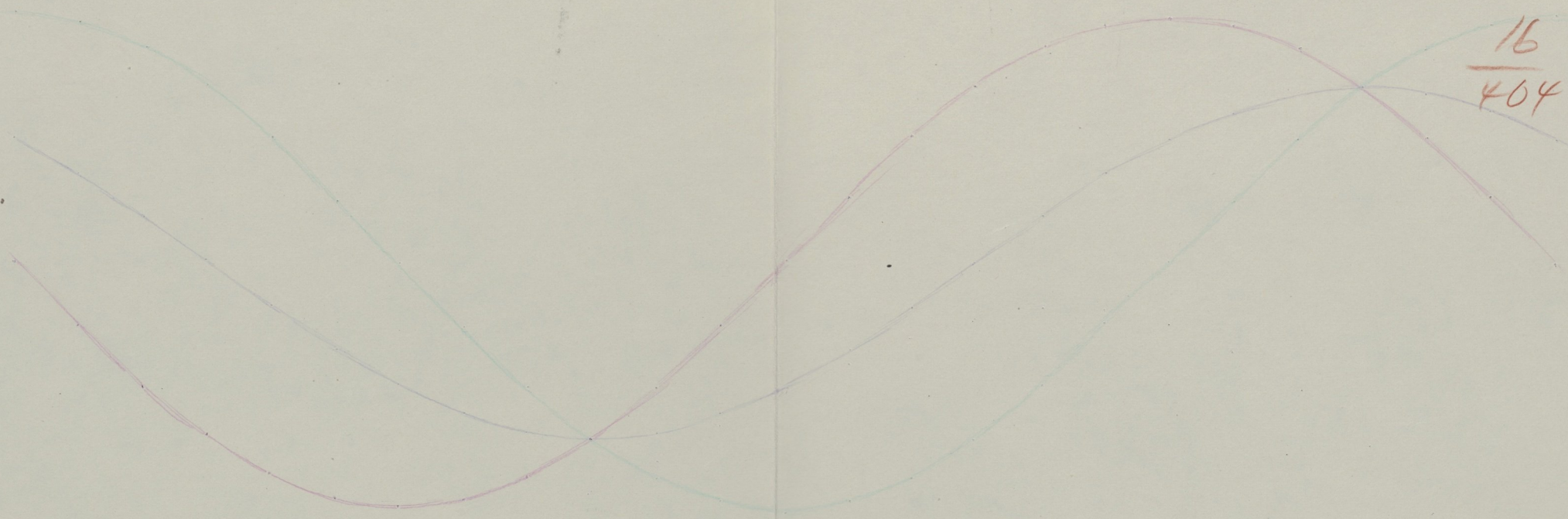


Leitlinie für die Ablenkung (frei gewählt)

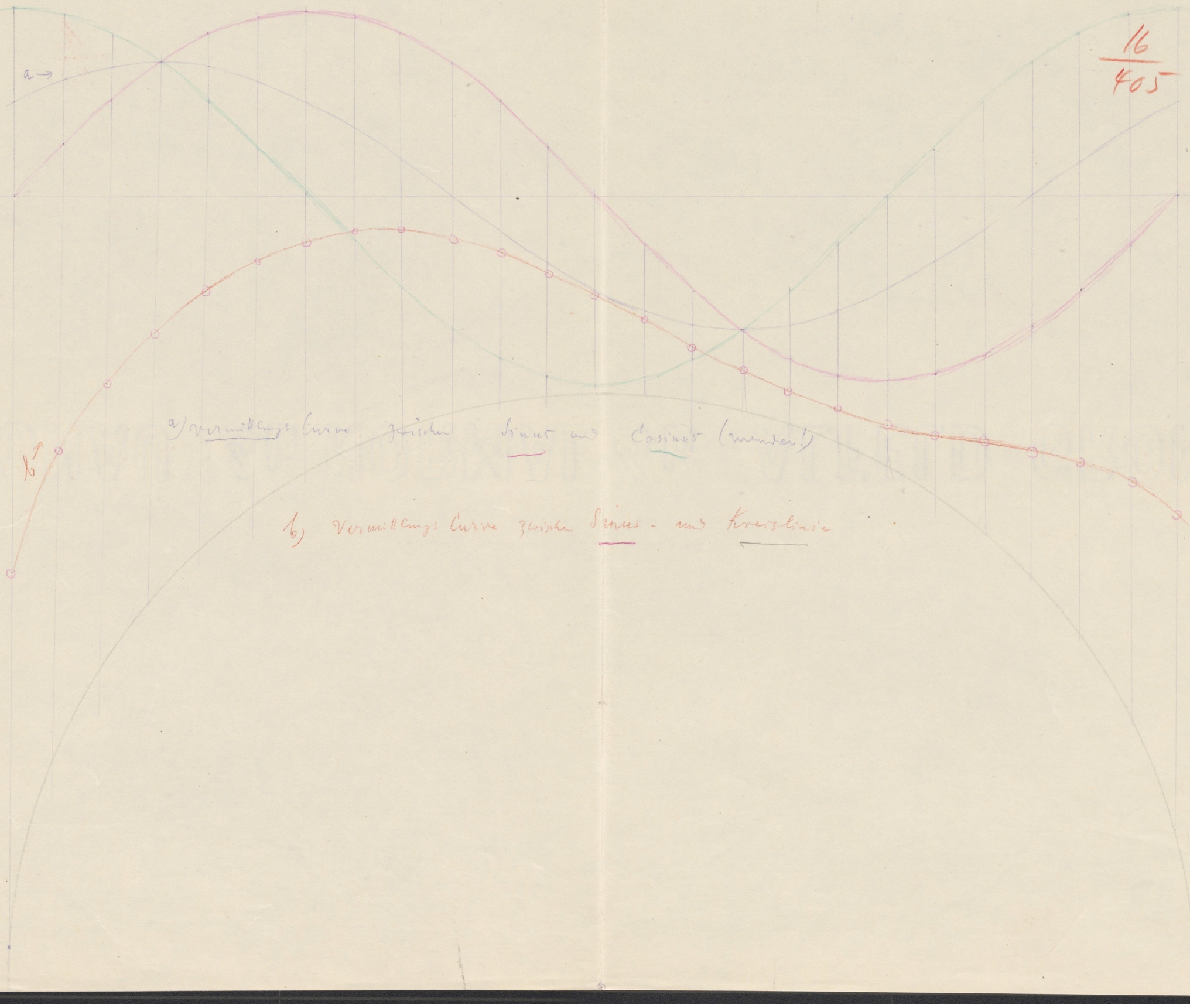
Abgelenkte Conius Curve

Abgelenkte Sinus Curve

16
404



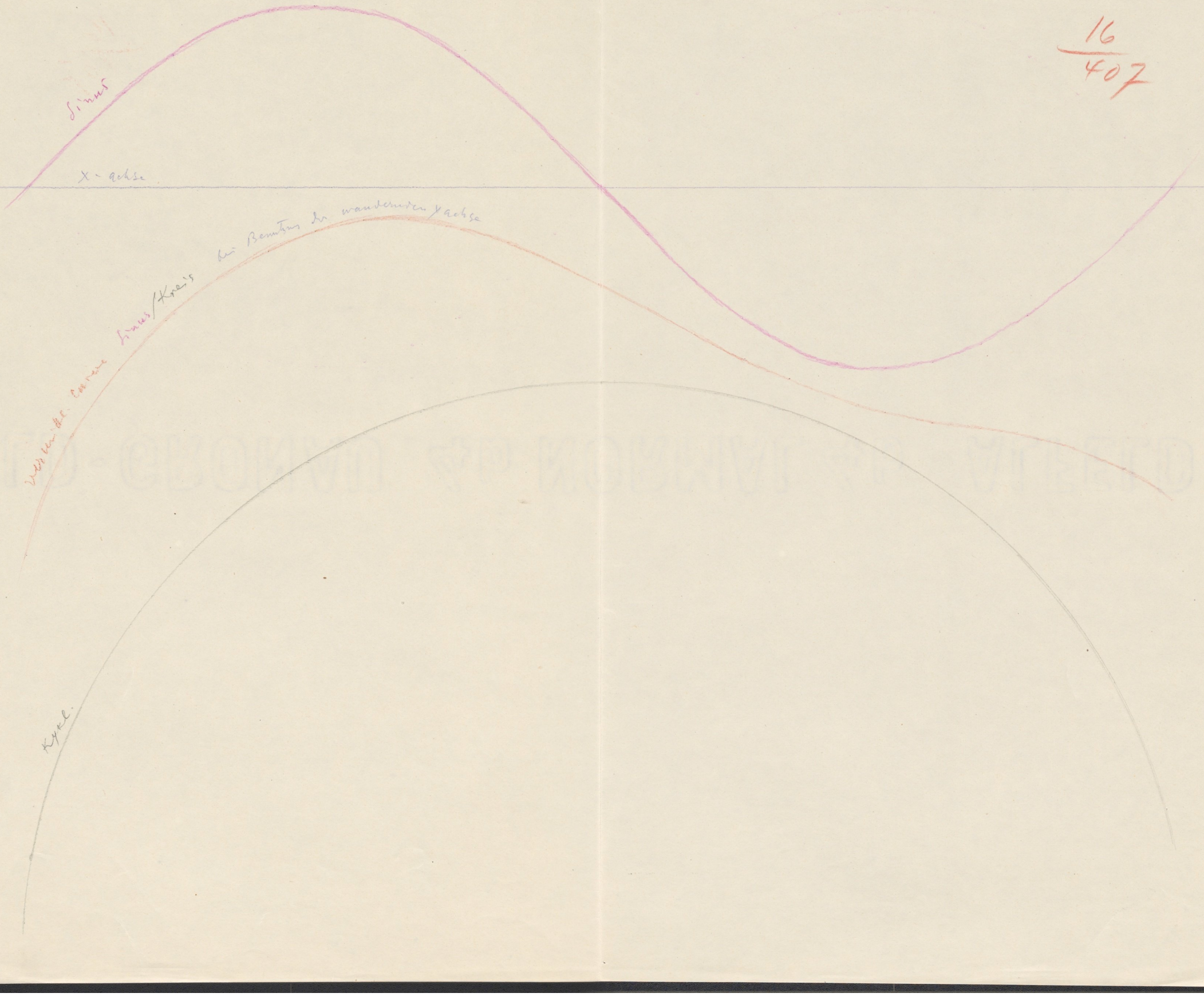
Sinus - Cosinus vermittelt



16
405

a, Vermittlungs Curve zwischen Sinus und Cosinus (wenden!)

b, Vermittlungs Curve zwischen Sinus und Kreislinie

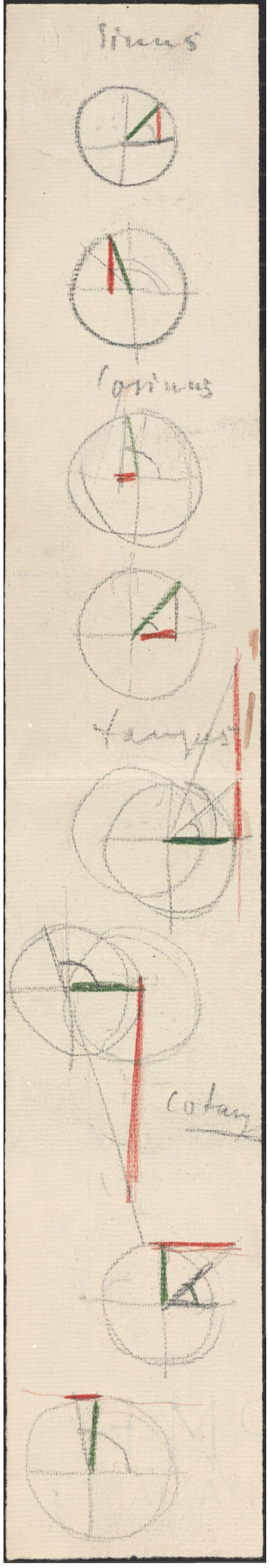


Sinus

x-Achse

Vermittl. Curve Sinus/Kreis bei Benutzung der wandernden y achse

Kykl.

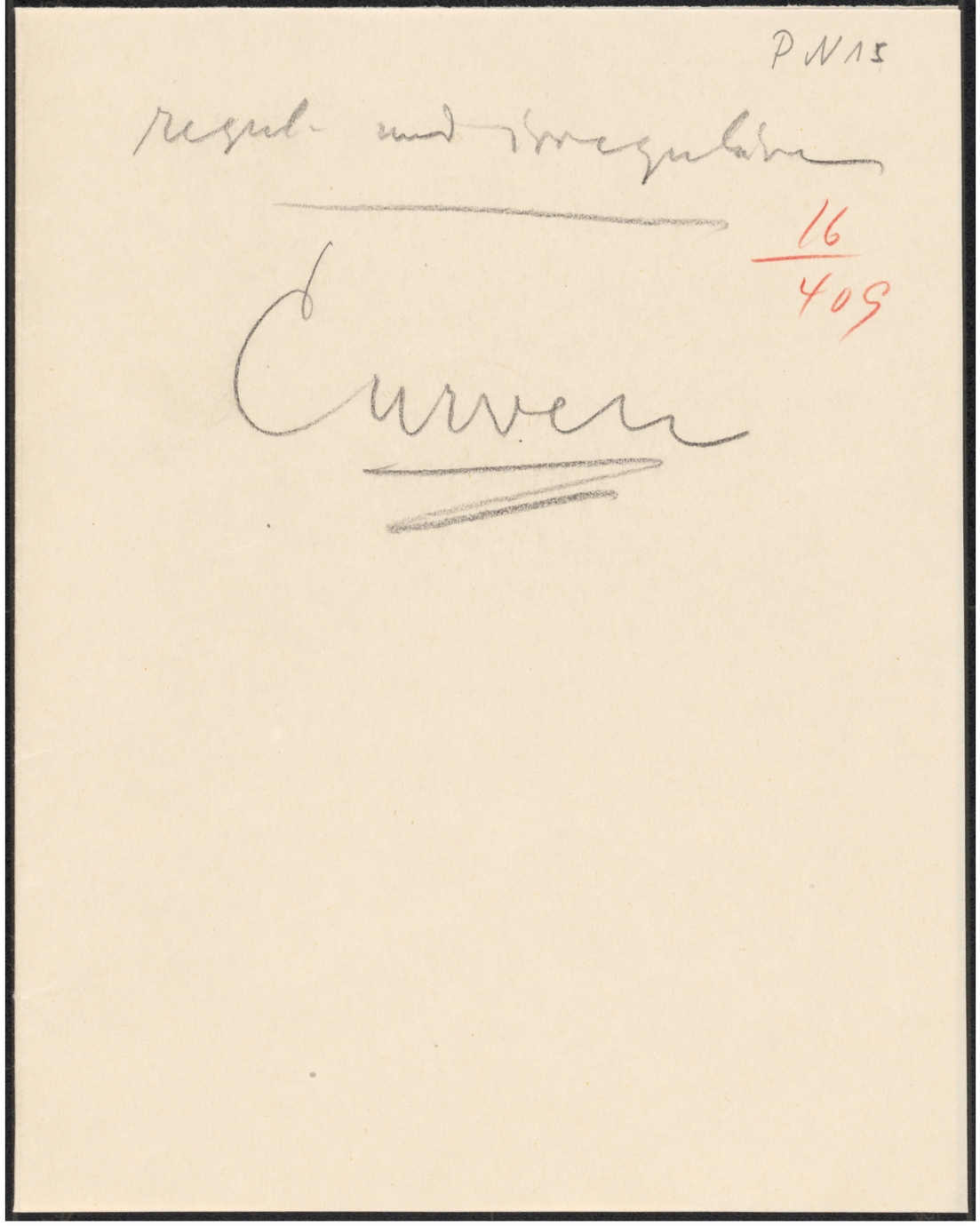


Sinus

Cosinus

tangens

Cotang

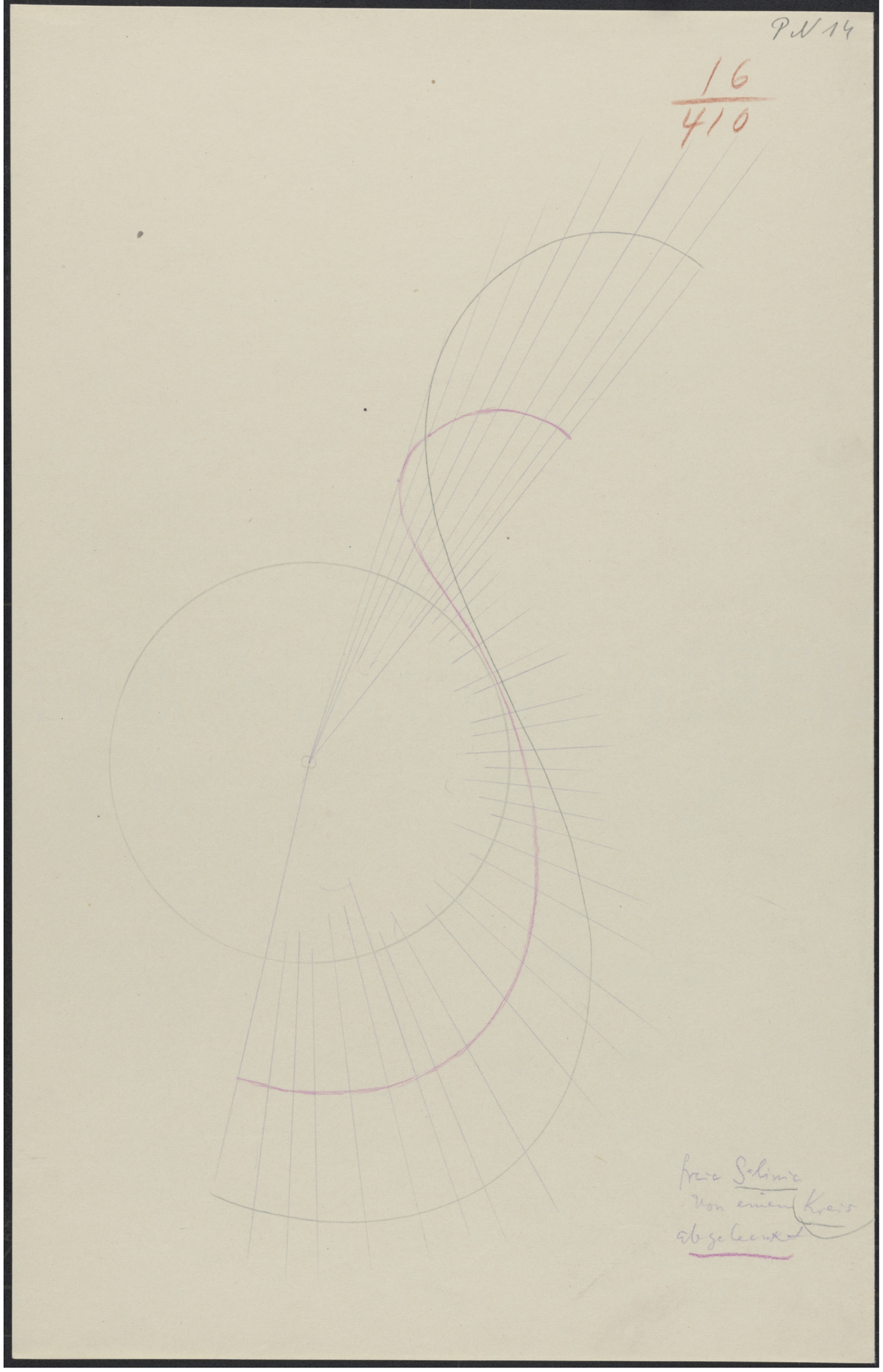


regul. und irregulären

Curven

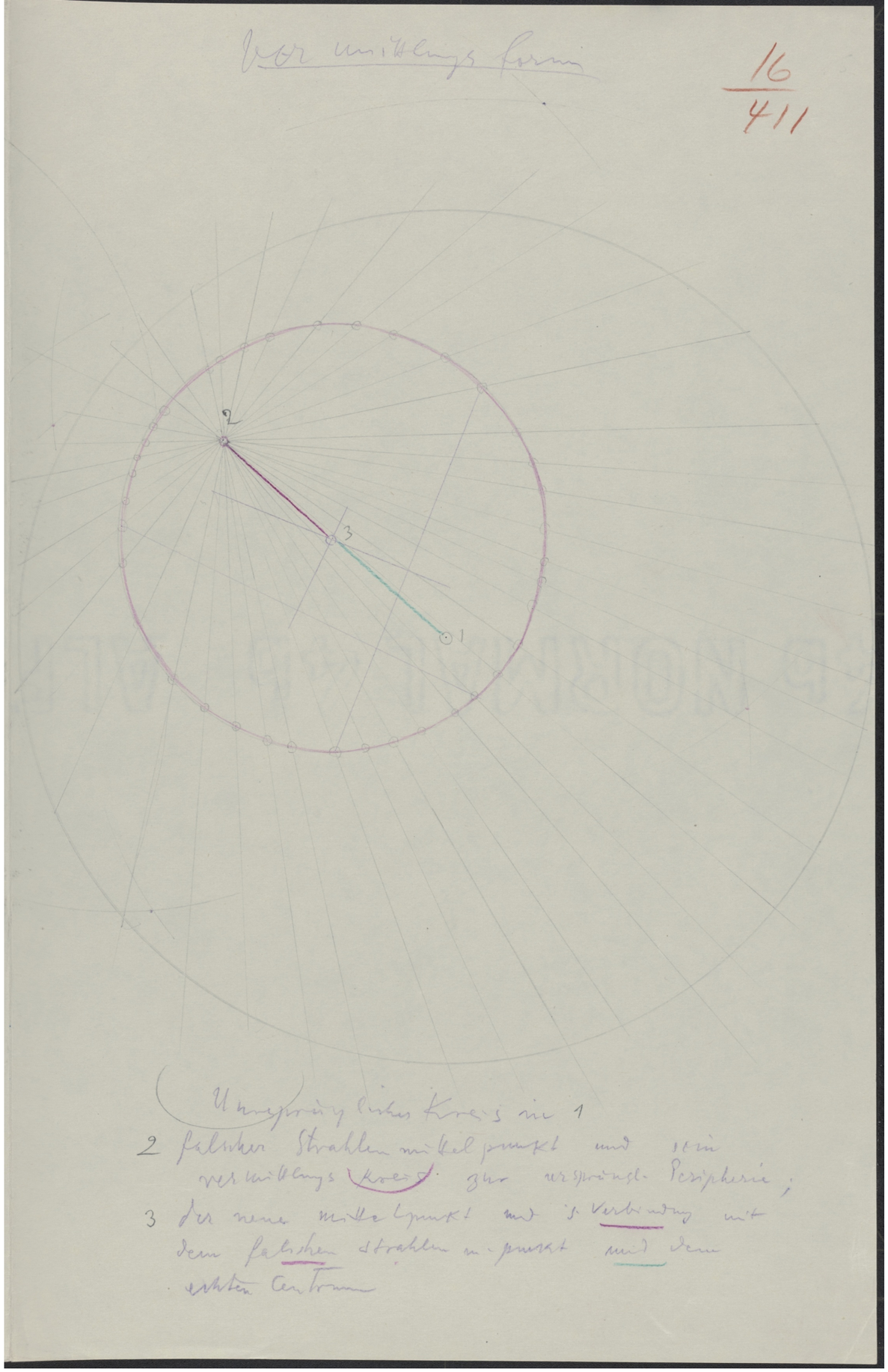
PN 14

16
410



freie S-linie
von einem Kreis
abgelenkt

Vermittlungsform

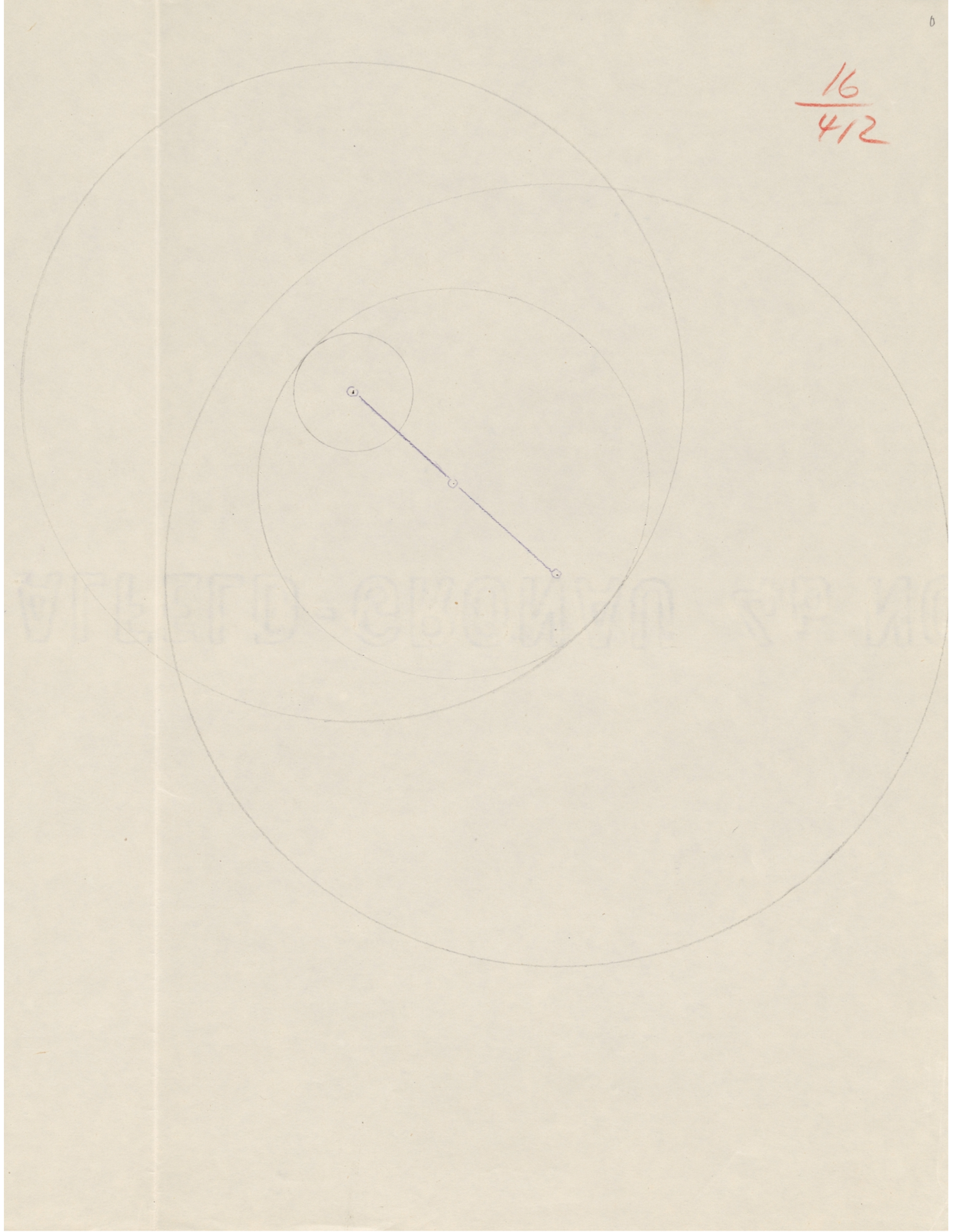


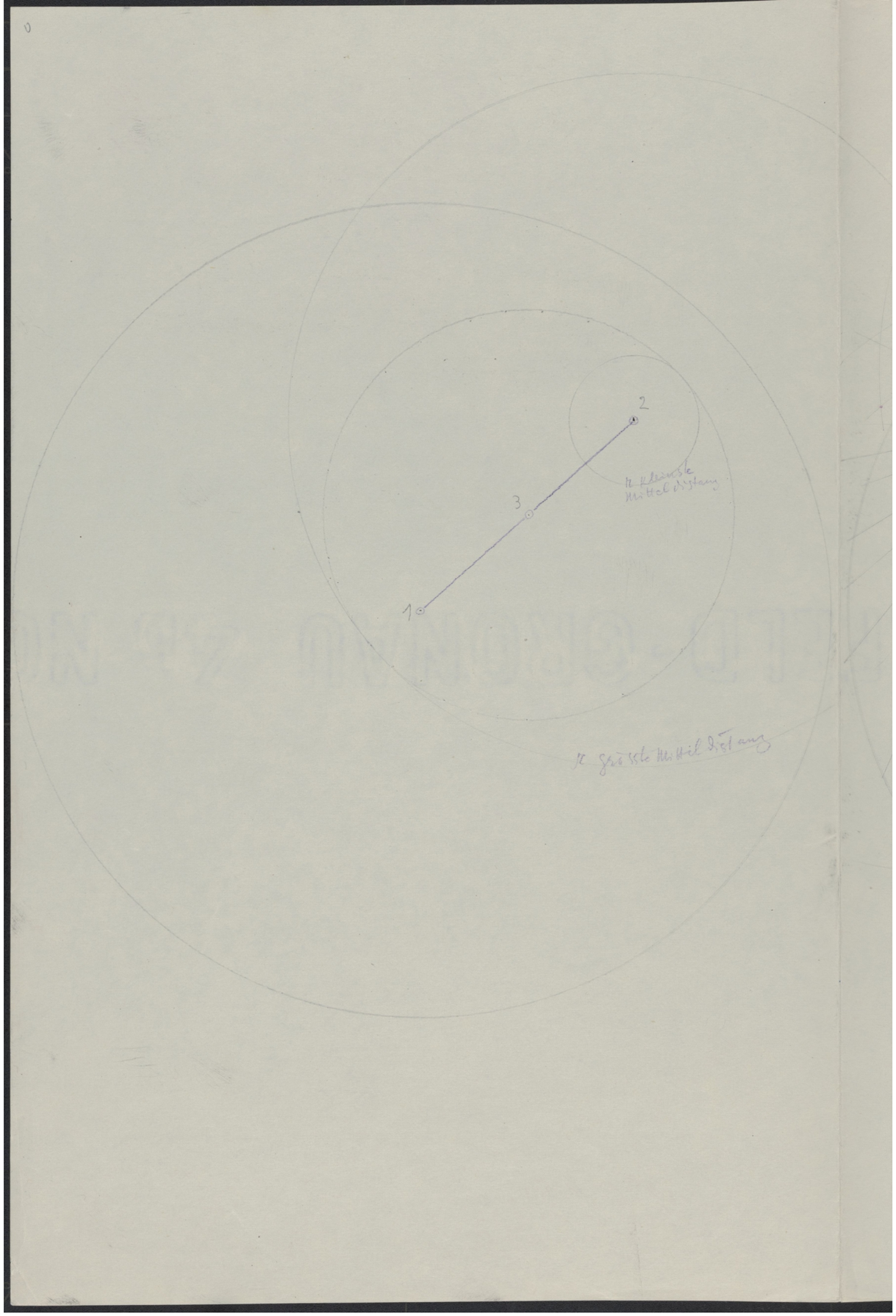
Ursprünglicher Kreis in 1

2 falscher Strahlenmittelpunkt und sein Vermittlungskreis zur ursprüngl. Peripheris,

3 der neue Mittelpunkt und s. Verbindung mit dem falschen Strahlen m.punkt mit dem echten Centrum

16/412





r kleinste
Mitteldistanz

r grösste Mitteldistanz

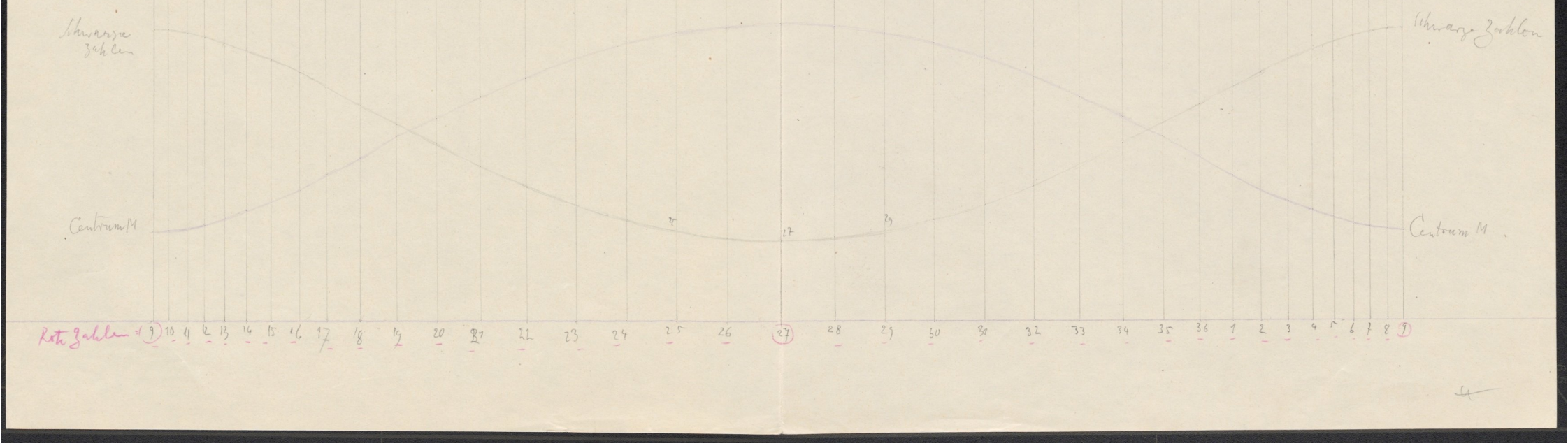
16
413

Kreis im Kreis in freier Position
der kl. Kreis entlehnt die Teil-
punkte des grossen. Aus dieser
Unregelmässigkeit erfolgt die
Möglichkeit Curvenmässiges
darzustellen

Kreis im Kreis in freier Position der kl. Kreis entlehnt die Teil-punkte des grossen. Aus dieser Unregelmässigkeit erfolgt die Möglichkeit Curvenmässiges darzustellen

41331

16 15
415



Schwarze Zahlen

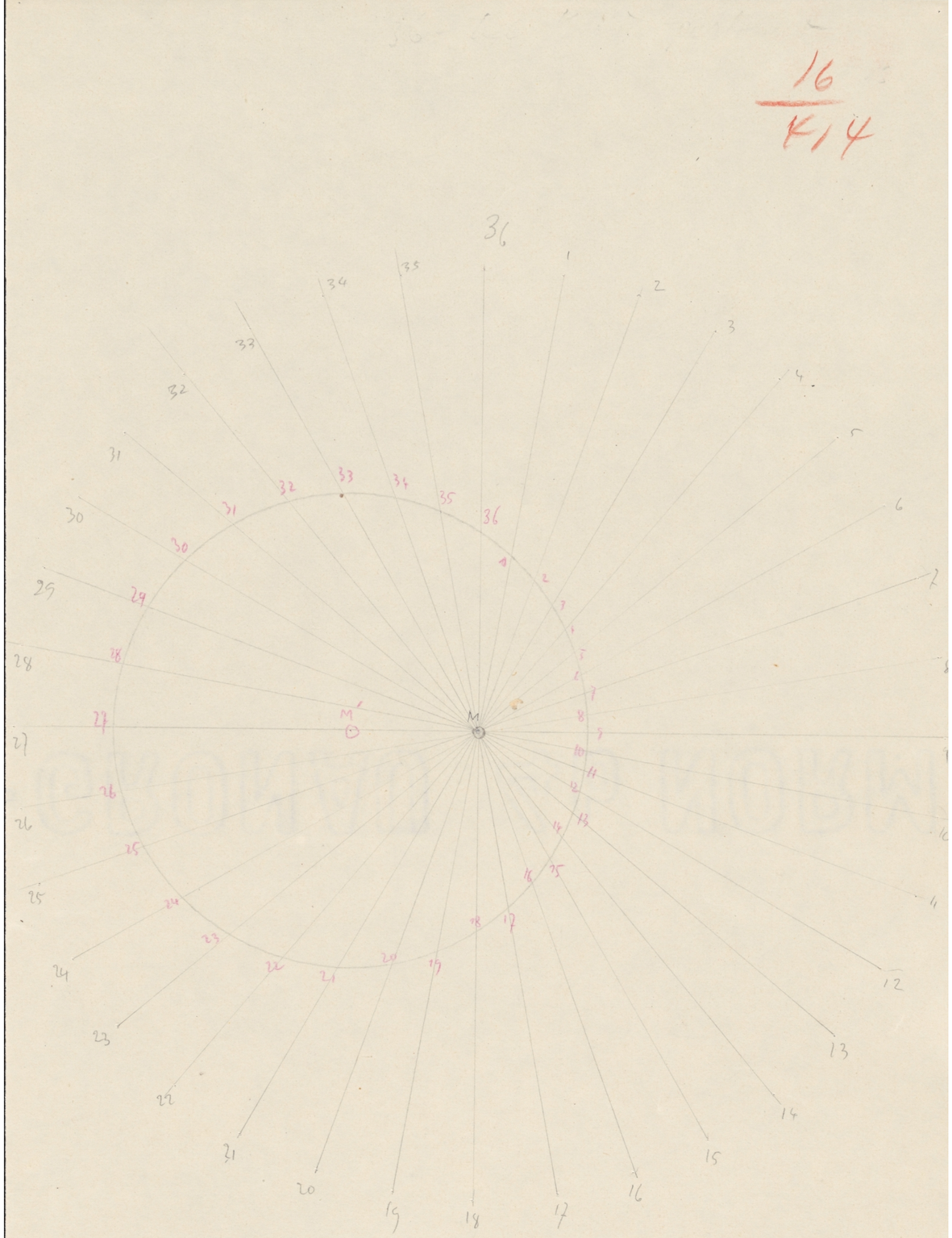
Schwarze Zahlen

Centrum M

Centrum M

Rote Zahlen

16
K14



16
416

Pendel Curve
und Parallelen Curve
auf Grund von Kreisteilungen

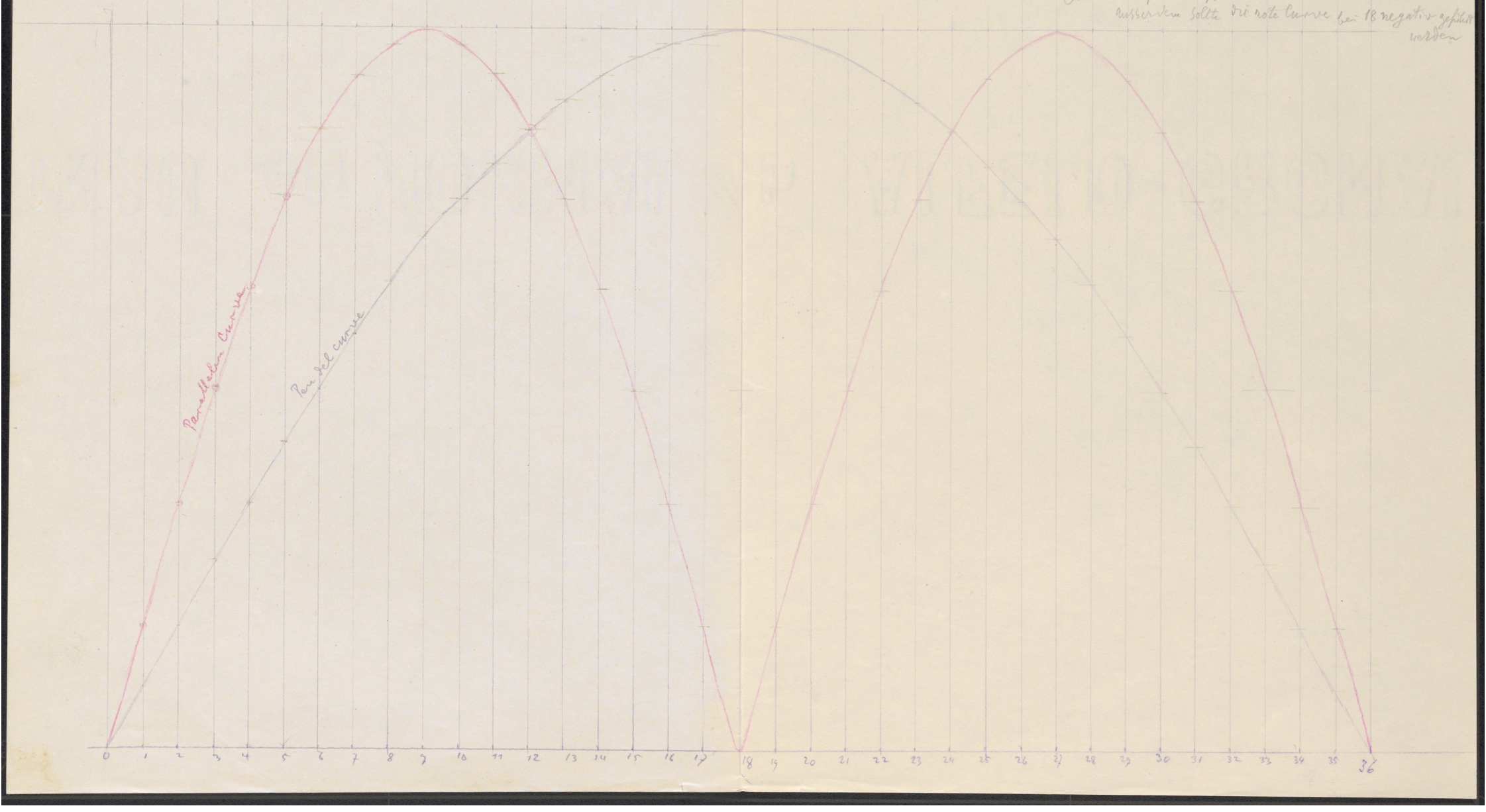
Pendel Curve

und Parallelen Curve

auf Grund von Kreisteilungen

16 15
418

Die höhen maasse entsprechen den Vorgängen im kreis von 10,2 cm Radius, der abgewickelte Umfang des kreis würde hier in horizontaler Richtung 64 cm ausmachen, dem gegenüber liegen hier nur 36 vor, also sind die Curven fast doppelt überhöht.
ausserdem sollte die rote Curve bei 18 negativ geführt werden

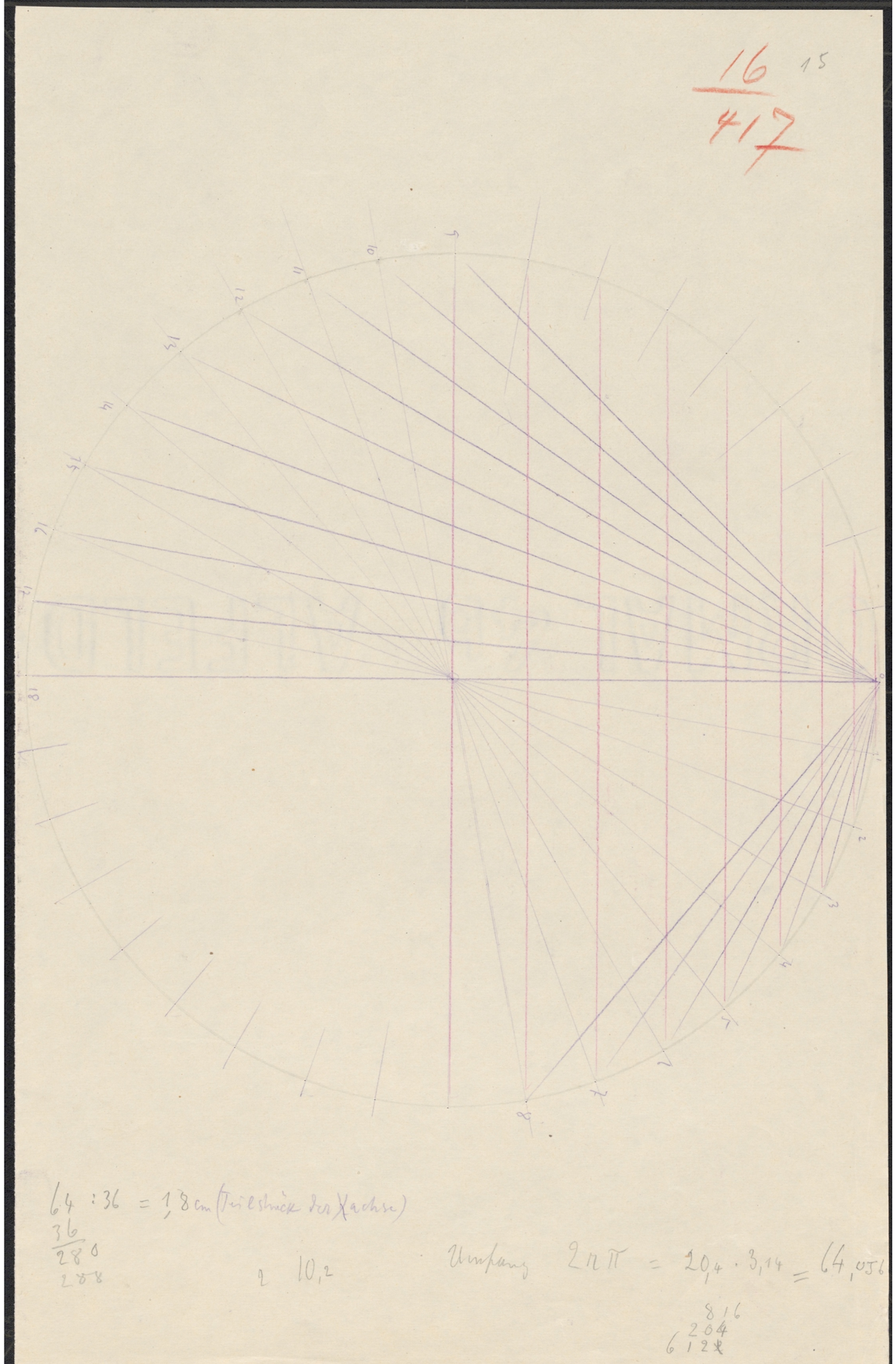


Die höhen maasse entsprechen den Vorgängen im Kreis von 10.2 cm Radius, der abgewickelte Umfang des Kreis würde hier in horizontaler Richtung 64 cm ausmachen, dem gegenüber liegen hier nur 36 vor, also sind die Curven fast doppelt überhöht.
Ausserdem sollte die rote Curve bei 18 negativ geführt werden.

Pendel Curve

Parallelen Curve

16 15
417



6,4 : 36 = 1,8 cm (Teilstück der X achse)
36
280
208

2 10,2

Umfang $2\pi r = 20,4 \cdot 3,14 = 64,056$

816
204
612

(Teilstück der X achse)

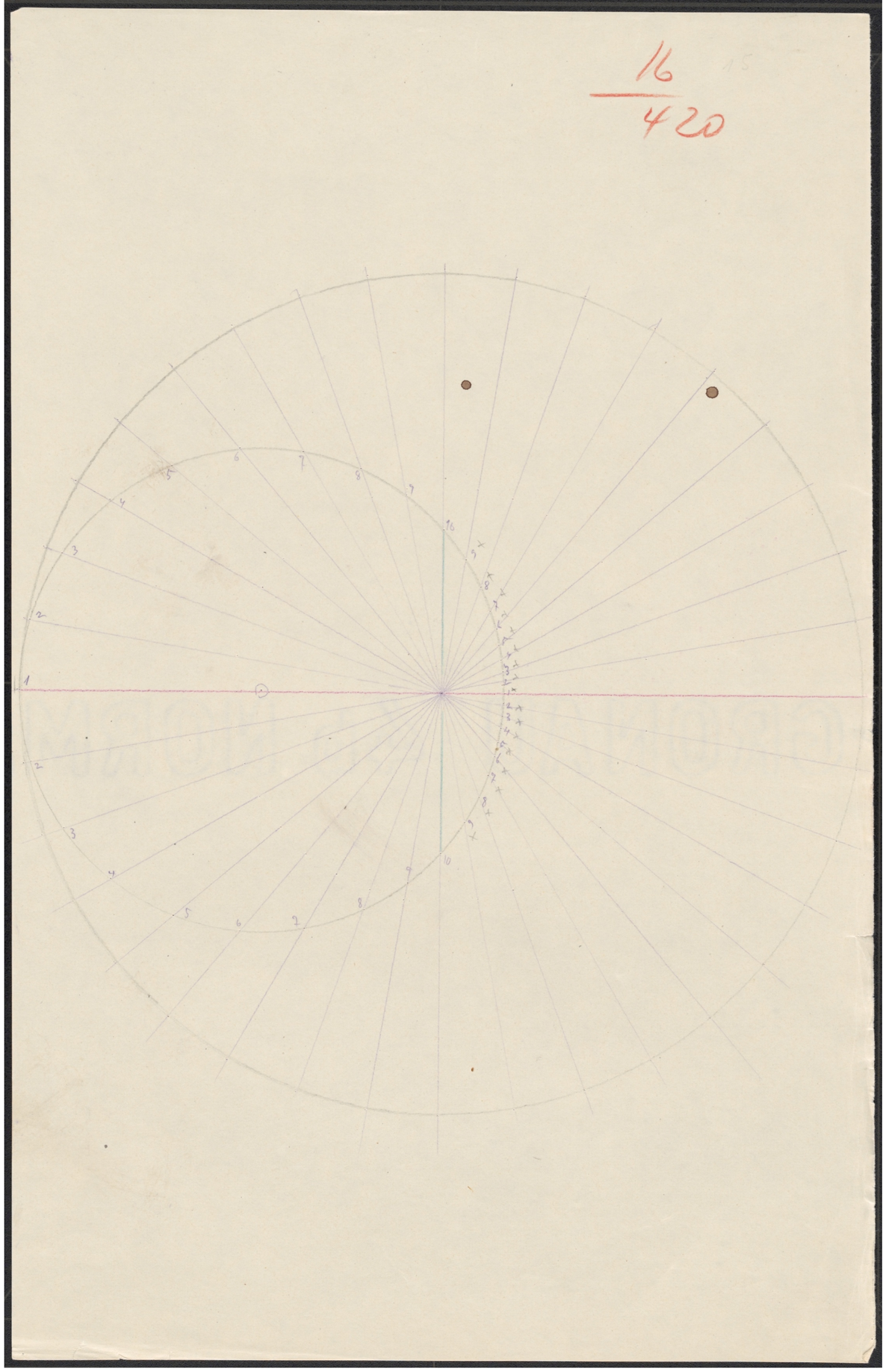
Umfang

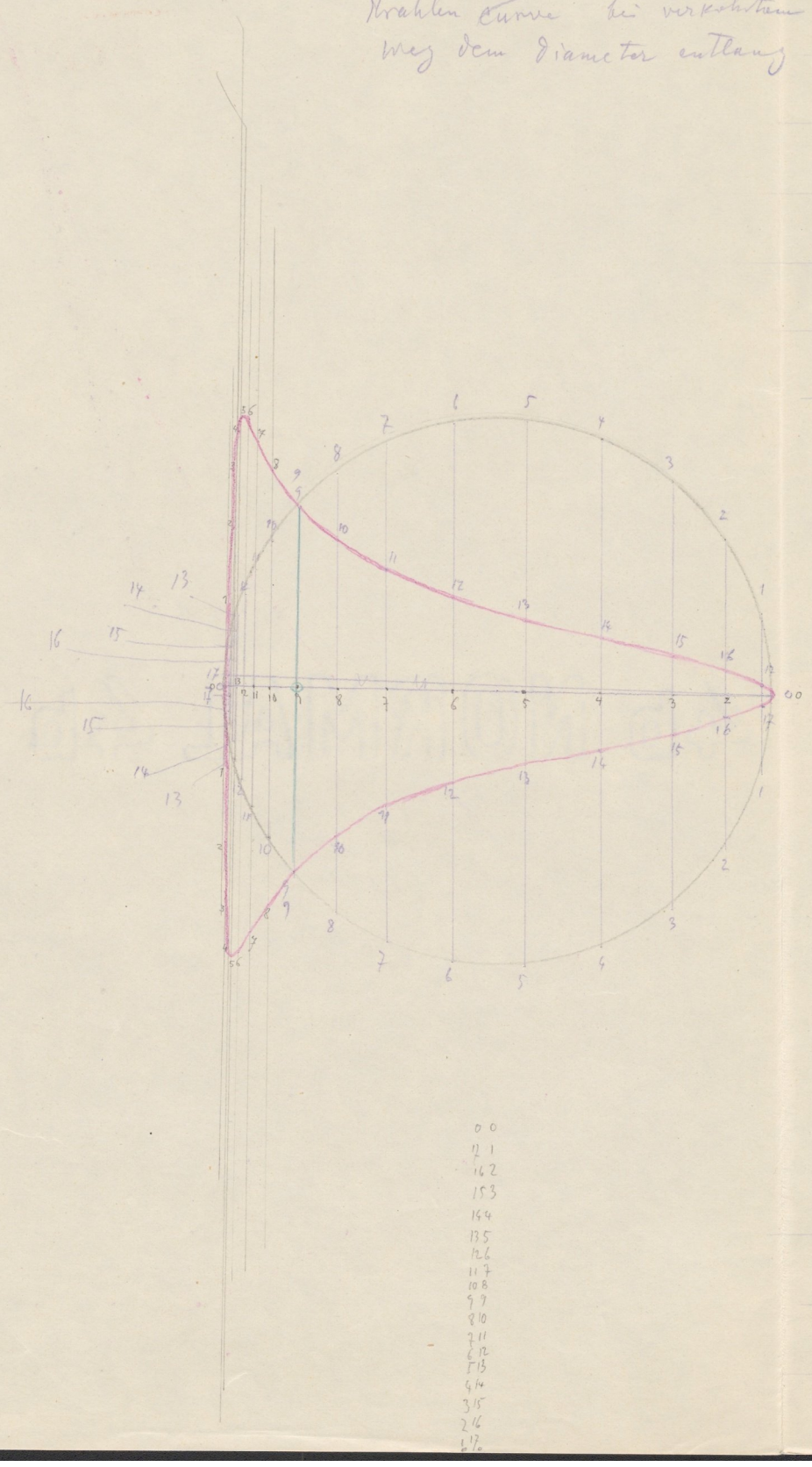
Strahlencurve
16
(bei verlegtem Kreiscentrum)
419

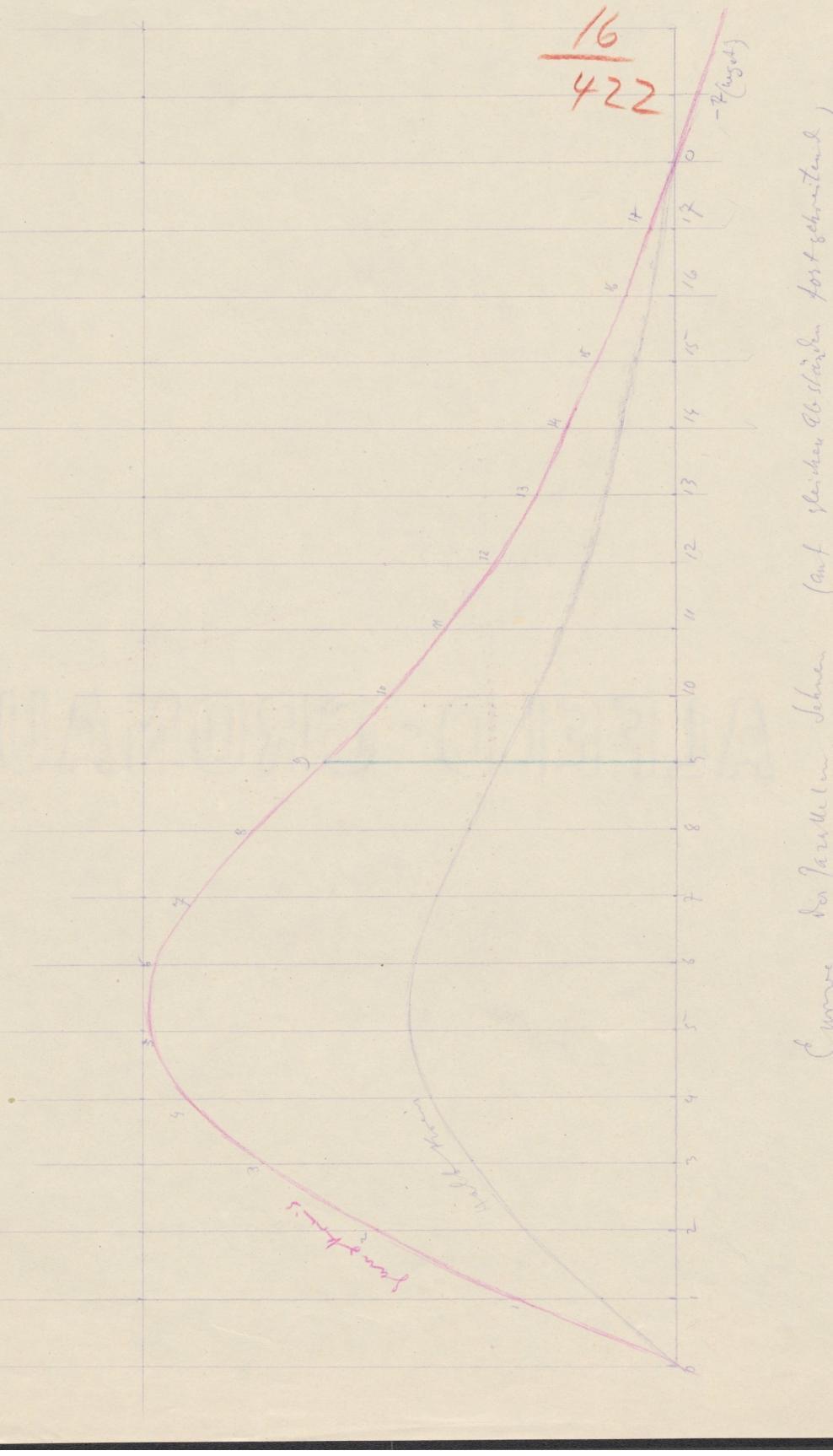
<u>Strahlencurve</u>
(bei verlegtem Kreiscentrum)

Strahlencurve bei verlegtem Kreiscentrum

16
420







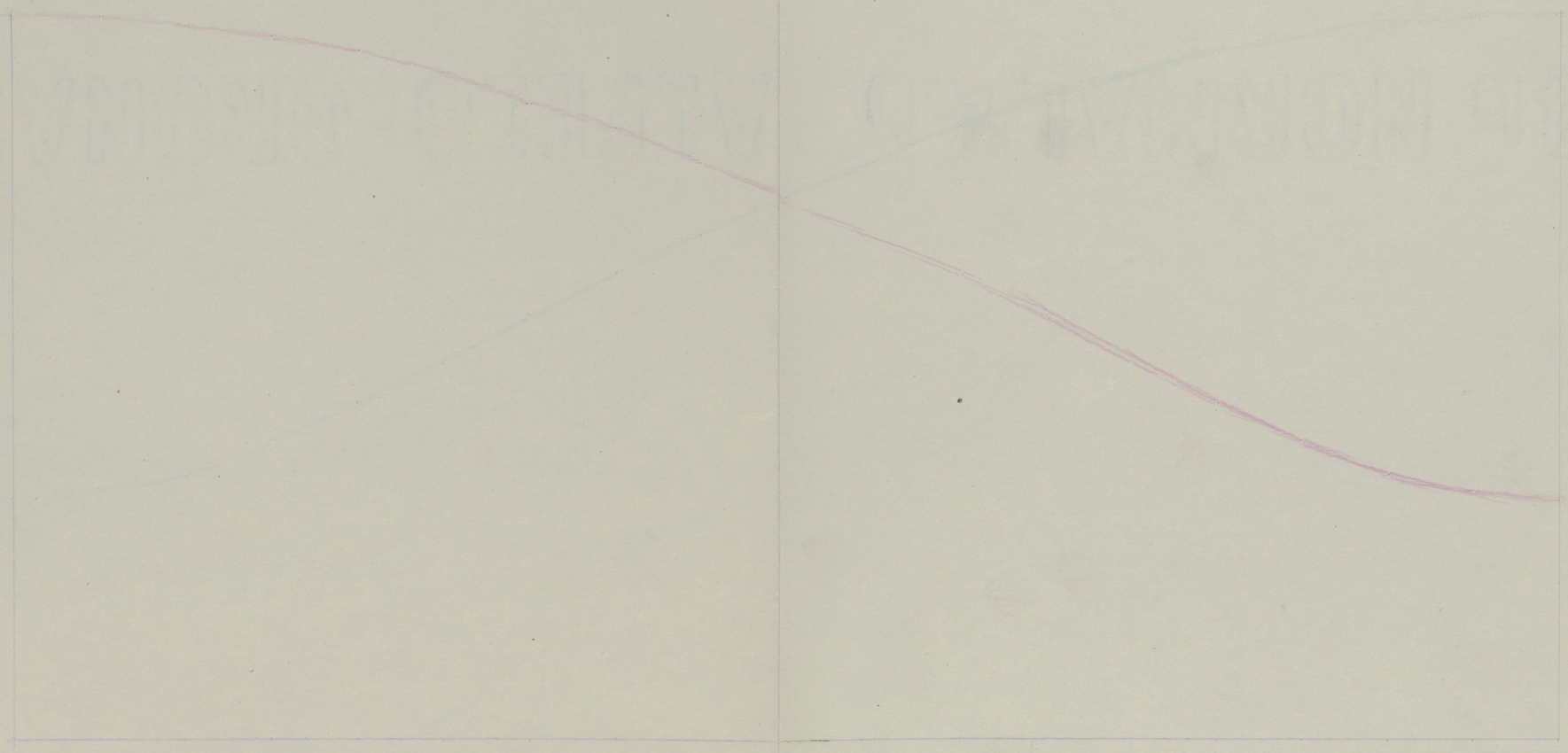
Strahlenparallelen curve bei verkehrtem
Weg dem Diameter entlang

Curve der Parallelen Sehnen (auf gleichen Abständen fortschreitend)

Halbkreis

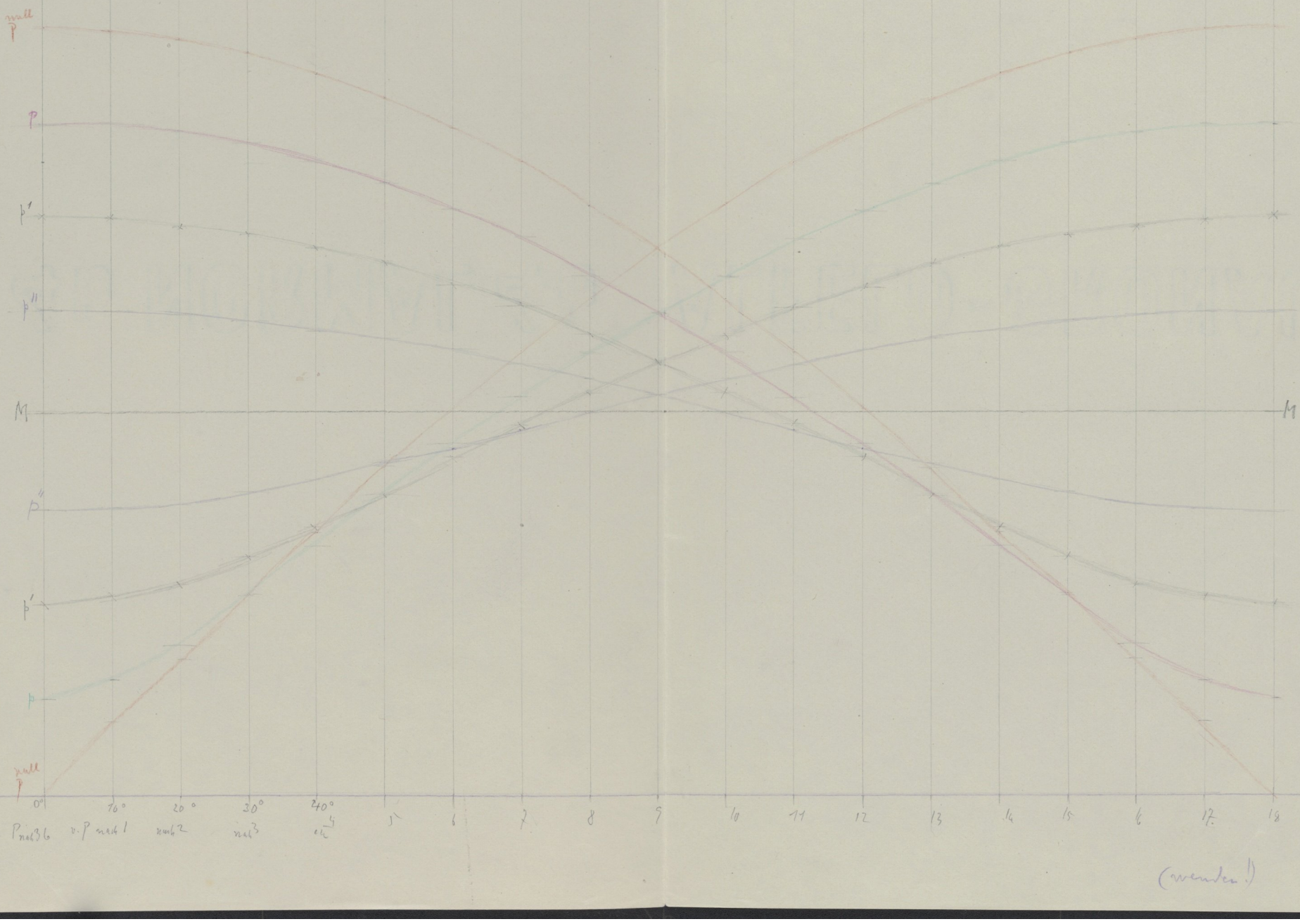
Ganzkreis

Sehnen – Pendelcurve
(bei wanderndem Angelpunkt)



(von p' nach den Periph. Punkten)

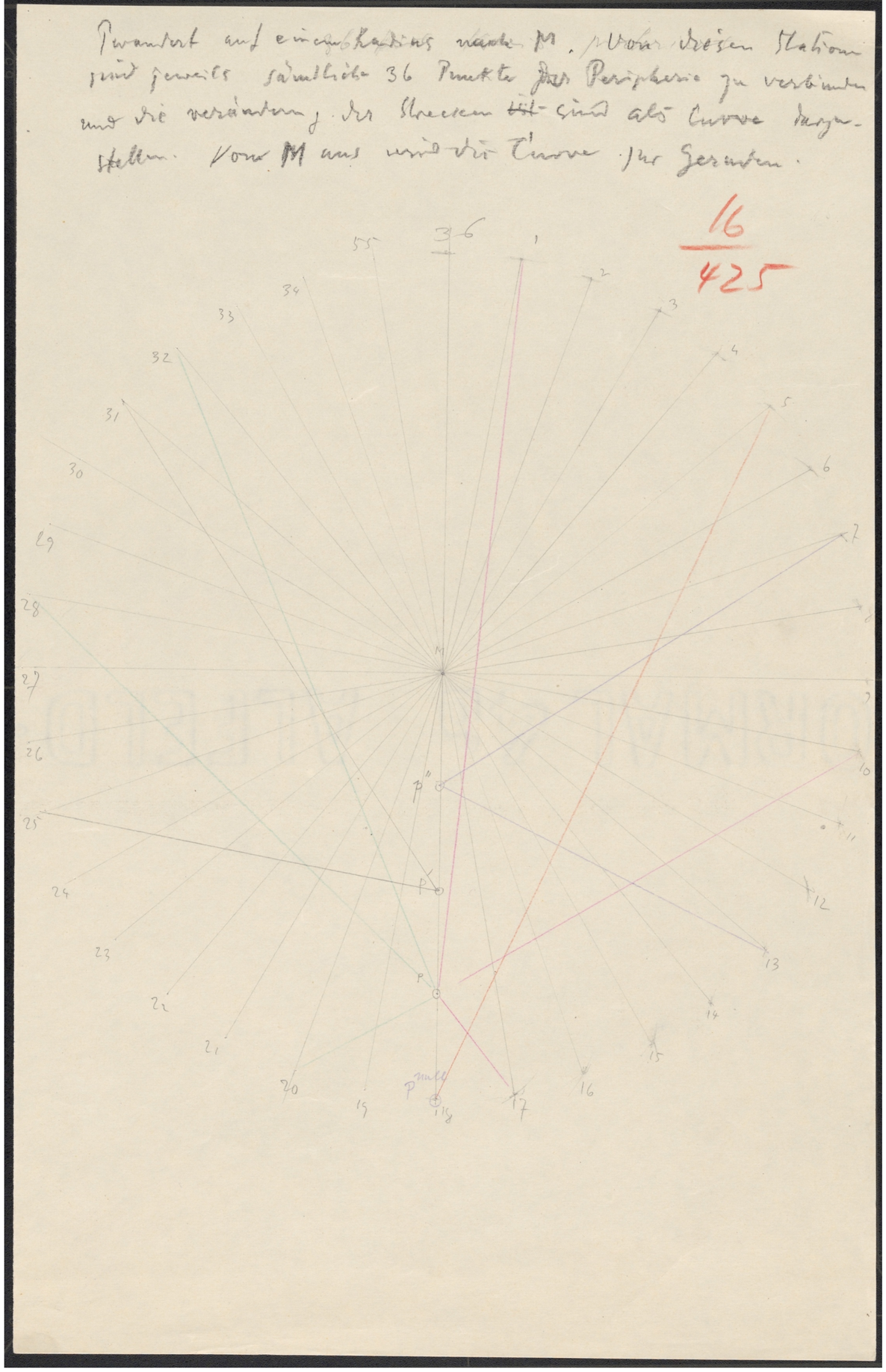
16
426



(wenden!)

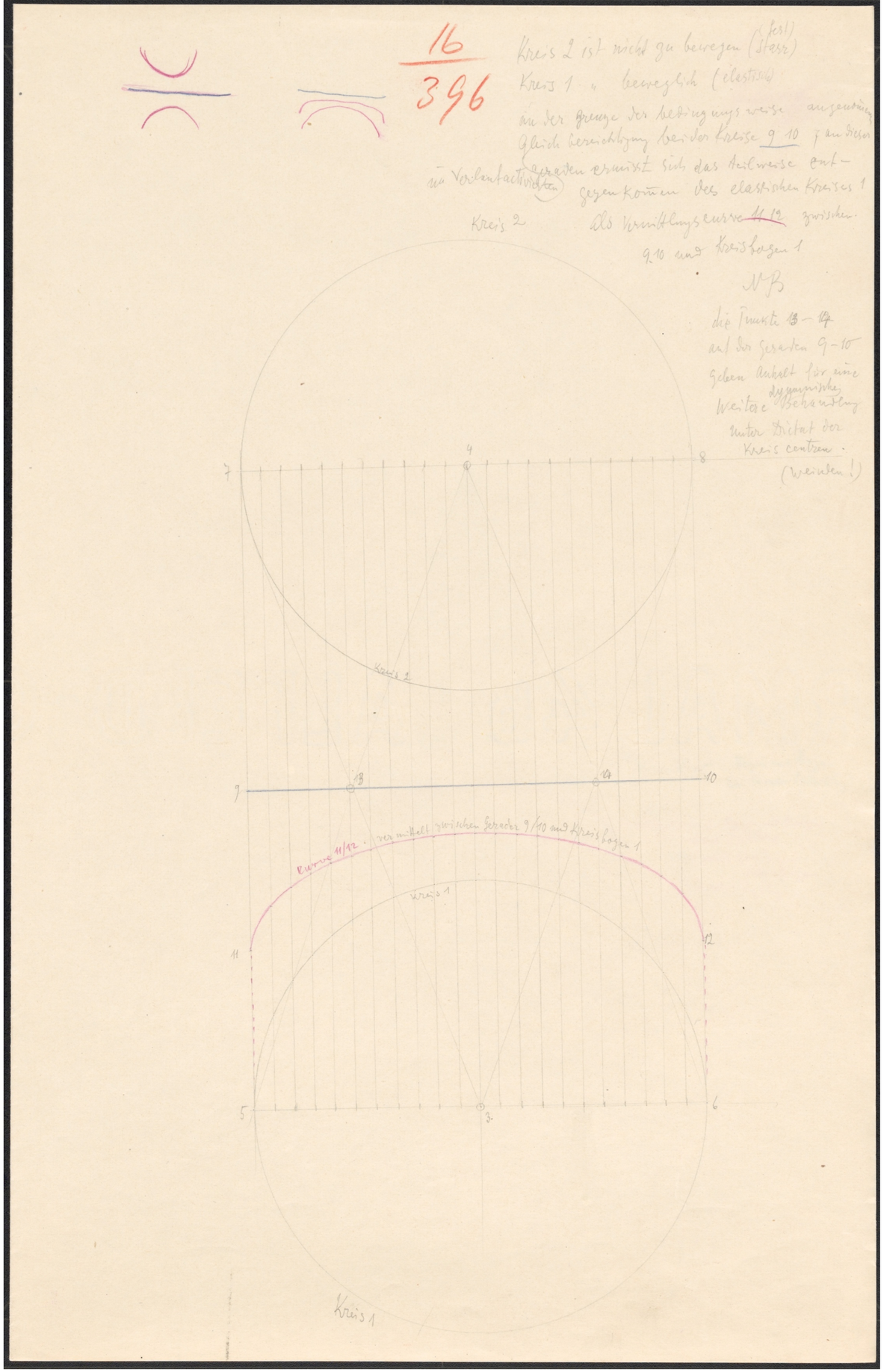
von P nach 36 v. P nach 1 nach 2 nach 3 etc

(wenden!)



P wandert auf einem Radius nach M. Von diesen Stationen sind jeweils sämtliche 36 Punkte der Peripherie zu verbinden und die Veränderung der Strecken[1] sind als Curve darzustellen. Von M aus wird die Curve zur Geraden.

[1] Strecken ~~die~~



(fest)
Kreis 2 ist nicht zu bewegen (starr)
Kreis 1 " beweglich (elastisch)
an der Grenze der bedingungsweise angenommenen
Gleichberechtigung beider Kreise 9 10; an dieser
im Verlauf activierten[1] Geraden ermisst sich das teilweise ent-
gegenkommen des elastischen Kreises 1
als Vermittlungscurve 11 12 zwischen
Kreis 2 9 10 und Kreisbogen 1

NB
die Punkte 13 – 14
auf der Geraden 9 – 10
geben Anhalt für eine
weitere dynamische[2] Behandlung
unter Dictat der
Kreiscentren.
(wenden!)

Kreis 2

Kurve 11/12 vermittelt zwischen Gerader 9/10 und Kreisbogen 1

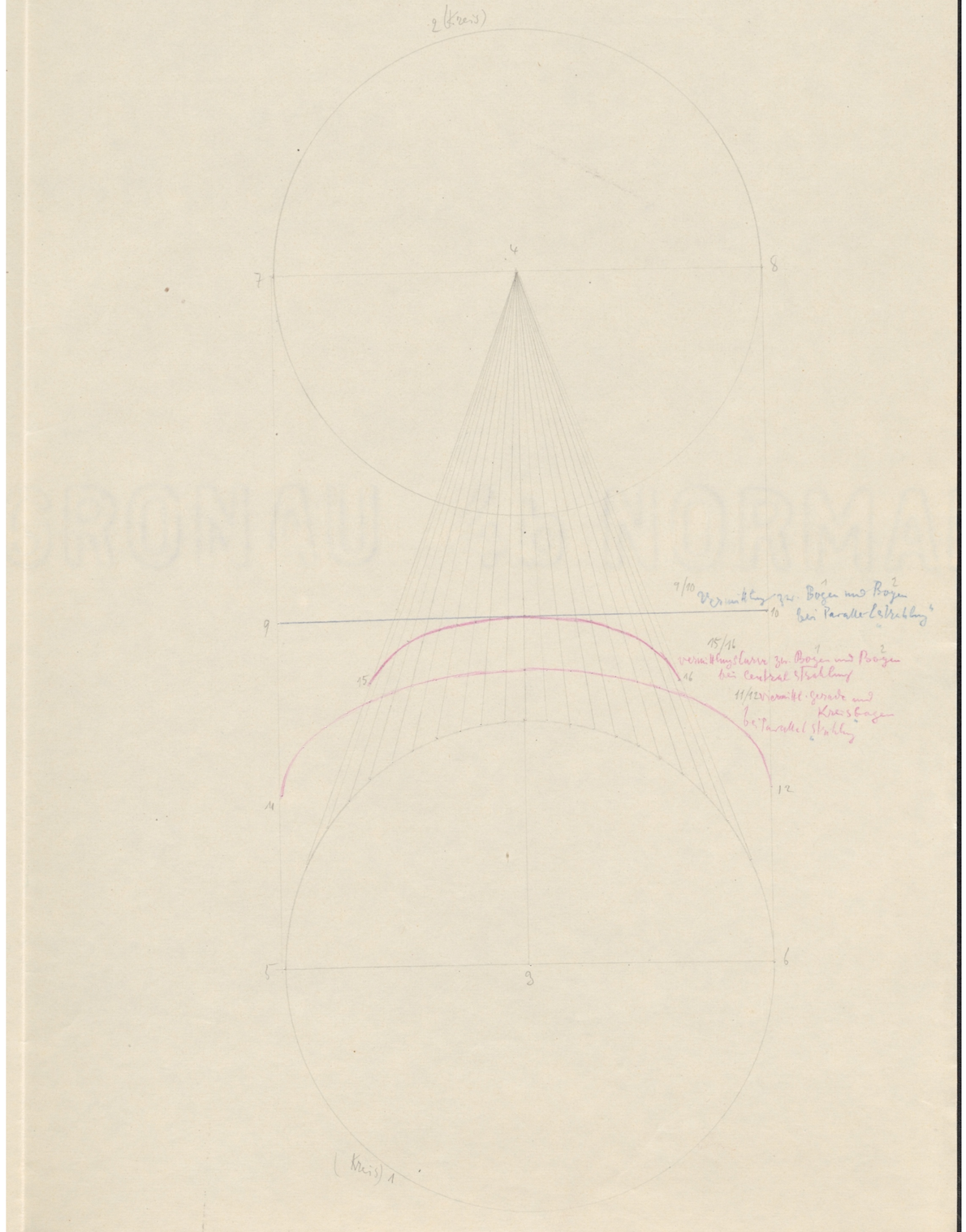
Kreis 1

Kreis 1

[1] / im Verlauf activierten \

[2] \ dynamische /

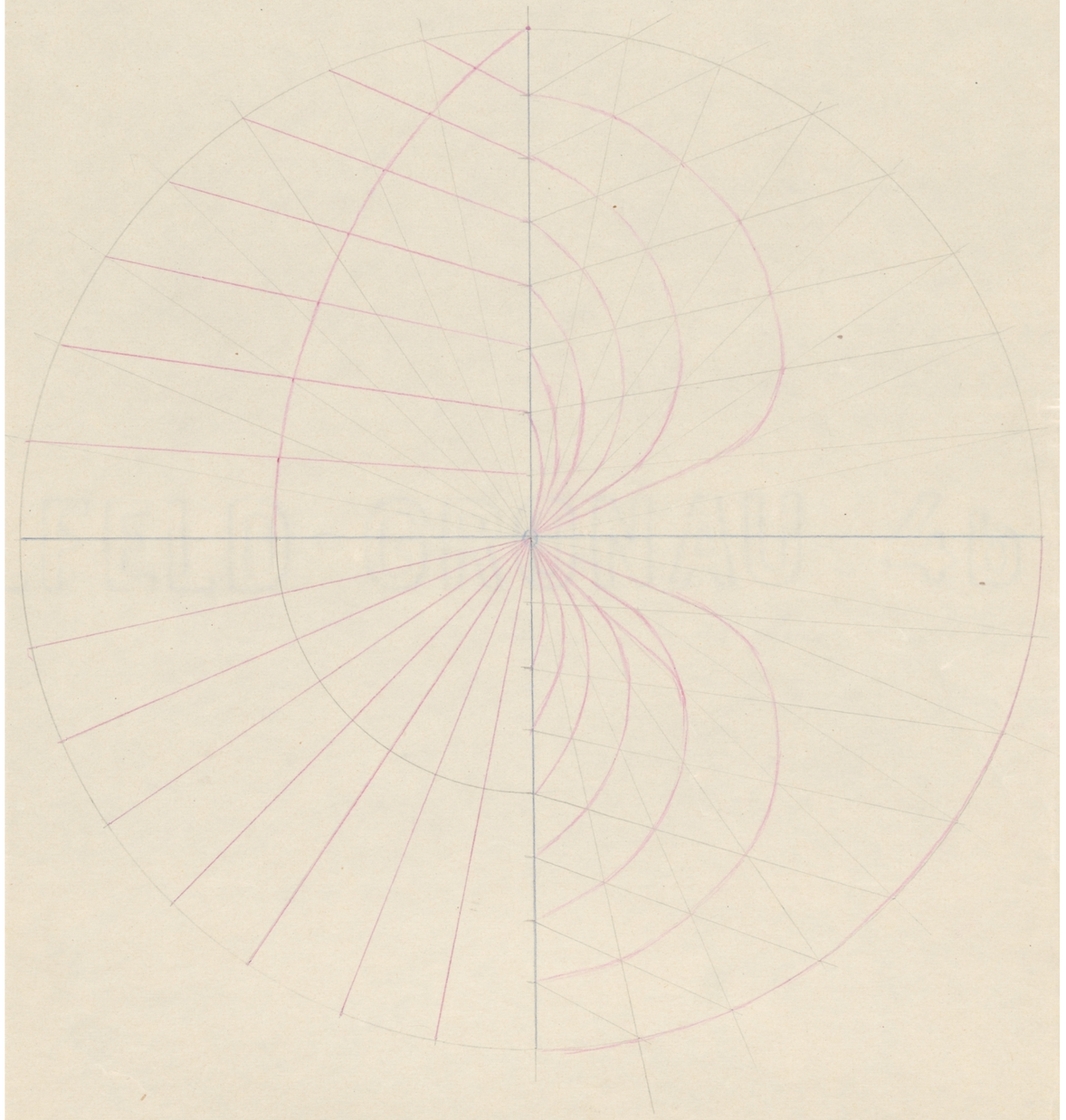
16
~~397~~ 396
397



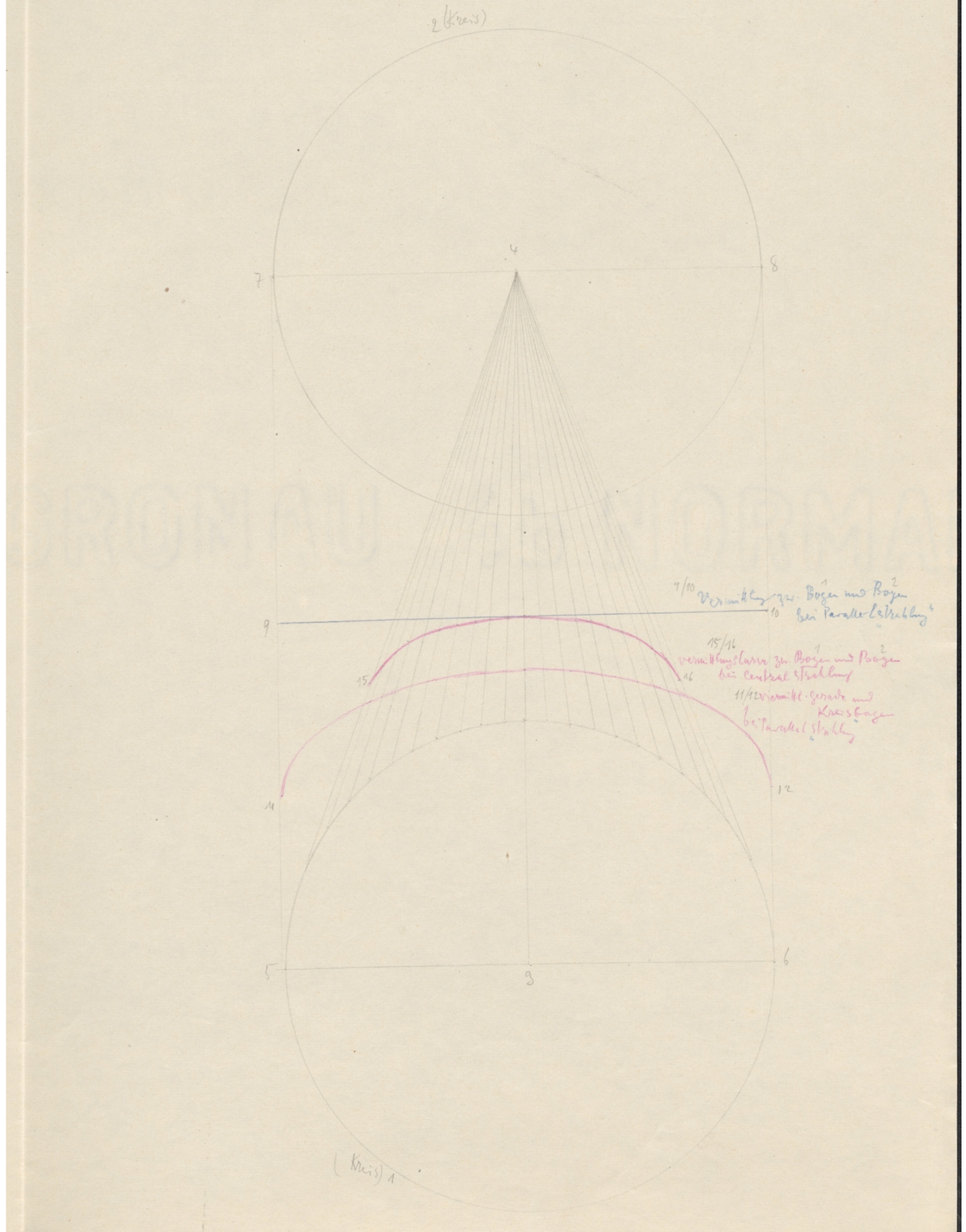
Vermittlung zw. Bogen und Bogen
bei Parallel"strahlung"

Vermittlungscurve zw. Bogen und Bogen
bei Centralstrahlung
vermittl. Gerade und
Kreisbogen
bei Parallel"strahlung"

16
398



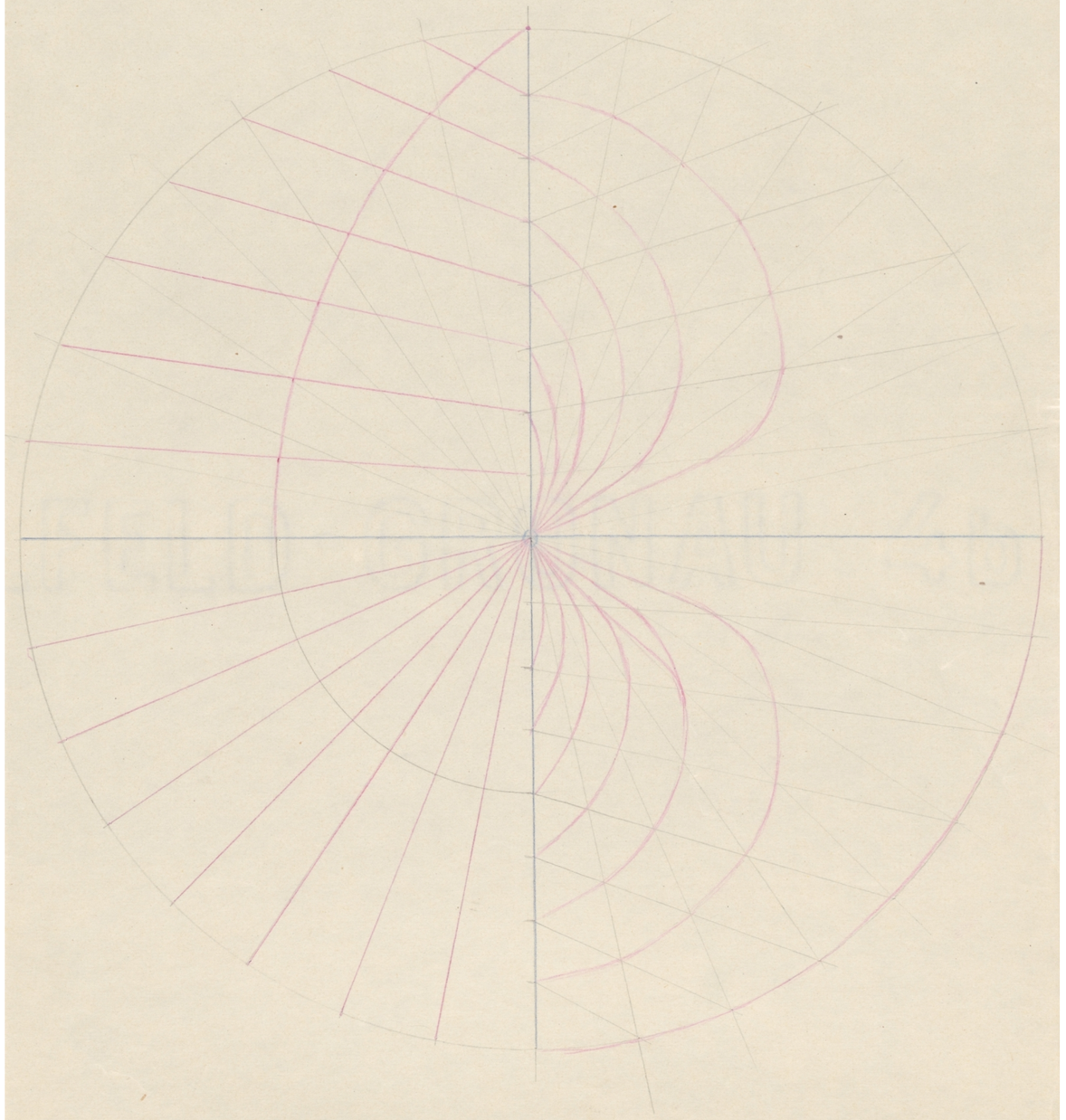
16
~~397~~ 396
397



Vermittlung zw. Bogen und Bogen
bei Parallel"strahlung"

Vermittlungscurve zw. Bogen und Bogen
bei Centralstrahlung
vermittl. Gerade und
Kreisbogen
bei Parallel"strahlung"

16
398

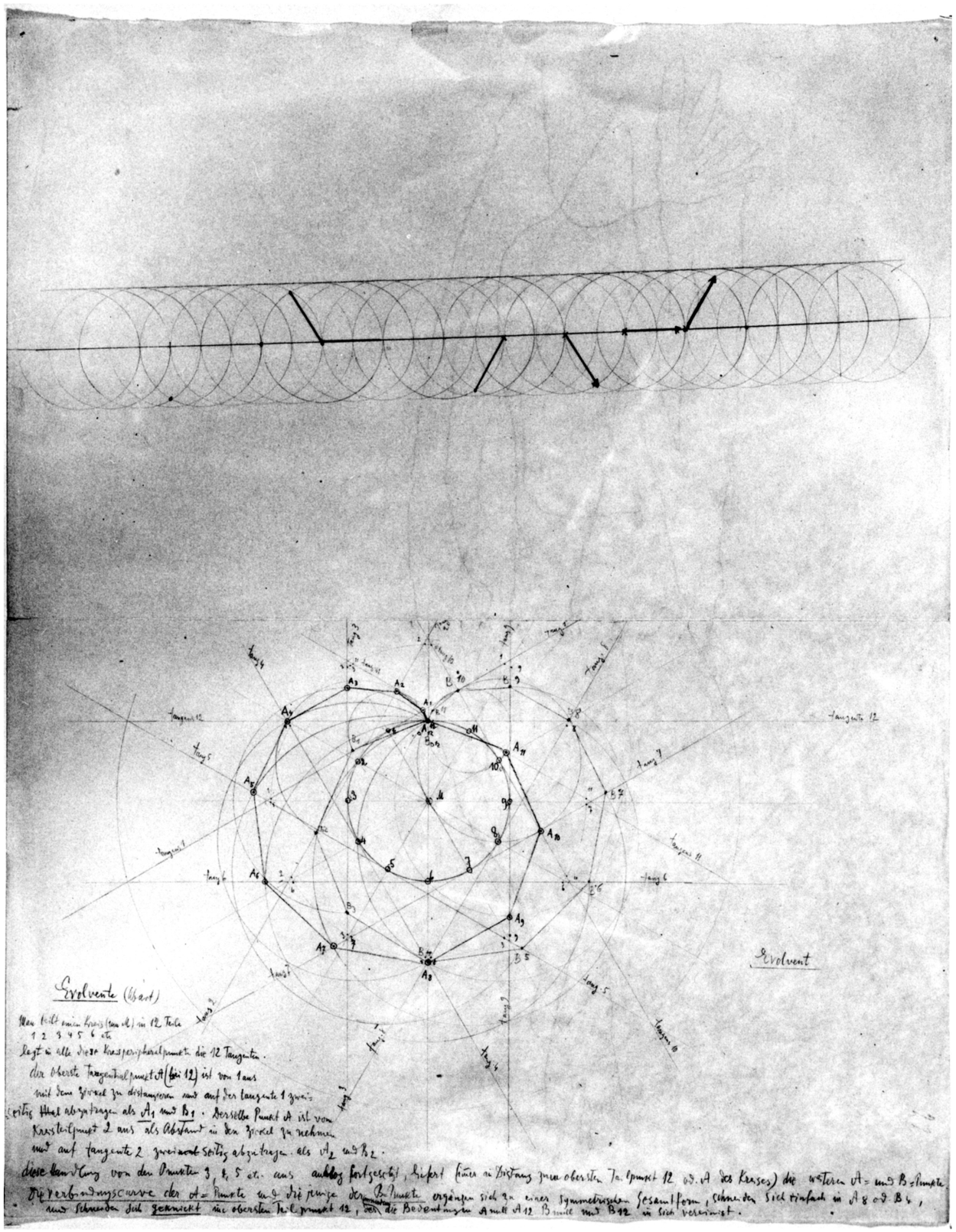


Die Scheitelpunkte A und B in ihrem Verhältnis
A B – Differenz zu Distanz $f_1 - f_2$

A F_2 minus A F_1 = AB

beide Differenzen
sollen gleich sein
also liegen A und B
zu F_1 und F_2 symmetrisch
nur also ist AB die
Differenz

wie die Differenz in Bezug auf die
Brennpunkt weiter sein soll, darüber besteht
Keine Bestimmung, sie ist varrabel mit der
Variabilität der Hyperbel.



Evolent

Evolente (Abart)

Man teilt einen Kreis (um M) in 12 Teile

1 2 3 4 5 6 etc

legt in alle diese Kreisperipheralpunkte die 12 Tangenten.

der oberste Tangentialpunkt A (bei 12) ist von 1 aus mit dem Zirkel zu distanzieren und auf der tangente 1 zweiseitig[1] abzutragen als A_1 und B_1. Derselbe Punkt A ist vom Kreisteilpunkt 2 aus als Abstand in den Zirkel zu nehmen und auf tangente 2 zweiseitig[2] abzutragen als A_2 und B_2.

diese Handlung von den Punkten 3, 4, 5 etc. aus analog fortgesetzt, liefert (immer in Distanz zu obersten Teilpunkt 12 oder A des Kreises) die weiteren A- und B- Punkte.

Die Verbindungscurve der A-Punkte und diejenigen der B-Punkte ergänzen sich zu einer symmetrischen Gesamtform, schneiden sich einfach in A_8 od. B_4,

und schneiden sich geknickt im obersten Teilpunkt 12, der ausserdem[3] die Bedeutung A_{null} A12 B_{null} und B_{12} in sich vereinigt.

---

[1] Zwei // seitig ~~mal~~

[2] zwei~~mal~~seitig

[3] \ausserdem/